

**Ф.В. НОВІКОВ**, д-р техн. наук, проф., ХНЕУ, Харків;  
**В.В. НЕЖЕБОВСЬКИЙ**, канд. техн. наук, інж., ПАТ ХМЗ  
«Світло шахтаря», Харків;  
**В. Г. ШКУРУПІЙ**, канд. техн. наук, доцент ХНЕУ, Харків

## **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ВИЗНАЧЕННЯ ШОРСТКОСТІ ПОВЕРХНІ ПРИ АБРАЗИВНІЙ ОБРОБЦІ**

Наведено результати теоретичних досліджень закономірностей утворення шорсткості поверхні при абразивній обробці. Проведено класифікацію структур шорсткуватого шару поверхні. Сформульовано основні умови зменшення шорсткості поверхні й дані практичні рекомендації з ефективного застосування методів абразивної обробки.

**Ключові слова:** шорсткість поверхні, абразивна обробка, абразивні зерна, математична модель, деталі машин.

**Вступ.** Шорсткість поверхні є найважливішим параметром якості поверхневого шару деталі. Тому питанням її дослідження в науково-технічній літературі приділена велика увага [1, 2]. В даний час розроблено теоретико-імовірнісний підхід до визначення шорсткості поверхні при шліфуванні [3], що дозволяє достатньо об'єктивно оцінити технологічні закономірності формування шорсткості поверхні й можливості її зменшення. У зв'язку з цим, представляється актуальним рішення завдання пошуку нових технологічних методів і умов зменшення шорсткості поверхні при абразивній обробці й відповідно підвищення якості й продуктивності обробки. В особливій мірі це відноситься до абразивної обробки відповідальних деталей машин, до яких пред'являються високі вимоги по шорсткості обробки, наприклад, до високоточних деталей авіаційного призначення й інших деталей.

**Ціль роботи** – теоретичний аналіз шорсткості поверхні при абразивній обробці й визначення умов її зменшення.

**Математична модель процесу обробки поверхні зернами абразиву.** Для вирішення завдання скористаємося теоретичним підходом до розрахунку шорсткості поверхні при абразивній обробці, запропонованим у роботі [4]. Розглянемо схему утворення шорсткості поверхні при доведенні вільним абразивом. Будемо вважати, що всі абразивні зерна мають однакову форму й розміри. На рис. 1,а показано положення проєкцій 10 зерен на оброблювану поверхню без урахування їхнього перекриття. Як видно, при  $y = b$  відбувається повне знімання оброблюваного матеріалу, й на поверхні зразка формується шорсткуватий шар товщиною  $b$ , тобто максимальна висота мікронерівностей обробленої поверхні  $R_{\max}$  дорівнює величині  $b$ .

Установимо закономірності формування шорсткості поверхні з урахуванням накладення й перекриття проєкцій зерен відповідно до теорії ймовірностей.

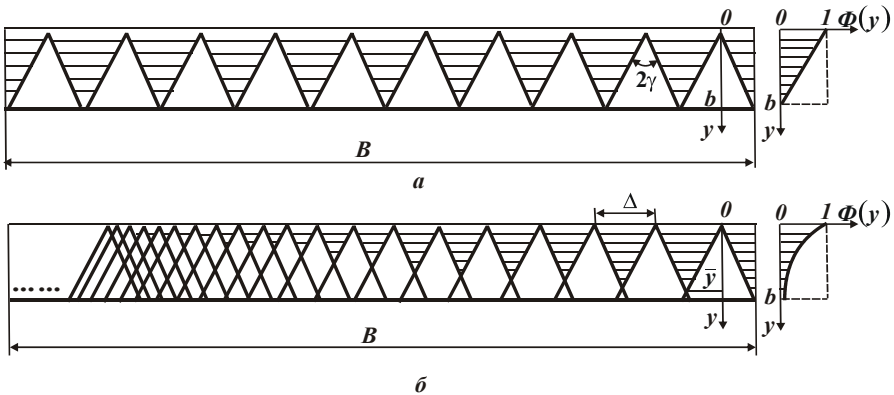


Рис. 1 – Схеми формування шорсткості поверхні при абразивній обробці.

Для цього визначимо відносну повноту профілю окремого зерна, спроектованого на поверхню оброблюваного зразка:

$$\varepsilon_i(y) = \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot y}{B}, \quad (1)$$

де  $2\gamma$  – кут при вершині конусоподібної частини ріжучого зерна;  $B$  – ширина зразка, м;  $y$  – координата, яка відлічується від вершини ріжучого зерна, м.

Установимо додаткову імовірнісну функцію  $\Phi_i(y)$ :

$$\Phi_i(y) = 1 - \varepsilon_i(y) = 1 - \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot y}{B}. \quad (2)$$

Додаткова імовірнісна функція  $\Phi(y)$ , що враховує накладення й перекриття проєкцій  $n$  зерен (розташованих на робочій поверхні інструмента), відповідно до теореми множення незалежних випадкових величин, прийме вигляд

$$\Phi(y) = \prod_{i=1}^n \Phi_i(y) = \left(1 - \frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot y}{B}\right)^n = [1 - \varepsilon_i(y)]^n. \quad (3)$$

Імовірнісна функція  $\Phi(y)$  змінюється в межах  $0 \dots 1$  і визначає, яка частка матеріалу є невилученою.

Визначення значень функції  $\Phi(y)$  по залежності (3) вимагає проведення досить складних математичних обчислень. Тому одержимо більш просту й зручну для розрахунку залежність, що описує функцію  $\Phi(y)$ . Перетворимо залежність (3) за допомогою розкладання *Бінома Ньютона*:

$$[1 - \varepsilon_i(y)]^n = 1 - n \cdot \varepsilon_i(y) + \frac{n \cdot (n-1)}{1 \cdot 2} \cdot \varepsilon_i^2(y) - \frac{n \cdot (n-1) \cdot (n-2)}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot \varepsilon_i^3(y) + \dots \quad (4)$$

Тут  $\varepsilon_i(y) < 1$ , а  $n$  – відносно велика величина. Тому в залежності (4) переважають перші доданки. Виходячи із цього залежність (4) спростимо:

$$[1 - \varepsilon_i(y)]^n \approx 1 - n \cdot \varepsilon_i(y) + \frac{n^2}{2!} \cdot \varepsilon_i^2(y) - \frac{n^3}{3!} \cdot \varepsilon_i^3(y) + \dots \quad (5)$$

Приходимо до розкладання в степеневий ряд експонентної функції:

$$\Phi(y) = e^{-n\varepsilon_i(y)} = e^{-\frac{2 \cdot tg \gamma \cdot n}{B} \cdot y} = e^{-\frac{2 \cdot tg \gamma \cdot b}{B} \cdot n \cdot \frac{y}{b}} = e^{-A \cdot y}, \quad (6)$$

де  $A = \frac{2 \cdot tg \gamma \cdot n}{B}$ .

Імовірнісна функція  $\varepsilon(y)$ , додаткова до функції  $\Phi(y)$ , дорівнює

$$\varepsilon(y) = 1 - \Phi(y) = 1 - e^{-\frac{2 \cdot tg \gamma \cdot n}{B} \cdot y}. \quad (7)$$

Використовуючи отримане вище теоретичне рішення, визначимо основний параметр шорсткості поверхні  $R_a$ . Відповідно до загальної методики визначення параметра шорсткості поверхні  $R_a$ , спочатку слід встановити положення середньої лінії  $y = a$  (рис. 2). Воно визначається з умови рівності площ, займаних виступами й впадинами на ділянці базової довжини  $B$  обробленої поверхні, тобто площ  $F_1$  і  $F_2$ , показаних на рис. 2 заштрихованими. Рівень  $y = 0$  визначає положення найбільшої впадини (лінію впадин), а рівень  $y = b$  – положення максимального виступу на обробленій поверхні (лінію виступів). Знаючи положення середньої лінії профілю  $y = a$  й значення площ  $F_1 = F_2$ , можна визначити параметр шорсткості поверхні  $R_a$ . Він дорівнює довжині сторони прямокутника з висотою  $\Phi(y) = 1$  (рис. 2):

$$R_a = \frac{F_1 + F_2}{1} = 2 \cdot F_1. \quad (8)$$

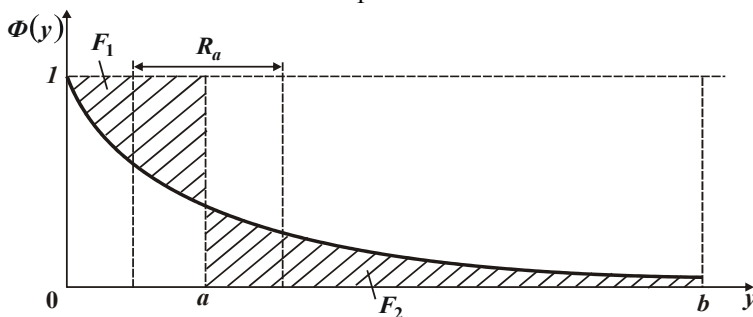


Рис. 2 – Розрахункова схема визначення параметра шорсткості поверхні  $R_a$ .

Визначимо положення середньої лінії  $y = a$  з умови:  $F_1 = F_2$ . Виходячи з рис. 2, з урахуванням залежності (6), площі  $F_1$  й  $F_2$  виразяться так:

$$F_1 = \int_0^a [1 - \Phi(y)] \cdot dy = \left( y + \frac{1}{A} \cdot e^{-A \cdot y} \right) \Big|_0^a = a + \frac{1}{A} \cdot (e^{-A \cdot a} - 1), \quad (9)$$

$$F_2 = \int_a^b \Phi(y) \cdot dy = \left( -\frac{1}{A} \cdot e^{-A \cdot y} \right) \Big|_a^b = \frac{1}{A} \cdot (e^{-A \cdot a} - e^{-A \cdot b}). \quad (10)$$

Підкоряючи отримані залежності (9) і (10) умові  $F_1 = F_2$ , маємо

$$a = \int_0^b \Phi(y) \cdot dy = \frac{1}{A} \cdot (1 - e^{-A \cdot b}) = \frac{B}{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot n} \cdot \left( 1 - e^{-\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot n \cdot b}{B}} \right). \quad (11)$$

Із залежності (11) випливає, що зі збільшенням параметра  $b$  величина  $a$  збільшується, а зі збільшенням  $n$  – зменшується. При  $n > 20$  функція  $\Phi(y = b) < 0,12$ . Отже, другим доданком у залежності (11) можна зневажити, тобто прийняти  $\Phi(y = b) = e^{-A \cdot b} \approx 0$ . Тоді залежність (11) спроститься:

$$a = \frac{1}{A} = \frac{B}{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot n}. \quad (12)$$

Знаючи величину  $a$ , описувану залежністю (11), визначимо площу  $F_1$ :

$$F_1 = \frac{1}{A} \cdot (e^{-A \cdot a} - e^{-A \cdot b}) = \frac{B}{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot n} \cdot \left( 0,367 - e^{-\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot n \cdot b}{B}} \right). \quad (13)$$

Порівнюючи залежності (13) і (10), видно, що вони ідентичні, тобто  $F_1 = F_2$ . Отже, розрахунок величини  $a$  виконаний правильно. З огляду на те, що другий доданок менше першого, їм у прийнятому наближенні можна зневажити. Тоді (13) спроститься й прийме вигляд

$$F_1 \approx \frac{0,367 \cdot B}{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot n}. \quad (14)$$

Параметр  $R_a$  визначимо відповідно до залежностей (8) і (13):

$$R_a = 2 \cdot \int_a^b \Phi(y) \cdot dy = \frac{2}{A} \cdot (e^{-A \cdot a} - e^{-A \cdot b}) = \frac{B}{\operatorname{tg} \gamma \cdot n} \cdot \left( 0,367 - e^{-\frac{2 \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot n \cdot b}{B}} \right) \approx \frac{0,367 \cdot B}{\operatorname{tg} \gamma \cdot n}. \quad (15)$$

**Зв'язок між параметрами моделі.** У залежності (15) другий доданок менше одиниці і їм у першому наближенні можна зневажити, тоді залежність приймає простий вигляд. Як видно, параметр шорсткості поверхні  $R_a$  для заданих значень  $B$  і  $\gamma$  цілком однозначно визначається кількістю зерен  $n$ , що беруть участь у різанні. Чим більше  $n$ , тим менше  $R_a$ . За рахунок збільшення кількості зерен  $n$  можна фактично необмежено зменшувати параметр шорсткості поверхні  $R_a$ . Порівнюючи залежності (11) і (15), видно, що між параметрами  $R_a$  й  $a$  існує простий зв'язок

$$R_a = 0,734 \cdot a. \quad (16)$$

Зменшення параметра  $R_a$  рівносильне зменшенню величини  $a$ , яка визначає положення середньої лінії профілю поверхні. Проведемо аналіз функції  $\Phi(y)$ , описуваною залежністю (6), з використанням залежностей (12) і (16):

$$\Phi(y) = e^{\frac{y}{a}} = e^{-\frac{0,734 \cdot y}{R_a}}. \quad (17)$$

Як видно, функція  $\Phi(y)$  цілком однозначно визначається величиною  $a$  й параметром  $R_a$ . Меншим значенням  $R_a$  і  $a$  відповідають менші значення функції  $\Phi(y)$ . Визначимо функцію  $\Phi(y)$  за умови  $y = b = R_{\max}$ :

$$\Phi(y = b) = e^{-\frac{0,734 R_{\max}}{R_a}}, \quad (18)$$

де  $R_{\max}$  – максимальна висота мікронерівностей обробленої поверхні, м.

У цьому випадку значення функції  $\Phi(y = b)$  визначаються лише відношенням  $R_{\max} / R_a$ . При цьому параметр  $R_a$ , описуваний залежністю (15), фактично не залежить від значень  $\Phi(y = b)$ , оскільки вони менше 0,367 і ними, відповідно до залежності (15), можна зневажити. Отже, параметр  $R_a$  не залежить від  $R_{\max} / R_a$ . Для одного значення  $R_{\max} / R_a$  може бути реалізовано багато значень  $R_a$ , оскільки  $R_a$  й  $R_{\max} / R_a$  визначаються на основі незв'язаних між собою залежностей (15) і (18). Це важливий висновок, що розкриває структуру взаємозв'язків між параметрами шорсткості поверхні.

Отримане теоретичне рішення узгоджується з відомими експериментальними даними. Так, у роботі [5] показано, що висотні параметри шорсткості поверхні  $R_a$ ,  $R_p$  і  $R_{\max}$  мають тісний кореляційний зв'язок, близький до функціонального. Коефіцієнти парної кореляції  $R_a$  й  $R_p$ ,  $R_a$  і  $R_{\max}$  для різних методів обробки (алмазно-абразивної або лезовим інструментом) перебувають у межах 0,9 – 0,98 [5]. Це означає, що забезпечення при механічній обробці параметра  $R_a$  приводить до автоматичного одержання певних значень  $R_p$  і  $R_{\max}$ , які залежать від прийнятого технологічного методу обробки. Таким чином, кожному технологічному методу обробки властиві певні відношення  $k_p = R_p / R_a$  і  $k_n = R_{\max} / R_a$ . Наприклад, при шліфуванні деталей із чавуну кругами з електрокорунду й ельбору відносна опорна довжина профілю  $\tau_p$  на рівні середньої лінії  $m - m$  дорівнює  $\tau_{p_m} = 0,55$ ;  $k_n = 6,4$ ;  $k_p = 2,15$  при  $R_a = 0,26 \dots 1,93$  мкм, тобто одному значенню  $k_n$  відповідає безліч значень  $R_a$ . Це вказує на те, що дані величини по своїй суті різні й визначаються з різних фізичних умов. Як показано вище, параметр  $R_a$  залежить від форми функції  $\Phi(y)$  й визначається тими параметрами, які впливають на форму функції  $\Phi(y)$ . Згідно залежності (15), це параметри  $n, \gamma, B$ . Умови, на основі яких можна визначити відношення  $R_{\max} / R_a$ , поки невідомі. Тому проведемо дослідження з їхнього встановлення.

Спочатку зробимо розрахунок значень функції  $\Phi(y = b)$  по залежності (18) для різних значень відношення  $R_{\max} / R_a$ . Як випливає з табл. 1, зі збільшенням відношення  $R_{\max} / R_a$  значення  $\Phi(y = b)$  істотно зменшуються –

приблизно по геометричній прогресії зі знаменником 0,5. Із цього випливає, що незначна зміна відношення  $R_{\max} / R_a$  (у межах 4...10, тобто в 2,5 рази) приводить до багаторазового (до 100 разів) зменшення  $\Phi(y=b)$ . У цій же таблиці наведені розрахункові значення величини невилученого шару матеріалу  $B \cdot \Phi(y=b)$  на рівні  $y=b$ , тобто матеріалу, що залишився у вигляді мікронерівностей. У якості вихідних даних за розрахунком прийняті значення  $b=1$  мкм;  $B=20$  мкм.

Таблиця 1 Розрахункові значення функції  $\Phi(y=b)$  й  $B \cdot \Phi(y=b)$

$R_{\max} / R_a$	4	5	6	7	8	9	10
$\Phi(y=b)$	0,053	0,025	0,0122	0,0061	0,003	0,00123	0,00067
$B \cdot \Phi(y=b)$	1,06	0,5	0,244	0,122	0,061	0,024	0,013

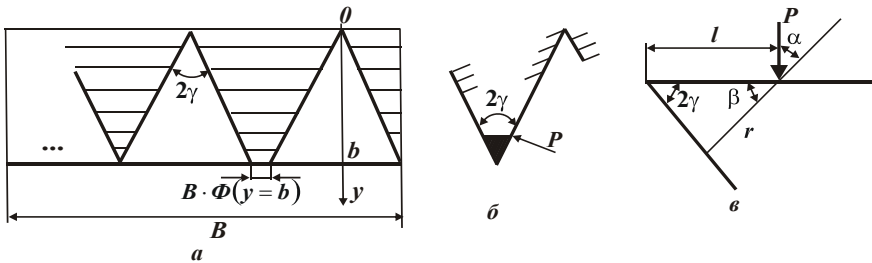


Рис. 3 – Розрахункові схеми утворення площадки на вершині мікронерівності.

Величина  $B \cdot \Phi(y=b)$  змінюється за законом зміни функції  $\Phi(y=b)$ . При  $R_{\max} / R_a > 5$  дана величина приймає невеликі значення. Цим показано, що у зв'язку з імовірнісним характером накладення й перекриття проєкцій зерен забезпечити повне знімання оброблюваного матеріалу на рівні  $y=b$  не можна. Завжди буде залишатися шар невилученого матеріалу шириною  $B \cdot \Phi(y=b)$  (рис. 3,а), тобто зменшити величину  $B \cdot \Phi(y=b)$  до нуля й одержати гострокутну форму максимальної мікронерівності не представляється можливим. Навіть велика кількість зерен  $n$ , які беруть участь у процесі різання, однаково приведе не до нульового, а до кінцевого значення величини  $B \cdot \Phi(y=b)$ . Отже, максимальна величина мікронерівностей обробленої поверхні  $R_{\max}$ , виходячи з даного геометричного подання, дорівнює величині  $b$ , а змінною величиною у відношенні  $R_{\max} / R_a$  є параметр шорсткості поверхні  $R_a$ , тому що  $R_{\max} = b$ .

У дійсності механізм формування величини  $B \cdot \Phi(y=b)$  й відповідно параметра шорсткості поверхні  $R_{\max}$  трохи інший. Як показує практика, у процесі абразивної обробки завжди утворюється повний профіль на обробленій поверхні, тобто функція  $\Phi(y)$  на рівні максимальної мікронерівності до-

рівнює нулю. Це пов'язане з тим, що під дією механічних навантажень, що виникають у процесі різання абразивними зернами, мікронерівності будуть руйнуватися з утворенням на них згладжених вершин (рис. 3,б), тобто теоретично неможливо одержати гострокутну форму максимальної мікронерівності. На її вершині буде утворюватися площадка певної довжини, яка, властиво, і буде визначати величину  $B \cdot \Phi(y = b)$ . Таким чином, обґрунтована можливість утворення на обробленій поверхні повного профілю від роботи абразивних зерен у результаті руйнування вершин мікронерівностей і утворення на них площадок. Чим міцніше оброблюваний матеріал, тим менша буде площадка на вершині мікронерівності й величина  $B \cdot \Phi(y = b)$ .

Виходячи із цього, параметр  $R_{\max}$  повинен визначатися з умови міцності мікронерівностей обробленої поверхні й приймати значення  $R_{\max} \leq b$ . Очевидно, цим можна пояснити те, що на практиці (наприклад, при шліфуванні) реалізуються значення  $R_{\max} / R_a$ , які змінюються в межах 4...8. Не випадково й те, що відношення  $R_z / R_a$  у технології машинобудування прийнято розглядати рівним 4. Оскільки по визначенню параметр  $R_{\max}$  більший параметра  $R_z$ , то справедливо відношення  $R_{\max} / R_a \geq 4$ .

**Схема формування мікрорельєфу поверхні під впливом дотичних напружень.** З огляду на важливість визначення закономірностей руйнування вершин мікронерівностей оброблюваної поверхні при абразивній обробці, проведемо їх дослідження. Розглянемо розрахункову схему руйнування мікронерівності від дії сили  $P$ , прикладеної на відстані  $l$  від вершини мікронерівності (рис. 3,б). Будемо вважати, що руйнування мікронерівності відбувається шляхом зсуву матеріалу в умовній площині, розташованій під кутом  $\beta$  до напрямку дії сили  $P$  (рис. 3,в) від дії максимального дотичного напруження

$$\tau = \frac{P \cdot \cos \alpha}{r}, \quad (19)$$

де  $P$  – сила різання, яка приходить на одиницю ширини мікронерівності, Н/м;  $r$  – довжина площини зсуву, м;  $\alpha = 90^\circ - \beta$ ;  $2\gamma$  – кут при вершині мікронерівності.

Довжину  $r$  визначимо по теоремі синусів для косокутного трикутника:

$$\frac{r}{\sin 2\gamma} = \frac{l}{\sin(180^\circ - 2\gamma - \beta)}, \quad (20)$$

звідки

$$r = \frac{l \cdot \sin 2\gamma}{\sin(2\gamma + \beta)}. \quad (21)$$

Підставляючи залежність (21) в (19), маємо:

$$\tau = \frac{P \cdot \sin \beta \cdot \sin(2\gamma + \beta)}{l \cdot \sin 2\gamma} = \frac{P \cdot [\cos 2\gamma - \cos(2\gamma + 2\beta)]}{2 \cdot l \cdot \sin 2\gamma}. \quad (22)$$

Максимальне дотичне напруження  $\tau$  досягається за умови:

$$\cos 2(\gamma + \beta) = -1, \quad (23)$$

звідки

$$\beta = 90^\circ - \gamma. \quad (24)$$

При  $\gamma = 45^\circ$  отримаємо екстремальне значення кута  $\beta = 45^\circ$ . В результаті приходимо до рівнобедреного трикутника з кутом при вершині  $2\gamma = 90^\circ$ . Отже, руйнування мікронерівності відбувається в площині, паралельній площині  $y = b$  (рис. 3,б). Підставляючи (24) в (22), визначимо максимальне дотичне напруження:

$$\tau_{\max} = \frac{0,5 \cdot P \cdot \operatorname{ctg} \gamma}{l}. \quad (25)$$

Руйнування матеріалу в площині зсуву відбудеться при досягненні максимальним дотичним напруженням межі міцності матеріалу на зсув  $\tau_{\text{зсув}}$ , тобто за умови  $\tau_{\max} = \tau_{\text{зсув}}$ . Підкоряючи їй залежність (25), визначимо відстань  $l$  від вершини мікронерівності до площини зсуву матеріалу:

$$l = \frac{0,5 \cdot P \cdot \operatorname{ctg} \gamma}{\tau_{\text{зсув}}}. \quad (26)$$

Як видно, величина  $l$  тим більше, чим менше  $\tau_{\text{зсув}}$  й більше сила  $P$  і кут  $\gamma$ . Отже, більші площадки на вершинах мікронерівностей будуть досягатися при обробці менш міцних матеріалів, які характеризуються відносно невеликими значеннями  $\tau_{\text{зсув}}$ . З іншого боку, зменшення міцності оброблюваного матеріалу призведе до зниження сили різання  $P$  й відповідно залежності (26) – до зменшення величини  $l$ . Таким чином, величина  $l$  в остаточному підсумку залежить від відношення  $P / \tau_{\text{зсув}}$ . Чим воно більше, тим більша величина  $l$  й довжина площадки руйнування вершини мікронерівності. Із цього випливає, що параметр  $R_{\max}$  залежить від довжини площадки на вершині максимальної мікронерівності й відповідно від марки оброблюваного матеріалу. Отже, і значення  $\Phi(y = b)$  залежать від умов руйнування вершини максимальної мікронерівності й довжини площадки, яка утворюється на ній. Тому визначити величину  $R_{\max}$  можна на основі знання  $\Phi(y = b)$  для конкретних умов обробки.

**Аналіз та порівняння результатів моделювання.** Таким чином показано, що існують два підходи до аналітичного опису закономірностей формування шорсткості поверхні при абразивній обробці. Перший полягає в кінематико-геометричному описі профілю поверхні з урахуванням імовірнісного накладення й перекриття проєкцій зерен. У цьому випадку імовірнісна



функція  $\Phi(y)$ , що описує частку невилученого матеріалу, на рівні максимальної мікронерівності не дорівнює нулю, що не дозволяє однозначно визначити параметр  $R_{\max}$ . Другий підхід полягає в аналітичному описі профілю вершин мікронерівностей від їхнього руйнування під дією сил, що виникають у процесі різання абразивними зернами. У результаті на вершинах мікронерівностей утворюються площадки певної довжини. Тоді імовірна функція  $\Phi(y)$  на рівні максимальної мікронерівності й параметр  $R_{\max}$  визначаються довжиною площадки. Це приводить у відповідність теорію й практику процесу обробки.

Відповідно до першого підходу, основною характеристикою шорсткості поверхні є відношення  $a/R_a$ , оскільки про параметр  $R_{\max}$  можна говорити лише з певним ступенем наближення, тому що значення функції  $\Phi(y)$  на рівні максимальної мікронерівності невизначено. Установити значення  $R_{\max}$  можна лише на основі другого підходу, у тому числі з використанням експериментальних даних. Таким чином, перший підхід дозволяє встановити  $a/R_a$ , а другий підхід –  $R_{\max}/R_a$ . У підсумку формується досить повне уявлення про структуру шорсткуватого шару обробленої поверхні.

Для більш глибокого уявлення про співвідношення висотних параметрів шорсткості поверхні, розглянемо функцію  $\Phi(y)$  у вигляді прямої лінії, як це показано на рис. 4,а. Такий вигляд функція  $\Phi(y)$  буде мати місце при доведенні рівновіддаленими абразивними зернами без урахування їхнього перекриття (рис. 1,а). Такий же вигляд функції  $\Phi(y)$  можна одержати при різанні лезовими інструментами (наприклад, при точінні), якщо розглядати лише теоретичний профіль без урахування різного роду відхилень від нього у зв'язку з коливаннями в технологічній системі, окремими руйнуваннями мікронерівностей при обробці й т.д. Параметр  $a$  для даної функції  $\Phi(y)$  дорівнює  $a = 0,5 \cdot b = 0,5 \cdot R_{\max}$ , а  $R_a = 0,25 \cdot R_{\max}$ . Отже, відношення  $R_{\max}/R_a = 4$ ; а  $R_a/a = 0,5$ .

Для функції  $\Phi(y)$ , описуваної залежністю (6) і графічно показаної на рис. 2, відношення  $R_a/a$  відповідно до залежності (16) дорівнює 0,734. Це свідчить про те, що в останньому випадку більша площа  $F_1 = F_2$ . Очевидно, якщо функція  $\Phi(y)$  буде приймати вигляд, показаний на рис. 4,б, то відношення  $R_a/a < 0,5$ . Таким чином, вигляд функції  $\Phi(y)$  визначає відношення  $R_a/a$ , яке, як показано вище, змінюється в широких межах.

Функція  $\Phi(y)$  визначає відносну опорну довжину профілю  $\tau_p$ , графічно показану на рис. 4,в. Координата  $p$  відповідає координаті  $y$  на рис. 4,б.

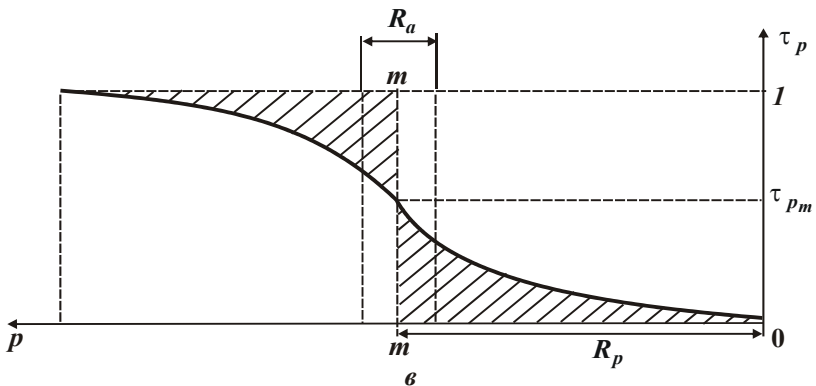
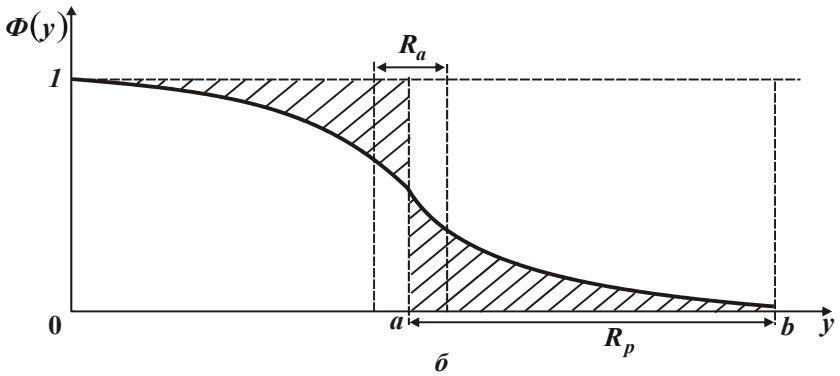
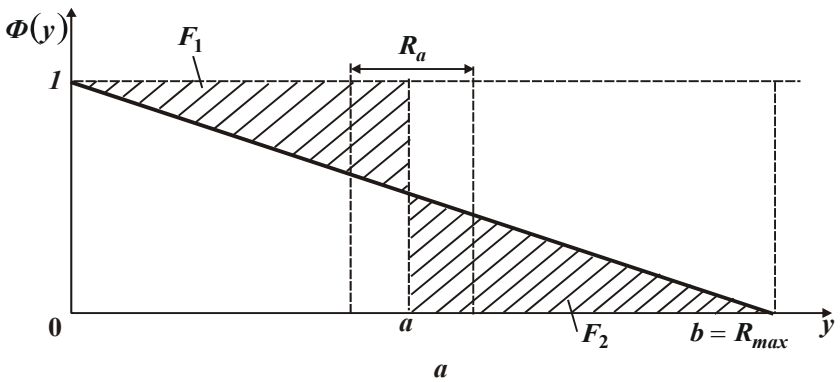


Рис. 4 – Загальний вигляд функцій  $\Phi(y)$  і  $\tau_p$ .

Параметр  $\tau_{p_m}$  визначає значення відносної опорної довжини профілю  $\tau_p$  на рівні середньої лінії  $m-m$ . Установити параметр  $\tau_{p_m}$  можна з умови  $\tau_{p_m} = \Phi(y = a)$ . Для функції  $\Phi(y)$ , що описується залежністю (6) з урахуван-

ням (12) параметр  $\tau_{p_m} = e^{-1} = 0,367$ . Як видно, у цьому випадку він менше 0,5, тоді як для функції  $\Phi(y)$ , показаної на рис. 4,а, параметр  $\tau_{p_m} = 0,5$ . Для функції  $\Phi(y)$ , показаної на рис. 4,б, він буде більше 0,5.

Знаючи величину  $a$ , можна визначити ще один висотний параметр шорсткості поверхні  $R_p$ , що дорівнює відстані від лінії виступів ( $y = b = R_{\max}$ ) до середньої лінії ( $y = a$ ), тобто  $R_p = R_{\max} - a$  (рис. 4,б). Тоді

$$\frac{R_p}{R_a} = \frac{R_{\max} - a}{R_a} = \frac{R_{\max}}{R_a} - \frac{a}{R_a}. \quad (27)$$

Для функції  $\Phi(y)$ , показаної на рис. 4,а, маємо  $R_{\max}/R_a = 4$ ;  $R_a/a = 0,5$ . Отже, відношення  $a/R_a = 2$  і  $R_p/R_a = 2$ ;  $R_p/a = 1$ .

Для функції  $\Phi(y)$ , показаної на рис. 2, як встановлено вище,  $R_{\max}/R_a = 4...8$ ;  $R_a/a = 0,734$ . Отже, відношення  $R_p/R_a > 3$ , тобто в цьому випадку  $R_p/R_a$  більше, ніж у попередньому випадку. Відповідно  $R_p/a > 2,2$ .

Для функції  $\Phi(y)$ , показаної на рис. 4,б,  $R_{\max}/R_a = 4...8$ ;  $R_a/a < 0,5$ . Тоді,  $a/R_a > 2$  і відношення  $R_p/R_a < 2...6$ . Відповідно  $R_p/a < 1...3$ . У табл. 2 наведені значення  $R_a/a$ ,  $R_{\max}/R_a$  і  $R_p/R_a$  для трьох розглянутих випадків. Як видно, випадок 2 займає проміжне положення.

З переходом від випадку 1 до випадку 3 відношення  $R_a/a$  однозначно зменшується, а відношення  $R_{\max}/R_a$  проходить точку мінімуму, тому що в другому випадку приймає найменше значення, рівне 4.

Таким чином, випадок 2 є свого роду границею, що розділяє випадки 1 і 3. Порівнюючи встановлені експериментальним або розрахунковим шляхом значення відношень  $R_a/a$ ,  $R_{\max}/R_a$ ,  $R_p/R_a$  і  $R_p/a$  з відповідними значеннями для випадку 2, можна оцінити структуру шорсткуватого шару, що утворюється для конкретного методу обробки.

Таблиця 2 Розрахункові значення відношень  $R_a/a$ ,  $R_{\max}/R_a$ ,  $R_p/R_a$  і  $R_p/a$

Найменування параметрів	Випадок 1 (рис. 2)	Випадок 2 (рис. 4,а)	Випадок 3 (рис. 4,б)
$R_a/a$	0,734	0,5	< 0,5
$R_{\max}/R_a$	> 4	4	4...8
$R_p/R_a$	> 3	2	< 2...6
$R_p/a$	> 2,2	1	< 1...3

**Висновки.** У роботі одержав подальший розвиток теоретико-імовірнісний підхід до визначення параметрів шорсткості поверхні при абразивній обробці, заснований на урахуванні імовірнісного характеру участі зерен у різанні. Показано, що все різноманіття умов формування шорсткості поверхні при абразивній обробці зводиться до трьох принципових структур шорсткуватого шару оброблюваних поверхонь, обумовлених різними імовірнісними законами накладення й перекриття проекцій зерен на оброблювану поверхню. Це дозволило провести класифікацію структур шорсткуватого шару й установити значення параметрів шорсткості поверхні, що відповідають кожній зі структур. Показано, що повний профіль утворюється в результаті руйнування вершин мікронерівностей від дії механічних навантажень, що виникають при обробці. Тому шорсткість поверхні є результатом як процесу різання, так і результатом процесу механічного руйнування вершин мікронерівностей. Це погодиться із практикою абразивної обробки.

**Список літератури:** 1. Маталин А.А. Технология машиностроения: учебник / А.А. Маталин. – Л.: Машиностроение, 1985. – 496 с. 2. Бобров В.Ф. Основы теории резания металлов / В.Ф. Бобров. – М.: Машиностроение, 1975. – 343 с. 3. Новоселов Ю.К. Динамика формообразования поверхностей при абразивной обработке / Ю.К. Новоселов. – Саратов, 1979. – 232 с. 4. Новиков Ф.В. Физические и кинематические основы высокопроизводительного алмазного шлифования: автореф. дис. на соискание науч. степени докт. техн. наук: спец. 05.03.01 “Процессы механической обработки, станки и инструменты” / Ф.В. Новиков. – Одесса, 1995. – 36 с. 5. Качество поверхности при алмазно-абразивной обработке / Э.В. Рыжов, А.А. Сагарда, В.Б. Ильицкий, И.Х. Чеповецкий. – К.: Наук. думка, 1979. – 244 с.

*Надійшла до редколегії 26.02.2013р.*

---

УДК 621.923

**Математична модель визначення шорсткості поверхні при абразивній обробці / Ф. В. Новиков, В. В. Нежебовський, В. Г. Шкурупій** // Вісник НТУ «ХП». Серія: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – Харків: НТУ «ХП», 2013. – №5 (979). – С. 199-210. Бібліогр.: 5 назв.

Приведены результаты теоретических исследований закономерностей образования шероховатости поверхности при абразивной обработке. Проведена классификация структур шероховатого слоя поверхности. Сформулированы основные условия уменьшения шероховатости поверхности и даны практические рекомендации по эффективному применению методов абразивной обработки

**Ключевые слова:** шероховатость поверхности, абразивная обработка, абразивные зёрна, математическая модель, детали машин.

The results of theoretical studies of the formation of surface roughness during abrasive machining. The classification structures of the rough surface layer. The basic terms of reducing the surface roughness and practical recommendations for the effective implementation of methods of abrasion

**Key words:** surface roughness, abrasion, abrasive grain, a mathematical model, machine parts.