УДК 004.032.26

Є.В. БОДЯНСЬКИЙ, д-р техн. наук, проф., ПНДЛ АСУ ХНУРЕ, Харків;
О.К. ТИЩЕНКО, канд. техн. наук, ст. наук. співр., ПНДЛ АСУ ХНУРЕ, Харків;
Д.С. КОПАЛІАНІ, аспірант, ХНУРЕ, Харків

БАГАТОВИМІРНА КАСКАДНА НЕЙРО-ФАЗЗІ СИСТЕМА З ОПТИМІЗАЦІЄЮ ПУЛУ НЕЙРОНІВ

Запропоновано архітектуру та методи навчання багатовимірної гібридної каскадної нейронної мережі з оптимізацією пулу нейронів у кожному каскаді, що відрізняються від відомих каскадних систем обчислювального інтелекту можливістю опрацювання багатовимірних часових рядів в режимі online, що дає можливість обробляти нестаціонарні стохастичні та хаотичні сигнали нелінійних об'єктів з необхідною точністю.

Ключові слова: нейронна мережа, нео-фаззі-нейрон, обчислювальний інтелект, еволюціонуюча гібридна система.

Вступ. У наш час *штучні нейронні мережі* (ANNs) і *нейро-фаззі системи* (NFSs) отримали широке поширення для розв’язання широкого класу проблем, пов'язаних з обробкою інформації, заданої або у формі таблиць *об’єкт – властивість*, або часових рядів, що часто породжуються нестаціонарними нелінійними стохастичними або хаотичними системами. Переваги ANNs і NFSs перед іншими підходами пояснюються, перш за все, їх універсальними апроксимуючими можливостями і здатністю до навчання.

Аналіз літератури. Традиційно під *навчанням* розуміють процес налаштування синаптичних ваг мережі за допомогою тієї або іншої процедури оптимізації, що відшукує екстремум заздалегідь заданого критерію навчання [1, 2]. Якість навчання може бути покращена шляхом налаштування не тільки синаптичних ваг, але й власне і архітектури мережі. Ця ідея лежить в основі так званих *еволюційних систем обчислювального інтелекту* [3, 4], які отримують у теперішній час усе більш широке поширення. У межах цього підходу можна виділити *каскадні нейронні мережі* [5 – 8] завдяки їх високій ефективності та простоті налаштування як синаптичних ваг, так і власне архітектури. Ця мережа стартує з найпростішої архітектури (перший каскад), утвореної пулом [5] нейронів, які навчаються незалежно. Кожен з нейронів пулу може відрізнятися від інших або активаційною функцією, або методом навчання, при цьому нейрони пулу в процесі навчання між собою не взаємодіють. Після того, як усі нейрони пулу першого каскаду налаштовані, з них обирається один найкращий у сенсі прийнятого критерію, всі ж інші видаляються, в результаті чого і формується перший каскад, утворений єдиним нейроном, синаптичні ваги якого надалі не налаштовуються – *заморожуються*.

Після цього формується другий каскад, який, як правило, утворено пулом тих же нейронів з тією лише різницею, що ці нейрони мають додатковий вхід (а, отже, і додаткову синаптичну вагу), утворений виходом першого каскаду. Надалі все відбувається аналогічно до попереднього каскаду, в результаті чого другий каскад також складається з єдиного найкращого нейрону із замороженими вагами. Нейрони третього каскаду мають вже по два додаткових входи: виходи першого і другого каскадів, надалі все відбувається аналогічно до попереднього каскаду. Процес нарощування каскадів еволюційної архітектури продовжується доти, доки не буде досягнуто необхідної якості розв'язання задачі на навчальній вибірці.

Автори найбільш популярної каскадної нейронної мережі CasCorLa *Фальман* та *Леб'єр* у якості нейронів мережі використовували *елементарні персептрони Ф.Розенблатта* із традиційними сигмоїдальними активаційними функціями, синаптичні ваги яких налаштовуються за допомогою Quickprop-алгоритму, що є модифікацією δ-правила навчання. Оскільки вихідний сигнал цих нейронів нелінійно залежить від синаптичних ваг, було використано навчання за епохами так, що говорити про оптимізацію процесу навчання за швидкодією в цьому випадку не доводиться.

У зв'язку із цим в [9 – 16] у якості вузлів каскадної мережі були використані різні типи нейронів, вихідний сигнал яких лінійно залежить від синаптичних ваг. Це дозволило використовувати оптимальні за швидкодією методи навчання та реалізувати online-режим обробки інформації по мірі її надходження на вхід нейронної мережі. Тут, однак, слід зазначити, що при роботі в такому режимі неможливо виділити в пулі єдиний найкращий нейрон. При роботі з нестаціонарними об'єктами може виникнути ситуація, коли на одній частині навчальної вибірки найкращим виявиться один нейрон, а на другій – зовсім інший. У зв'язку з цим цілком природно в пулі зберігати всі нейрони (без визначення найкращого нейрона-переможця), а вихідний сигнал каскаду формувати шляхом об'єднання виходів усіх вузлів пулу на основі деякої оптимізаційної процедури, що породжується загальним критерієм якості роботи нейронної мережі.

Мета дослідження. Необхідно зазначити, що відомі каскадні нейронні мережі реалізують нелінійне відображення $R^n \to R^1$, тобто це системи з одним виходом. У той же час існує низка завдань, що вирішуються за допомогою ANNs і NFSs та вимагають реалізації багатовимірного відображення $R^n \to R^g$, яке веде до того, що в кожному каскаді має навчатися в g разів більше нейронів, ніж у звичайній мережі, і це робить таку систему надмірно громіздкою. У зв'язку з цим є доцільним у якості вузлів каскадної мережі використовувати спеціалізовані багатовимірні конструкції нейронів з множиною виходів замість звичайних традиційних нейронів типу елементарних персептронів Розенблатта.

Синтезу такої багатовимірної гібридної системи обчислювального інтелекту з оптимізацією пулу нейронів у кожному каскаді і присвячено цю статтю.

Архітектура багатовимірної каскадної оптимізованої нейро-фаззі

мережі. На вхід мережі (рецепторний шар) подається векторний сигнал

$$x(k) = \left(x_1(k), x_2(k), \ldots, x_n(k)\right)^T \text{, де } k = 1, 2, \ldots$$

– або номер образу в таблиці *об'єкт – властивість*, або поточний дискретний час. Цей сигнал подається на входи всіх нейронів мережі $MN_j^{[m]}$ ($j = 1, 2, \ldots, q$ – число нейронів у пулі, $m = 1, 2, \ldots$ – номер каскаду), на виходах яких з'являються векторні сигнали

$$\hat{y}_d^{[m]j}(k) = \left(\hat{y}_1^{[m]j}(k), \hat{y}_2^{[m]j}(k), \ldots, \hat{y}_g^{[m]j}(k)\right)^T, \; d = 1, 2, \ldots, g.$$

Надалі ці сигнали об'єднуються за допомогою узагальнюючого нейрону $GMN^{[m]}$, котрий формує оптимальний векторний вихід $m-$го каскаду $\hat{y}^{*[m]}(k)$. При цьому, якщо на нейрони першого каскаду подається тільки вектор $x(k)$, то нейрони другого каскаду мають додаткові g входів для сигналу $\hat{y}^{*[1]}(k)$, третього каскаду – $2g$ додаткових входи $\hat{y}^{*[1]}(k), \hat{y}^{*[2]}(k)$, $m-$го каскаду – $(m-1)g$ додаткових входів $\hat{y}^{*[1]}(k), \hat{y}^{*[2]}(k), \ldots, \hat{y}^{*[m-1]}(k)$. Каскади формуються в процесі навчання мережі, коли стає зрозуміло, що всі попередні каскади не забезпечують необхідну якість навчання.

Принципи навчання нео-фаззі-нейронів у багатовимірній каскадній нейро-фаззі мережі. Низька швидкість навчання персептрону Розенблатта, який використовується у традиційних каскадних ANNs, а також неінтерпретованість одержуваних результатів, що притаманна всім ANNs в цілому, змушує шукати альтернативні підходи до синтезу еволюційних систем та, зокрема, каскадних нейронних мереж. Интерпретованість та прозорість поряд з апроксимуючими властивостями і здатністю до навчання є головними властивостями нейро-фаззі систем [17], що поклали початок *гібридним системам обчислювального інтелекту*. У [10, 11, 13] були запропоновані каскадні гібридні системи, що використовують у якості вузлів нео-фаззі нейрони [18 – 20], які володіють не тільки гарними апроксимуючими властивостями, але й дозволяють різко підвищити швидкість налаштування своїх синаптичних ваг. Нео-фаззі-нейрони (NFN) є нелінійної системою з багатьма входами і одним виходом, що реалізує нелінійне відображення

$$\hat{y} = \sum_{i=1}^{n} f_i(x_i),$$

де $x_i - i-$й вхід $(i = 1, 2, \ldots, n)$; $\hat{y}-$ вихід нео-фаззі нейрону.

Структурними блоками нео-фаззі нейрону є нелінійні синапси NS_i, що виконують перетворення $i-$ого вхідного сигналу у вигляді

$$f_i(x_i) = \sum_{l=1}^{h} w_{li}\mu_{li}(x_i),$$

де $w_{li}-$ $l-$а синаптична вага $i-$ого нелінійного синапсу, $l = 1, 2, \ldots h-$ загальна кількість синаптичних ваг та, відповідно, функцій належності $\mu_{li}(x_i)$

у тому ж нелінійному синапсі.

При цьому NS_i реалізує нечітке виведення

$$\text{ЯКЩО } x_i \text{ є } X_{li}, \text{ТОДІ ВИХІД } w_{li},$$

де X_{li} – нечітка множина з функцією належності μ_{li}; w_{li} – *синглтон* (синаптична вага в консеквенті).

Нескладно помітити, що фактично нелінійний синапс реалізує *нечітке виведення Такагі-Сугено* нульового порядку.

Схема j – го $(j = 1, 2, \ldots, q)$ нео-фаззі-нейрону d – го $(d = 1, 2, \ldots, g)$ виходу першого каскаду архітектури може бути записана у вигляді:

$$\begin{cases} \hat{y}_d^{[1]j}(k) = \sum_{i=1}^{n} f_{di}^{[1]j}(x_i(k)) = \sum_{i=1}^{n}\sum_{l=1}^{h} w_{dli}^{[1]j}\mu_{dli}^{[1]j}(x_i(k)), \\ \text{ЯКЩО } x_i(k) \text{ є } X_{li}^{j}, \text{ ТОДІ ВИХІД } w_{dli}^{[1]j}. \end{cases} \tag{1}$$

Автори нео-фаззі-нейрону [18-20] у якості функцій належності використовували традиційні трикутні конструкції, що відповідають умовам *розбиття Руспіні*:

$$\mu_{dli}^{[1]j}(x_i) = \begin{cases} \dfrac{x_i - c_{d,l-1,i}^{[1]j}}{c_{dli}^{[1]j} - c_{d,l-1,i}^{[1]j}}, \text{ якщо } x_i \in \left[c_{d,l-1,i}^{[1]j}, c_{dli}^{[1]j}\right], \\ \dfrac{c_{d,l+1,i}^{[1]j} - x_i}{c_{d,l+1,i}^{[1]j} - c_{dli}^{[1]j}}, \text{ якщо } x_i \in \left[c_{dli}^{[1]j}, c_{d,l+1,i}^{[1]j}\right], \\ 0 \qquad \text{у протилежному випадку,} \end{cases}$$

де $c_{dli}^{[1]j}$ – досить довільно обрані (найчастіше рівномірно розподілені) параметри центрів функцій належності на интервалі $[0,1]$, при цьому $0 \le x_i \le 1$.

Такий вибір функцій належності веде до того, що вхідний сигнал x_i активує тільки дві сусідні функції належності, при цьому їх сума завжди дорівнює одиниці (розбиття Руспіні), тобто

$$\mu_{dli}^{[1]j}(x_i) + \mu_{d,l+1,i}^{[1]j}(x_i) = 1$$

та

$$f_{di}^{[1]j}(x_i) = w_{dli}^{[1]j}\mu_{dli}^{[1]j}(x_i) + w_{d,l+1,i}^{[1]j}\mu_{d,l+1,i}^{[1]j}(x_i).$$

Зауважимо, що в якості функцій належності в нелінійних синапсах можуть використовуватись й інші конструкції, наприклад, сплайни, гармонійні функції, вейвлети, ортогональні функції і т.п. При цьому все одно не можна сказати заздалегідь, яка з функцій забезпечить найкращі результати, а тому ідея використання всіх нейронів пулу, що відрізняються функціями належності або активації, представляється конструктивною.

Аналогічно (1) можна записати вихідні сигнали інших каскадів:
виходи нео-фаззі-нейронів другого каскаду:

$$\hat{y}_d^{[2]j} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{l=1}^{h} w_{dli}^{[2]j}\mu_{dli}^{[2]j}(x_i) + \sum_{d=1}^{g}\sum_{l=1}^{h} w_{dl,n+1}^{[2]j}\mu_{dl,n+1}^{[2]j}\left(\hat{y}_d^{*[1]}\right)\ \forall\ d = 1, 2, \ldots, g;$$

$\vdots$

виходи $m-$го каскаду:

$$\hat{y}_d^{[m]j} = \sum_{i=1}^{n}\sum_{l=1}^{h} w_{dli}^{[m]j}\mu_{dli}^{[m]j}(x_i) + \sum_{d=1}^{g}\sum_{p=n+1}^{n+m-1}\sum_{l=1}^{h} w_{dlp}^{[m]j}\mu_{dlp}^{[m]j}\left(\hat{y}_d^{*[p-n]}\right)\ \forall\ d = 1, 2, \ldots, g.$$

Таким чином, каскадна мережа, яка утворена нео-фаззі-нейронами та складається з m каскадів, містить $gh\left(n + \sum_{p=1}^{m-1} p\right)$ параметрів.

Вводячи до розгляду надалі вектор функцій належності $j-$ого NFN $d-$виходу $m-$ого каскаду:

$$\mu_d^{[m]j}(k) = \left(\mu_{d11}^{[m]j}(x_1(k)), \ldots, \mu_{dh1}^{[m]j}(x_1(k)), \mu_{d12}^{[m]j}(x_2(k)), \ldots, \mu_{dh2}^{[m]j}(x_2(k)), \ldots,\right.$$
$$\mu_{dli}^{[m]j}(x_i(k)), \ldots, \mu_{dhn}^{[m]j}(x_n(k)), \mu_{d1,n+1}^{[m]j}\left(\hat{y}_1^{*[1]}(k)\right), \ldots, \mu_{dh,n+h}^{[m]j}\left(\hat{y}_g^{*[1]}(k)\right), \ldots,$$
$$\left.\mu_{dh,g(n+m-1)}^{[m]j}\left(\hat{y}_g^{*[m-1]}(k)\right)\right)^T$$

та відповідний йому вектор синаптичних ваг

$$w_d^{[m]j} = \left(w_{d11}^{[m]j}, \ldots, w_{dh1}^{[m]j}, w_{d12}^{[m]j}, \ldots, w_{dh2}^{[m]j}, \ldots, w_{dhn}^{[m]j}, w_{d1,n+1}^{[m]j}, \ldots, w_{dh,n+h}^{[m]j}, \ldots, w_{dh,g(n+m-1)}^{[m]j}\right)^T,$$

можна остаточно записати вихідний сигнал у компактній формі:

$$\hat{y}_d^{[m]j}(k) = \left(w_d^{[m]j}\right)^T \mu_d^{[m]j}(k).$$

Оскільки цей сигнал лінійно залежить від синаптичних ваг, для навчання нео-фаззі-нейронів мережі може бути використаний будь-який з методів адаптивної ідентифікації [21 – 23], наприклад, *експоненційно-зважений рекурентний метод найменших квадратів* у формі

$$\begin{cases} w_d^{[m]j}(k+1) = w_d^{[m]j}(k) + \\ + \dfrac{P_d^{[m]j}(k)\left(y^d(k+1) - \left(w_d^{[m]j}(k)\right)^T \mu_d^{[m]j}(k+1)\right)}{\alpha + \left(\mu_d^{[m]j}(k+1)\right)^T P_d^{[m]j}(k)\mu_d^{[m]j}(k+1)}\mu_d^{[m]j}(k+1), \\ P_d^{[m]j}(k+1) = \dfrac{1}{\alpha}\left(P_d^{[m]j}(k) - \dfrac{P_d^{[m]j}(k)\mu_d^{[m]j}(k+1)\left(\mu_d^{[m]j}(k+1)\right)^T P_d^{[m]j}(k)}{\alpha + \left(\mu_d^{[m]j}(k+1)\right)^T P_d^{[m]j}(k)\mu_d^{[m]j}(k+1)}\right). \end{cases} \tag{2}$$

Тут $y^d(k+1)$, $d = 1, 2, \ldots, g-$ зовнішній навчальний сигнал;

$0 < \alpha \le 1 -$ фактор забування.

Або *градієнтний метод навчання*, що відзначається як згладжувальними, так і слідкуючими властивостями [24]

$$\begin{cases} w_d^{[m]j}(k+1) = w_d^{[m]j}(k) + \dfrac{y^d(k+1) - \left(w_d^{[m]j}(k)\right)^T \mu_d^{[m]j}(k+1)}{r_d^{[m]j}(k+1)} \mu_d^{[m]j}(k+1), \\ r_d^{[m]j}(k+1) = \alpha r_d^{[m]j}(k) + \left\|\mu_d^{[m]j}(k+1)\right\|^2, \ 0 \le \alpha \le 1. \end{cases} \quad (3)$$

Архітектура звичайного нео-фаззі-нейрону в якості елемента багатовимірного нейрону $MN_g^{[1]}$ каскадної системи, що описана вище, є надмірною, оскільки вектор вхідних сигналів $x(k)$ (для першого каскаду) подається на однотипні нелінійні синапси $NS_{di}^{[1]j}$ нео-фаззі-нейронів, кожен з яких на своєму виході генерує сигнал $\hat{y}_d^{[1]j}(k), d = 1, 2, \ldots, g$. У результаті компоненти вихідного вектора

$$\hat{y}^{[1]j}(k) = \left(\hat{y}_1^{[1]j}(k), \hat{y}_2^{[1]j}(k), \ldots, \hat{y}_g^{[1]j}(k)\right)^T$$

обчислюються незалежно один від одного. Уникнути цього можна, якщо ввести до розгляду багатовимірний нео-фаззі-нейрон [25], який є модифікацією системи, запропонованої в [26]. Вузлами цієї конструкції є складені нелінійні синапси $MNS_i^{[1]j}$, кожен з яких містить h функцій належності $\mu_{li}^{[1]j}$ та gh настроюваних синаптичних ваг $w_{dli}^{[1]j}$. Отже, багатовимірний нео-фаззі-нейрон першого каскаду містить ghn синаптичних ваг, але тільки hn функцій належності, що в g разів менше, ніж якби каскад був сформований із звичайних нео-фаззі-нейронів.

Вводячи надалі до розгляду $(hn \times 1)-$ вектор функцій належності

$$\mu^{[1]j}(k) = \left(\mu_{11}^{[1]j}(x_1(k)), \mu_{21}^{[1]j}(x_1(k)), \ldots, \mu_{h1}^{[1]j}(x_1(k)), \ldots, \ldots, \mu_{hn}^{[1]j}(x_n(k))\right)^T$$

та $(g \times hn)-$ матрицю синаптичних ваг

$$W^{[1]j} = \begin{pmatrix} w_{111}^{[1]j} & w_{112}^{[1]j} & \cdots & w_{1li}^{[1]j} & \cdots & w_{1hn}^{[1]j} \\ w_{211}^{[1]j} & w_{212}^{[1]j} & \cdots & w_{2li}^{[1]j} & \cdots & w_{2hn}^{[1]j} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots\ \vdots\ \vdots & \\ w_{g11}^{[1]j} & w_{g12}^{[1]j} & \cdots & w_{gli}^{[1]j} & \cdots & w_{ghn}^{[1]j} \end{pmatrix},$$

можна записати сигнал на виході $MN_j^{[1]}$ у $k-$й момент часу в вигляді

$$\hat{y}^{[1]j}(k) = W^{[1]j} \mu^{[1]j}(k).$$

Навчання багатовимірного нео-фаззі-нейрону може бути реалізовано за допомогою матричної модифікації експоненційно-зваженого рекурентного методу найменших квадратів (2) у формі

$$\begin{cases} W^{[1]j}\left(k+1\right)=W^{[1]j}\left(k\right)+\dfrac{\left(y\left(k+1\right)-W^{[1]j}\left(k\right)\mu^{[1]j}\left(k+1\right)\right)\left(\mu^{[1]j}\left(k+1\right)\right)^{T}P^{[1]j}\left(k\right)}{\alpha+\left(\mu^{[1]j}\left(k+1\right)\right)^{T}P^{[1]j}\left(k\right)\mu^{[1]j}\left(k+1\right)}, \\ P^{[1]j}\left(k+1\right)=\dfrac{1}{\alpha}\left(P^{[1]j}\left(k\right)-\dfrac{P^{[1]j}\left(k\right)\mu^{[1]j}\left(k+1\right)\left(\mu^{[1]j}\left(k+1\right)\right)^{T}P^{[1]j}\left(k\right)}{\alpha+\left(\mu^{[1]j}\left(k+1\right)\right)^{T}P^{[1]j}\left(k\right)\mu^{[1]j}\left(k+1\right)}\right), 0<\alpha\le 1 \end{cases}$$

або багатовимірного варіанту методу (3) [27]:

$$\begin{cases} W^{[1]j}\left(k+1\right)=W^{[1]j}\left(k\right)+\dfrac{y\left(k+1\right)-W^{[1]j}\left(k\right)\mu^{[1]j}\left(k+1\right)}{r^{[1]j}\left(k+1\right)}\left(\mu^{[1]j}\left(k+1\right)\right)^{T}, \\ r^{[1]j}\left(k+1\right)=\alpha r^{[1]j}\left(k\right)+\left\|\mu^{[1]j}\left(k+1\right)\right\|^{2},\ 0\le\alpha\le 1, \end{cases}$$

тут $y\left(k+1\right)=\left(y^{1}\left(k+1\right),\ y^{2}\left(k+1\right),\ldots,\ y^{g}\left(k+1\right)\right)^{T}$.

Аналогічним чином проводиться навчання інших каскадів, при цьому вектор функцій належності $m-$го каскаду $\mu^{[m]j}(k+1)$ збільшує свою розмірність на $(m-1)g$ компонент, утворених виходами попередніх каскадів.

Метод оптимізації вихідних сигналів пулу багатовимірних нео-фаззі-нейронів. Вихідні сигнали всіх нейронів $MN_{d}^{[m]}$ пулу кожного каскаду об'єднуються узагальнюючим нейроном $GMN^{[m]}$, вихідні сигнали якого

$$\hat{y}^{*[m]}\left(k\right)=\left(\hat{y}_{1}^{*[m]}\left(k\right),\hat{y}_{2}^{*[m]}\left(k\right),\ldots,\hat{y}_{g}^{*[m]}\left(k\right)\right)^{T}$$

за точністю повинні перевершувати будь-який з сигналів $\hat{y}_{j}^{[m]}(k)$. Розв’язати це завдання можна, скориставшись апаратом *невизначених множників Лагранжа* та *адаптивного багатовимірного узагальненого прогнозування* [28, 29].

Введемо до розгляду вихідний сигнал нейрону $GMN^{[m]}$ у вигляді

$$\hat{y}^{*[m]}\left(k\right)=\sum_{j=1}^{q}c_{j}^{[m]}\hat{y}_{j}^{[m]}\left(k\right)=\hat{y}^{[m]}\left(k\right)c^{[m]},$$

де $\hat{y}^{[m]}\left(k\right)=\left(\hat{y}_{1}^{[m]}\left(k\right),\ \hat{y}_{2}^{[m]}\left(k\right),\ldots,\ \hat{y}_{q}^{[m]}\left(k\right)\right)-\left(g\times q\right)$

– матриця, $c^{[m]}-(q\times 1)-$ вектор коефіцієнтів узагальнення, що відповідають умовам незміщеності

$$\sum\nolimits_{j=1}^{q}c_{j}^{[m]}=E^{T}c^{[m]}=1,\ \ E=\left(1,1,\ldots,1\right)^{T}$$

$-(q\times 1)-$ вектор, утворений одиницями.

Вводячи критерій навчання

$$E^{[m]}(k)=\sum_{\tau=1}^{k}\left\|y(\tau)-\hat{y}^{[m]}(\tau)c^{[m]}\right\|^2=Tr\left(\left(Y(k)-\hat{Y}^{[m]}(k)I\otimes c^{[m]}\right)^T\times\right.$$
$$\left.\times\left(Y(k)-\hat{Y}^{[m]}(k)I\otimes c^{[m]}\right)\right)$$

де $Y(k)=\left(y^T(1),\,y^T(2),\ldots,\,y^T(k)\right)^T-(k\times s)-$ матриця спостережень;

$$\hat{Y}^{[m]}(k)=\begin{pmatrix}\hat{y}_1^{[m]T}(1) & \hat{y}_2^{[m]T}(1) & \cdots & \hat{y}_q^{[m]T}(1)\\ \hat{y}_1^{[m]T}(2) & \hat{y}_2^{[m]T}(2) & \cdots & \hat{y}_q^{[m]T}(2)\\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots\\ \hat{y}_1^{[m]T}(k) & \hat{y}_2^{[m]T}(k) & \cdots & \hat{y}_q^{[m]T}(k)\end{pmatrix}-(k\times gq)-\text{матриця},$$

$I-$ одинична $(g\times g)-$ матриця, $\otimes-$ символ тензорного добутку), з урахуванням обмежень (6) запишемо *функцію Лагранжа*

$$L^{[m]}(k)=E^{[m]}(k)+\lambda\left(E^Tc^{[m]}-1\right)=\sum_{\tau=1}^{k}\left\|y(\tau)-\hat{y}^{[m]}(\tau)c^{[m]}\right\|^2+\lambda\left(E^Tc^{[m]}-1\right)=$$
$$=Tr\left(\left(Y(k)-\hat{Y}^{[m]}(k)I\otimes c^{[m]}\right)^T\cdot\left(Y(k)-\hat{Y}^{[m]}(k)I\otimes c^{[m]}\right)\right)+\lambda\left(E^Tc^{[m]}-1\right)=$$
$$=Tr\left(V^{[m]T}(k)V^{[m]}(k)\right)+\lambda\left(E^Tc^{[m]}-1\right),$$

$V^{[m]}(k)=Y(k)-\hat{Y}^{[m]}(k)I\otimes c^{[m]}-(k\times g)-$ матриця оновлень.

Розв’язання системи *рівнянь Каруша-Куна-Таккера*

$$\begin{cases}\nabla_{c^{[m]}}L^{[m]}(k)=\vec{0},\\ \dfrac{\partial L^{[m]}(k)}{\partial\lambda}=0\end{cases}$$

призводить до очевидного результату

$$\begin{cases}c^{[m]}=\left(R^{[m]}(k)\right)^{-1}E\left(E^T\left(R^{[m]}(k)\right)^{-1}E\right)^{-1},\\ \lambda=-2E^T\left(R^{[m]}(k)\right)^{-1}E,\end{cases}$$

де $R^{[m]}(k)=V^{[m]T}(k)V^{[m]}(k)$.

Таким чином, можна організувати оптимальне об'єднання виходів усіх нейронів пулу кожного каскаду. Зрозуміло, що в якості таких нейронів можуть використовуватися не тільки багатовимірні нео-фаззі-нейрони, але й будь-які інші конструкції, що реалізують нелінійне відображення $R^{n+(m-1)g}\to R^g$.

Висновки. У статті запропоновано архітектуру та методи навчання багатовимірної гібридної каскадної нейронної мережі з оптимізацією пулу нейронів у кожному каскаді, що відрізняються від відомих каскадних систем обчислювального інтелекту можливістю обробки багатовимірних часових рядів в online-режимі, що дає можливість обробляти нестаціонарні стохастичні та хаотичні сигнали нелінійних об'єктів з необхідною точністю. У порівнянні зі своїми прототипами запропонована система відрізняється обчислювальною простотою і відзначається як слідкуючими, так і фільтруючими властивостями.

Список літератури: **1.** *Cichocki A.* Neural Networks for Optimization and Signal Processing / *A. Cichocki, R. Unbehauen.* – Stuttgart: Teubner, 1993. – 526 p. **2.** *Haykin S.* Neural Networks. A Comprehensive Foundation / *S. Haykin.* – Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 1999. – 842 p. **3.** *Kasabov N.* Evolving Connectionist Systems / *N. Kasabov.* – London: Springer-Verlag, 2003. – 307 p. **4.** *Lughofer E.* Evolving Fuzzy Systems – Methodologies, Advanced Concepts and Applications / *E. Lughofer.* – Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. – 454 p. **5.** *Fahlman S. E.* / The cascade-correlation learning architecture / *S. E. Fahlman, C. Lebiere* // Advances in Neural Information Processing Systems / Ed. by *D. S. Touretzky.* – San Mateo, CA: Morgan Kaufman, 1990. – P. 524 – 532. **6.** *Prechelt L.* Investigation of the CasCor family of learning algorithms / *L. Prechelt* // Neural Networks. – 1997. – 10. – P. 885 – 896. **7.** *Schalkoff R. J.* / Artificial Neural Networks / *R. J. Schalkoff.* – N.Y.: The McGraw-Hill Comp., 1997. – 528 p. **8.** *Avedjan E. D.* Cascade neural networks / *E. D. Avedjan, G. V. Barkan, I. K. Levin* // Avtomatika i telemekhanika. – 1999. – №3. – C. 38 – 55. **9.** *Bodyanskiy Ye.* The cascaded orthogonal neural network / *Ye. Bodyanskiy, A. Dolotov, I. Pliss, Ye. Viktorov* // Information Science and Computing / Eds. by *K. Markov, K. Ivanova, I. Mitov.* – Sofia, Bulgaria: FOI ITHEA. – 2008. – Vol. 2. – P. 13 – 20. **10.** *Bodyanskiy Ye.* The cascaded neo-fuzzy architecture and its on-line learning algorithm / *Ye. Bodyanskiy, Ye. Viktorov* // Intelligent Processing / Eds. by *K. Markov, P. Stanchev, K. Ivanova, I. Mitov.* – 9. – Sofia: FOI ITHEA, 2009. – P. 110 – 116. **11.** *Bodyanskiy Ye.* The cascaded neo-fuzzy architecture using cubic-spline activation functions / *Ye. Bodyanskiy, Ye. Viktorov* // Int. J. "Information Theories and Applications". – 2009. – 16. – №3. – P. 245 – 259. **12.** *Bodyanskiy Ye.* The cascade growing neural network using quadratic neurons and its learning algorithms for on-line information processing / *Ye. Bodyanskiy, Ye. Viktorov, I. Pliss* // Intelligent Information and Engineering Systems / Eds. by *G. Setlak, K. Markov.* – 13. – Rzeszov-Sofia: FOI ITHEA, 2009. – P. 27 – 34. **13.** *Kolodyazhniy V.* Cascaded multi-resolution spline-based fuzzy neural network / *V. Kolodyazhniy, Ye. Bodyanskiy* // Proc. Int. Symp. on Evolving Intelligent Systems / Eds. by *P. Angelov, D. Filev, N. Kasabov.* – Leicester, UK: De Montfort University, 2010. – P. 26 – 29. **14.** *Bodyanskiy Ye.* Cascaded GMDH-wavelet-neuro-fuzzy network / *Ye. Bodyanskiy, O. Vynokurova, N. Teslenko* // Proc 4th Int. Workshop on Inductive Modelling "IWIM 2011". – Kyiv, 2011. – P. 22 – 30. **15.** *Bodyanskiy Ye.* Hybrid cascaded neural network based on wavelet-neuron / *Ye. Bodyanskiy, O. Kharchenko, O. Vynokurova* // Int. J. Information Theories and Applications. – 2011. – 18. –№4. – P. 335 – 343. **16.** *Bodyanskiy Ye.* Evolving cascaded neural network based on multidimensional Epanechnikov's kernels and its learning algorithm / *Ye. Bodyanskiy, P. Grimm, N. Teslenko* // Int. J. Information Technologies and Knowledge. – 2011. – 5. – №1. – P. 25 – 30. **17.** *Yamakawa T.* A neo fuzzy neuron and its applications to system identification and prediction of the system behavior / *T. Yamakawa, E. Uchino, T. Miki, H. Kusanagi* // Proc. 2nd Int. Conf. on Fuzzy Logic and Neural Networks "IIZUKA-92". – Iizuka, Japan, 1992. – P. 477 – 483. **18.** *Uchino E.* Soft computing based signal prediction, restoration and filtering / *E. Uchino, T. Yamakawa* // Intelligent Hybrid Systems: Fuzzy Logic, Neural Networks and Genetic Algorithms / Ed. by *Da Ruan.* – Boston: Kluwer Academic Publisher, 1997. – P. 331 – 349. **19.** *Miki T.* / Analog implementation of neo-fuzzy neuron and its on-board learning / *T. Miki, T. Yamakawa* // Computational Intelligence and Applications / Ed. by *N. E. Mastorakis.* – Piraeus: WSES Press, 1999. – P. 144 – 149.

Bibliography (transliterated): **1.** Cichocki, A., and R. Unbehauen. *Neural Networks for Optimization and Signal Processing*. Stuttgart: Teubner, 1993. Print. **2.** Haykin, S. *Neural Networks. A Comprehensive Foundation*. Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 1999. Print. **3.** Kasabov, N. *Evolving Connectionist Systems*. London: Springer-Verlag, 2003. Print. **4.** Lughofer, E. *Evolving Fuzzy Systems – Methodologies, Advanced Concepts and Applications*. Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2011. Print. **5.** Fahlman, S. E., and C. Lebiere. "The cascade-correlation learning architecture." *Advances in Neural Information Processing Systems*. Ed. by D. S. Touretzky. San Mateo, CA: Morgan Kaufman, 1990. 524–532. Print. **6.** Prechelt, L. "Investigation of the CasCor family of learning algorithms." *Neural Networks*. No. 10. 1997. 885–896. Print. **7.** Schalkoff, R. J. "Artificial Neural Networks." N.Y.: The McGraw-Hill Comp., 1997. Print. **8.** Avedjan, E. D., G. V. Barkan and I. K. Levin. "Cascade neural networks." *Avtomatika i telemekhanika*. No. 3. 1999. 38–55. Print. **9.** Bodyanskiy, Ye., et al. "The cascaded orthogonal neural network." *Information Science and Computing*. Eds. by K. Markov, K. Ivanova, I. Mitov. Vol. 2. Sofia, Bulgaria: FOI ITHEA, 2008. 13–20. Print. **10.** Bodyanskiy, Ye., and Ye. Viktorov. "The cascaded neo-fuzzy architecture and its on-line learning algorithm." *Intelligent Processing*. Eds. by K. Markov, P. Stanchev, K. Ivanova, I. Mitov. No. 9. Sofia: FOI ITHEA, 2009. 110–116. Print. **11.** Bodyanskiy, Ye., and Ye. Viktorov. "The cascaded neo-fuzzy architecture using cubic-spline activation functions." *Int. J. "Information Theories and Applications"*. Vol. 16. No. 3. 2009. 245–259. Print. **12.** Bodyanskiy, Ye., Ye. Viktorov and I. Pliss. "The cascade growing neural network using quadratic neurons and its learning algorithms for on-line information processing." *Intelligent Information and Engineering Systems*. Eds. by G. Setlak, K. Markov. No. 13. Rzeszov-Sofia: FOI ITHEA, 2009. 27–34. Print. **13.** Kolodyazhniy, V., and Ye. Bodyanskiy. "Cascaded multi-resolution spline-based fuzzy neural network." *Proc. Int. Symp. on Evolving Intelligent Systems*. Eds. by P. Angelov, D. Filev, N. Kasabov. Leicester, UK: De Montfort University, 2010. 26–29. Print. **14.** Bodyanskiy, Ye., O. Vynokurova and N. Teslenko. "Cascaded GMDH-wavelet-neuro-fuzzy network." *Proc 4th Int. Workshop on Inductive Modelling "IWIM 2011"*. Kyiv, 2011. 22–30. Print. **15.** Bodyanskiy, Ye., O. Kharchenko and O. Vynokurova. "Hybrid cascaded neural network based on wavelet-neuron." *Int. J. Information Theories and Applications*. Vol. 18. No. 4. 2011. 335–343. Print. **16.** Bodyanskiy, Ye., P. Grimm and N. Teslenko. "Evolving cascaded neural network based on multidimensional Epanechnikov's kernels and its learning algorithm." *Int. J. Information Technologies and Knowledge*. Vol. 5. No. 1. 2011. 25–30. Print. **17.** Yamakawa, T., et al. "A neo fuzzy neuron and its applications to system identification and prediction of the system behavior." *Proc. 2nd Int. Conf. on Fuzzy Logic and Neural Networks "IIZUKA-92"*. Iizuka, Japan, 1992. 477–483. Print. **18.** Uchino, E., and T. Yamakawa. "Soft computing based signal prediction, restoration and filtering." *Intelligent Hybrid Systems: Fuzzy Logic, Neural Networks and Genetic Algorithms*. Ed. by Da Ruan. Boston: Kluwer Academic Publisher, 1997. 331–349. Print. **19.** Miki, T., and T. Yamakawa. "Analog implementation of neo-fuzzy neuron and its on-board learning." *Computational Intelligence and Applications*. Ed. by N. E. Mastorakis. Piraeus: WSES Press, 1999. 144–149. Print.

Надійшла (received) 28.03.2014

УДК 74.580.25: 531.8(045/046)

Е.О. ВЛАДІМІРОВ, канд. техн. наук, доц., ННППІ УІПА, Артемівськ;
Д.В. ГАВВА, зав. лаб., ННППІ УІПА, Артемівськ;
П.О. ЧИКУНОВ, ст. викл., ННППІ УІПА, Артемівськ

РОЗКРИТТЯ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ КІНЕМАТИКИ ГРАФІЧНИМ СПОСОБОМ ПРИ ВИВЧЕННІ КУРСУ ТЕОРІЇ МЕХАНІЗМІВ ТА МАШИН