УДК 0004.04

***В. О. ГОРОХОВАТСЬКИЙ, О. П. ТАРАСЕНКО, С. М. ТРОХИМЧУК***

# ЗАСТОСУВАННЯ ЛОГІЧНИХ ФОРМ ФУНКЦІЙ ВИБОРУ У ЗАДАЧАХ РОЗПІЗНАВАННЯ ОБРАЗІВ

У дослідженні вивчається і теоретично обгрунтована можливість застосування апарату логічних форм вибору, що використовується у теорії прийняття рішень, для бінарного подання атрибутів зображень задля скорочення розмірності простору та уніфікації образів. Для цього задіяна методика логічного проектування атрибутів зображення на множину логічних функцій фіксованого виду. Уніфікація вектору атрибутів сприяє стисненню даних. Розвинутий підхід демонструє зв'язок між теоріями прийняття рішень та розпізнавання образів. Наведені конкретні практичні приклади застосування логічних функцій вибору підтверджують працездатність сумісного впровадження цих теорій.

**Ключові слова:** логічні форми, функції вибору, розпізнавання образів, образ.

***В. А. ГОРОХОВАТСКИЙ, А. П. ТАРАСЕНКО, С. Н. ТРОХИМЧУК***

## ПРИМЕНЕНИЕ ЛОГИЧЕСКИХ ФОРМ ФУНКЦИЙ ВЫБОРА В ЗАДАЧАХ РАСПОЗНАВАНИЯ ОБРАЗОВ

В исследовании изучена и теоретически обоснована возможность применения аппарата логических форм выбора, которые используются в теории принятия решений, для бинарного представления атрибутов изображений с целью уменьшения размерностей и унификации образов. Для этого была задействована методика логического проецирования атрибутов изображения на множество логических функций специального вида. Это представляет собой новый подход при унификации конечного вектора атрибутов, что ведет к значительному уменьшению размера вектора атрибутов. Данный подход показывает связь между теорией принятия решений и теорией распознавания образов. Приведенные конкретные практические примеры применения логических функций выбора подтверждают дееспособность совместного внедрения этих теорий.

**Ключевые слова:** логические формы, функции выбора, распознавания образов, образ.

***V. O. GOROKHOVATSKYI, O. P. TARASENKO, S. M. TROKHYMCHUK***

## APPLICATION OF LOGIC FORMS OF CHOICE FUNCTIONS IN TASKS OF RECOGNITION OF PATTERNS

The study examined and theoretically substantiated the possibility of using the apparatus of logical forms of choice, which are used in decision theory, for binary representation of image attributes in order to reduce dimensions and unify images. To do this, we used the methodology of logical projection of image attributes onto a set of logical functions of a special kind. This represents a new approach to unification of the final attribute vector, which leads to a significant reduction in the size of the attribute vector. This approach shows the relationship between decision theory and pattern recognition theory. The given specific practical examples of the application of choice logical functions confirm the viability of the joint implementation of these theories.

**Key words:** logical forms, functions of the choice, recognitions of images, image.

**Вступ.** У *системах комп'ютерного зору* набули популярності та практичного застосування *методи розпізнавання візуальних об'єктів*, що засновані на локальних прикметах зображення. Такі методи базуються на визначенні *множини ключових точок (КТ)* та їх описі у вигляді *числового* чи *бінарного вектора – дескриптора*, що відображає вміст множини *локальних околиць* КТ зображення [1 – 6, 8 – 10, 11]. Значення вектора дескриптора інваріантне стосовно групи геометричних перетворень візуальних об'єктів на зображенні (зміщення, поворот, масштабування), а кількість утворених дескрипторів, що формують опис, повинна бути достатньою для прийняття результативного рішення відносно розрізнення розпізнаваних об'єктів [11].

У роботі [1] запропоновано новітній *метод ORB* (*Oriented FAST and Rotated BRIEF*), який є модифікованою комбінацією *методу FAST* (*Features from Accelerated Test*) [4] для виявлення КТ та визначенням дескриптора у вигляді бінарного рядка за *методом BRIEF* (*Binary Robust Independent Elementary Features*) [5]. Метод FAST – один з найбільш поширених сучасних детекторів КТ.

Метод ORB використовує модифікацію FAST–9 (параметр радіусу аналізованого кола з пікселів дорівнює 9) для виявлення потенційних ключових точок, далі уточнюється їх множина за *детектором кутів Harris* та обчислюється орієнтація і їх дескриптори з використанням BRIEF. Бінарний вектор дескриптора визначається шляхом порівняння значень яскравості пар точок всередині квадратного вікна, що центроване відносно координат КТ та узгоджено з її орієнтацією [1, 6].

Метод ORB менш вимогливий до обчислювальних ресурсів у порівнянні з іншими. Виграш у швидкості обчислень пояснюється простою процедурою побудови дескрипторів. ORB дає за результатами тестування помітний виграш у швидкодії при порівняльній або кращій точності, ніж SIFT та SURF [6, 11].

На рис. 1 показано вигляд дескриптора ORB, де одиниця позначена чорним кольором, а нуль – білим.


Рис. 1 – Бінарний дескриптор ORB.

Зважаючи на бінарний вид дескрипторів ORB, є можливість для побудови результативних правил класифікації, які ґрунтуються виключно на обробленні бінарних даних.

У зв'язку з поширенням бінарного оброблення інформації у системах розпізнавання виникає необхідність цілеспрямованої трансформації аналізованих даних з метою їх уніфікованого стисненого подання.

Математичний апарат *логічних форм функцій вибору* (*ЛФФВ*) ефективно використовують у прикладних задачах *теорії прийняття рішень* [7]. Зважаючи на те, що розпізнавання бінарних образів, як правило, зводиться до прийняття класифікаційних рішень про належність якогось образу до одного із з класів [8], апарат ЛФФВ може бути безпосередньо застосований для визначення релевантності образів об'єкта та еталонів [10 – 11].

**Мета роботи.** Актуальним на сьогодні є вивчення можливостей ЛФФВ для розпізнавання цифрових зображень, де завдяки сучасним методам та програмним засобам для формування детекторів ключових точок вдалося побудувати ефективні формальні процедури, де образ розпізнаваного об'єкта має вид множини бінарних векторів [9]. При цьому класифікація зводиться до визначення ступеня релевантності двох множин таких векторів [11], що є безпосереднім предметом для застосування апарату ЛФФВ.

Актуальною також у структурних методах розпізнавання є задача встановлення належності заданій множині бінарних векторів деякого аналізованого вектора, що входить до складу ознак розпізнаваного об'єкту [8]. За кількістю виявлених еквівалентних ознак образів визначається належність об'єкту до визначеного класу.

**Суть застосування апарату ЛФФВ.** Апарат ЛФФВ оперує бінарними векторами $\beta(X)$ розмірності $n$, які визначаються наступним чином [7]:

$$\beta(X) = <\beta_1(X), \beta_2(X), ..., \beta_n(X)>, \text{ де } \beta_i(X) = \begin{cases} 1, \text{ якщо } x_i \in X; \\ 0, \text{ якщо } x_i \notin X, \end{cases}$$

де $X \subseteq \Omega$ – підмножина заданої множини елементів, $\Omega = \{x_1, ..., x_n\}$.

У теорії ЛФФВ застосовано взаємно-однозначну відповідність між векторами $\beta(X)$ та усякими підмножинами $X$ елементів із $\Omega$. Так, *повній множині* $\Omega$ відповідає вектор $\beta(\Omega) = <1, 1, ..., 1>$, а *пустій множині* $\varnothing$ – вектор $\beta(\varnothing) = <0, 0, ..., 0>$.

На підмножині $X$ множини $\Omega$ задана функція вибору $C$, яка у відповідності до деякого критерію вибирає елементи, що належать підмножині $X$ [1]. Вона задовольняє умові $C(X) \subseteq \Omega$ і теж формує бінарний вектор, компоненти якого вказують на належність чи відсутність елементів із $\Omega$. Важливо те, що ці критерії можуть бути як *формалізованими*, так і *неформалізованими*, що значно розширює коло можливостей.

Розглянемо *сімейство булевих функцій* від $n-1$ змінних

$$f_1(\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_{n-1}), \ \ldots, \ f_n(\gamma_1, \gamma_2, ..., \gamma_{n-1}),$$

які складають основу ЛФФВ, однозначно характеризують функцію вибору та побудовані наступним чином:

$$\beta_i(X) \wedge f_i(\beta(X)) = 1 \Leftrightarrow x_i \in C(X), \tag{1}$$

де

$$f_i(\beta) = f_i(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_{i-1}, \beta_{i+1}, ..., \beta_n), \quad i \neq 1, n; \quad f_1(\beta) = f_1(\beta_2, \beta_3, ..., \beta_i, \beta_{i+1}, ..., \beta_n);$$
$$f_n(\beta) = f_n(\beta_1, \beta_2, ..., \beta_i, \beta_{i+1}, ..., \beta_{n-1}). \tag{2}$$

Треба зазначити, що вираз (1) еквівалентний $\beta_i(X) \wedge f_i(\beta(X)) = 1 \Leftrightarrow x_i \in C(X) = \beta_i(C(X))$, $i \neq 1, n$.

Тобто $\beta_i$ відповідає за належність елемента, а $f_i(\beta(X))$ – за належність до функції вибору. У теорії ЛФФВ встановлено взаємозв'язок функцій через логічну операцію «І».

З урахуванням визначення *бета–функції* можна стверджувати, що це відповідає наступному виразу:

$$\beta_i(X) = \beta_i(C(X)). \tag{3}$$

Існує твердження, що, якщо задано будь-яке сімейство бульових функцій $< f_1, f_2, ..., f_n >$ від $n-1$ змінних, то (1) та (2) однозначно визначають функцію вибору $C$. Вона співпадає з існуючим сімейством $< f_1, f_2$, ..., $f_n >$. Таким чином, визначення функції вибору еквівалентно визначенню ЛФФВ (С) [1].

Таким чином, можна зробити висновок, що запропоновано перехід від неформального опису функцій вибору до формального представлення у вигляді аналітичного опису.

**Приклад побудови функції вибору.** Розглянемо демонстраційний приклад такого перетворення. Хай наступним чином задано $\Omega = \{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ та функцію вибору $C$, яка не має аналітичного опису:

$$C(x_i) = x_i \ ; \quad C(x_i, x_j) = x_k, \text{ де } k = \min\{i, j\}; \ C(x_i, x_j, x_k) = \{x_i, x_j, x_k\} \setminus x_r, \text{ де } r = \max\{i, j, k\};$$

символ $\setminus$ – означає не належність елементу множини.

Побудуємо аналітичний опис для $C$ у вигляді набору ЛФФВ.

Для цього розглянемо табл. 1, за допомогою якої та (1), будемо мати таблиці, які задають $f_1,\ f_2,\ f_3,\ f_4$ (табл. 2) на підставі (3). Значення $f_1,\ f_2,\ f_3,\ f_4$ формуються з розгляду табл. 1, де на всій множині значень $\beta(X)$ та $\beta(C(X))$ у відповідних позиціях $\beta_i$ повинна бути 1, а решта комбінацій дорівнює 0.

Таблиця 1 – формування векторів $\beta(X)$ та $\beta(C(X))$

| $X$ | $C(X)$ | $\beta(X)$ | $\beta(C(X))$ |
|---|---|---|---|
| $x_1$ | $x_1$ | $\langle 1000\rangle$ | $\langle 1000\rangle$ |
| $x_2$ | $x_2$ | $\langle 0100\rangle$ | $\langle 0100\rangle$ |
| $x_3$ | $x_3$ | $\langle 0010\rangle$ | $\langle 0010\rangle$ |
| $x_4$ | $x_4$ | $\langle 0001\rangle$ | $\langle 0001\rangle$ |
| $x_1, x_2$ | $x_1$ | $\langle 1100\rangle$ | $\langle 1000\rangle$ |
| $x_1, x_3$ | $x_1$ | $\langle 1010\rangle$ | $\langle 1000\rangle$ |
| $x_1, x_4$ | $x_1$ | $\langle 1001\rangle$ | $\langle 1000\rangle$ |
| $x_2, x_3$ | $x_2$ | $\langle 0110\rangle$ | $\langle 0100\rangle$ |
| $x_2, x_4$ | $x_2$ | $\langle 0101\rangle$ | $\langle 0100\rangle$ |
| $x_3, x_4$ | $x_3$ | $\langle 0011\rangle$ | $\langle 0010\rangle$ |
| $x_1, x_2, x_3$ | $x_1, x_2$ | $\langle 1110\rangle$ | $\langle 1100\rangle$ |
| $x_1, x_2, x_4$ | $x_1, x_2$ | $\langle 1101\rangle$ | $\langle 1100\rangle$ |
| $x_1, x_3, x_4$ | $x_1, x_3$ | $\langle 1011\rangle$ | $\langle 1010\rangle$ |
| $x_2, x_3, x_4$ | $x_2, x_3$ | $\langle 0111\rangle$ | $\langle 0110\rangle$ |
| $x_1, x_2, x_3, x_4$ | $x_1$ | $\langle 1111\rangle$ | $\langle 1000\rangle$ |

Таблиця 2 – формування функцій $f_1,\ f_2,\ f_3,\ f_4$

| $\beta_2$ | $\beta_3$ | $\beta_4$ | $f_1$ | $\beta_1$ | $\beta_3$ | $\beta_4$ | $f_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_4$ | $f_3$ | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_4$ | $f_4$ |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Використовуючи табл. 2 та розклад функцій у *завершену диз'юнктивну нормальну форм*у *(ЗДНФ)*, маємо:

$$f_1(\beta_2, \beta_3, \beta_4) \equiv 1;$$

$$f_2(\beta_1, \beta_3, \beta_4) = \overline{\beta}_1 \vee \beta_1\left(\overline{\beta}_3\beta_4 \vee \beta_3\overline{\beta_4}\right);$$

$$f_3(\beta_1, \beta_2, \beta_4) = \overline{\beta}_1\overline{\beta_2} \vee \beta_4\left(\overline{\beta}_2\beta_1 \vee \beta_2\overline{\beta}_1\right);$$

$$f_4(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = \overline{\beta}_1\overline{\beta_2}\overline{\beta_3}.$$

Ці функції отримані із таблиць та мають аналітичний опис і, що важливо, однозначно відповідають нашому початковому неформальному опису функції вибору $C$. Таким чином, маємо ЛФФВ $(C) = \langle f_1,\ f_2,\ f_3,\ f_4\rangle$.

Для $f_1$, $f_4$ ЗДНФ є цілком зрозумілими, а ось для $f_2$, $f_3$ – ні. Покажемо, який вигляд повинні мати $f_2$, $f_3$.

У тих рядках, де функція $f_2$ має значення 1 (їх усього 6), будемо відповідні змінні об’єднувати операцією кон’юнкції:

$$f_2(\beta_1, \beta_3, \beta_4) = \overline{\beta_1}\,\overline{\beta_3}\,\overline{\beta_4} \vee \overline{\beta_1}\beta_3\overline{\beta_4} \vee \overline{\beta_1}\beta_3\beta_4 \vee \beta_1\overline{\beta_3}\beta_4 \vee \beta_1\beta_3\overline{\beta_4} = \overline{\beta_1}\,\overline{\beta_3}\left(\overline{\beta_4} \vee \beta_4\right) \vee \overline{\beta_1}\beta_3\left(\overline{\beta_4} \vee \beta_4\right) \vee \beta_1\overline{\beta_3}\beta_4 \vee \beta_1\beta_3\overline{\beta_4} =$$

$$= \overline{\beta_1}\;\overline{\beta_3} \vee \overline{\beta_1}\beta_3 \vee \beta_1\overline{\beta_3}\beta_4 \vee \beta_1\beta_3\overline{\beta_4} = \overline{\beta_1}\left(\overline{\beta_3} \vee \beta_3\right) \vee \beta_1\overline{\beta_3}\beta_4 \vee \beta_1\beta_3\overline{\beta_4} = \overline{\beta_1} \vee \beta_1\left(\overline{\beta_3}\beta_4 \vee \beta_3\overline{\beta_4}\right);$$

$$f_3(\beta_1, \beta_2, \beta_4) = \overline{\beta_1}\,\overline{\beta_2}\,\overline{\beta_4} \vee \overline{\beta_1}\,\overline{\beta_2}\beta_4 \vee \beta_4\overline{\beta_1}\beta_2 \vee \beta_4\overline{\beta_2}\beta_1 = \overline{\beta_1}\,\overline{\beta_2}\left(\overline{\beta_4} \vee \beta_4\right) \vee \beta_4\left(\overline{\beta_1}\beta_2 \vee \overline{\beta_2}\beta_1\right) =$$

$$= \overline{\beta_1}\,\overline{\beta_2} \vee \beta_4\left(\overline{\beta_1}\beta_2 \vee \overline{\beta_2}\beta_1\right).$$

Таким чином, побудували сімейство ЛФФВ $(C)$. Існує і зворотна процедура визначення $C(X)$ по її ЛФФВ $(C)$, що дозволяє зробити рівень абстракції у представленні образів ще більш суттєвим.

При розпізнаванні образів дуже часто об’єкти перетворюються у бінарні вектори великого розміру за допомогою спеціальних процедур-детекторів (наприклад, ORB) та визначенням характерних точок. Інформація про їхні властивості закладена у цих бінарних векторах.

**Застосування функцій вибору.** Наведемо приклад, який висвітлює основні практичні моменти використання ЛФФВ у задачах розпізнавання образів.

Нехай маємо 2 бінарних вектора-еталона

$$X^1 = \{00\,01\,01\} \quad \text{та} \quad X^2 = \{11\,10\,10\,00\}.$$

У загальному випадку розмір цих векторів може бути різний, як у нашому прикладі. Але компоненти цих векторів складаються з наступних комбінацій, які можуть бути початковими, тобто базовими, елементами множини:

$$\Omega = \{00, 01, 10, 11\} \quad \text{або} \quad \Omega = \{x_1, x_2, x_3, x_4\},$$

де, відповідно, $x_1 = 00$, $x_2 = 01$, $x_3 = 10$, $x_4 = 11$.

Тепер з урахуванням базових елементів вектори $X^1$, $X^2$ мають наступний вигляд:

$$X^1 = \{x_1, x_2, x_2\} \quad \text{та} \quad X^2 = \{x_4, x_3, x_3, x_1\}.$$

Треба зазначити, що у якості базових елементів можуть виступати будь-які комбінації. Але треба дотримуватися компромісу між кількістю та інформативністю цих елементів.

Припустимо, що для вектора $X^1$ нас задовольняє функція вибору $C(X^1)$, яка містить 2 підмножини $X^1$. Це $\{x_1, x_2\}$ та $\{x_2\}$. А для вектора $X^2$ нас задовольняє функція вибору $C(X^2)$, яка містить теж 2 підмножини $X^2$. Це $\{x_1, x_3, x_4\}$ та $\{x_3\}$.

Побудуємо тепер для них ЛФФВ. Необхідні дані помістимо у табл. 3.

Таблиця 3 – формування векторів $\beta(C(X^1))$ та $\beta(C(X^2))$

| $X$ | $C(X^1)$ | $C(X^2)$ | $\beta(X)$ | $\beta(C(X^1))$ | $\beta(C(X^2))$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | $\varnothing$ | $\varnothing$ | $\langle 1000 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ |
| $x_2$ | $x_2$ | $\varnothing$ | $\langle 0100 \rangle$ | $\langle 0100 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ |
| $x_3$ | $\varnothing$ | $x_3$ | $\langle 0010 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ | $\langle 0010 \rangle$ |
| $x_4$ | $\varnothing$ | $\varnothing$ | $\langle 0001 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ |
| $x_1, x_2$ | $x_1, x_2$ | $\varnothing$ | $\langle 1100 \rangle$ | $\langle 1100 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ |
| $x_1, x_3$ | $\varnothing$ | $\varnothing$ | $\langle 1010 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ |
| $x_1, x_4$ | $\varnothing$ | $\varnothing$ | $\langle 1001 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ |
| $x_2, x_3$ | $\varnothing$ | $\varnothing$ | $\langle 0110 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ |
| $x_2, x_4$ | $\varnothing$ | $\varnothing$ | $\langle 0101 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ |
| $x_3, x_4$ | $\varnothing$ | $\varnothing$ | $\langle 0011 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ |
| $x_1, x_2, x_3$ | $\varnothing$ | $\varnothing$ | $\langle 1110 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ |
| $x_1, x_2, x_4$ | $\varnothing$ | $\varnothing$ | $\langle 1101 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ |
| $x_1, x_3, x_4$ | $\varnothing$ | $x_1, x_3, x_4$ | $\langle 1011 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ | $\langle 1011 \rangle$ |
| $x_2, x_3, x_4$ | $\varnothing$ | $\varnothing$ | $\langle 0111 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ |
| $x_1, x_2, x_3, x_4$ | $\varnothing$ | $\varnothing$ | $\langle 1111 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ | $\langle 0000 \rangle$ |

де $\varnothing$ – порожній елемент множини.

Слід відзначити, що ЛФФВ для кожної функції вибору буде складатися з 4-х логічних функцій, тобто

$$\text{ЛФФВ } (C) = \langle f_1,\, f_2,\, f_3,\, f_4 \rangle .$$

Але для цього слід створити табл. 4 та 5, які аналогічні табл. 2.

Табл. 4 призначена для ЛФФВ $\left(C\left(X^1\right)\right)$, а табл. 5 – для ЛФФВ $\left(C\left(X^2\right)\right)$.

Таблиця 4 – формування ЛФФВ $\left(C\left(X^1\right)\right)$

| $\beta_2$ | $\beta_3$ | $\beta_4$ | $f_1$ | $\beta_1$ | $\beta_3$ | $\beta_4$ | $f_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_4$ | $f_3$ | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_4$ | $f_4$ |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Таблиця 5 – формування ЛФФВ $\left(C\left(X^2\right)\right)$

| $\beta_2$ | $\beta_3$ | $\beta_4$ | $f_1$ | $\beta_1$ | $\beta_3$ | $\beta_4$ | $f_2$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_4$ | $f_3$ | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_4$ | $f_4$ |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
| 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 |

Таким чином, виходячи з побудови ЗДНФ для цих функцій маємо:

– ЛФФВ$\left(C\left(X^1\right)\right)$:

$$\begin{cases} f_1(\beta_2, \beta_3, \beta_4) = \beta_2 \overline{\beta_3}\,\overline{\beta_4}; \\ f_2(\beta_1, \beta_3, \beta_4) = \overline{\beta_1}\,\overline{\beta_3}\,\overline{\beta_4} \vee \beta_1 \overline{\beta_3}\,\overline{\beta_4} = \overline{\beta_3}\,\overline{\beta_4}\left(\overline{\beta_1} \vee \beta_1\right) = \overline{\beta_3}\,\overline{\beta_4}; \\ f_3(\beta_1, \beta_2, \beta_4) \equiv 0; \\ f_4(\beta_1, \beta_2, \beta_3) \equiv 0; \end{cases}$$

– ЛФФВ$\left(C\left(X^2\right)\right)$:

$$\begin{cases} f_1(\beta_2, \beta_3, \beta_4) = \overline{\beta_2}\beta_3\beta_4; \\ f_2(\beta_1, \beta_3, \beta_4) \equiv 0; \\ f_3(\beta_1, \beta_2, \beta_4) = \overline{\beta_1}\,\overline{\beta_2}\,\overline{\beta_4} \vee \beta_1\overline{\beta_2}\beta_4 = \overline{\beta_2}\left(\overline{\beta_1\beta_4} \vee \beta_1\beta_4\right) = \overline{\beta_2}; \\ f_4(\beta_1, \beta_2, \beta_3) = \overline{\beta_2}\beta_1\beta_3. \end{cases}$$

Таким чином, маємо вже стандартизовані аналітичні вирази, які вже набагато меншого розміру та які легко порівнюються як на формальному рівні, так і на семантичному.

Спробуємо вирішити зворотну задачу, щоб продемонструвати взаємно-однозначний зв'язок між ЛФФВ та функцією вибору.

Для цього припустимо, що нам відомі ЛФФВ$\left(C\left(X^1\right)\right)$ та ЛФФВ$\left(C\left(X^2\right)\right)$. Почнемо будувати спочатку функцію вибору для ЛФФВ$\left(C\left(X^1\right)\right)$. Для чого створимо табл. 6, в якій будуть використані дані з табл. 4, а саме:

Таблиця 6 – формування функцію вибору для ЛФФВ$\left(C\left(X^1\right)\right)$

| $X$ | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_3$ | $\beta_4$ | $\beta_1 f_1$ | $\beta_2 f_2$ | $\beta_3 f_3$ | $\beta_4 f_4$ | $C(X)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_2$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | $x_2$ |
| $x_3$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_4$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_1, x_2$ | 1 | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | $x_1, x_2$ |
| $x_1, x_3$ | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_1, x_4$ | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_2, x_3$ | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_2, x_4$ | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_3, x_4$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_1, x_2, x_3$ | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_1, x_2, x_4$ | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_1, x_3, x_4$ | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_2, x_3, x_4$ | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_1, x_2, x_3, x_4$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |

Таблиця 7 – формування функцію вибору для ЛФФВ$\left(C\left(X^2\right)\right)$

| $X$ | $\beta_1$ | $\beta_2$ | $\beta_3$ | $\beta_4$ | $\beta_1 f_1$ | $\beta_2 f_2$ | $\beta_3 f_3$ | $\beta_4 f_4$ | $C(X)$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x_1$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_2$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_3$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | $x_3$ |
| $x_4$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_1, x_2$ | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_1, x_3$ | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_1, x_4$ | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_2, x_3$ | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_2, x_4$ | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_3, x_4$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_1, x_2, x_3$ | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_1, x_2, x_4$ | 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_1, x_3, x_4$ | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | $x_1, x_3, x_4$ |
| $x_2, x_3, x_4$ | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |
| $x_1, x_2, x_3, x_4$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\varnothing$ |

Бачимо, що дійсно функція вибору $C\left(X^1\right)$ для вектору $X^1$ складається з двох підмножин $\{x_1, x_2\}$ та $\{x_2\}$, що було передбачено на початку. В табл. 6 значення $f_1$, $f_2$, $f_3$, $f_4$ відповідають значенням з ЛФФВ$\left(C\left(X^1\right)\right)$ при підстановці відповідних значень $\beta_1$, $\beta_2$, $\beta_3$, $\beta_4$.

Тепер проаналізуємо другий варіант при наявності ЛФФВ$\left(C\left(X^2\right)\right)$. Для цього побудуємо табл. 7, яка зовнішньо буде схожа на табл. 6.

Бачимо, що дійсно функція вибору $C\left(X^2\right)$ для вектору $X^2$ складається з двох підмножин $\{x_1, x_3, x_4\}$ та $\{x_3\}$, що було передбачено на початку. В табл. 7 значення $f_1$, $f_2$, $f_3$, $f_4$ відповідають значенням з ЛФФВ$\left(C\left(X^2\right)\right)$ при підстановці відповідних значень $\beta_1$, $\beta_2$, $\beta_3$, $\beta_4$.

Таким чином, практичним прикладом та розрахунками підтверджена взаємно-однозначна відповідність між ЛФФВ$\left(C(X)\right)$ та $C(X)$.

**Висновки та перспективи подальших досліджень.** На підставі проведених у роботі досліджень можна зробити наступні висновки:

1. Теоретично показано зв'язок між теорією прийняття рішень та теорією розпізнавання образів на прикладі трансформованого зображення у вигляді багатовимірного вектору атрибутів;
2. Доведено взаємно-однозначну відповідність між логічною формою функції вибору ЛФФВ$\left(C(X)\right)$ та функцією вибору $C(X)$;
3. Показано, що логічна форма функції вибору ЛФФВ$\left(C(X)\right)$ набагато компактніша та універсальніша ніж багатовимірний вектор атрибутів;
4. У перспективі розглядається можливість створення набору логічних форм функцій вибору на підставі повного структурного опису зображення як множини бінарних векторів;
5. Подальші дослідження у плані застосування логічних форм функцій вибору задля цілеспрямованої трансформації бінарних образів сприяють підвищенню результативності прикладного впровадження теорії розпізнавання образів у системах штучного інтелекту.

### Список літератури


1. *Ethan Rublee, Vincent Rabaud, Kurt Konolige, Gary Bradski.* ORB : an efficient alternative to SIFT or SURF // Computer Vision (ICCV), IEEE International Conference on IEEE. – 2011. – P. 2564 – 2571. DOI : 10.1109/ICCV.2011.6126544.
2. *Stefan Leutenegger, Margarita Chli, Roland Y. Siegwart.* BRISK : Binary Robust Invariant Scalable Keypoints // Computer Vision (ICCV). – 2011. – P. 2548 – 2555. DOI : 10.1109/ICCV.2011.6126542.
3. *Гороховатский В. А., Путятин Е. П., Столяров В. С.* Исследование результативности структурных методов классификации изображений с применением кластерной модели данных // Радиоэлектроника, информатика, управление. – 2017. – №3 (42). – С. 78 – 85.
4. *Rosten Edward, Tom Drummond.* Machine learning for high-speed corner detection // 9th European Conference on Computer Vision (ECCV). – 2006. – P. 430 – 443. DOI : 10.1007/11744023_34.
5. *Michael Calonder, Vincent Lepetit, Christoph Strecha, Pascal Fua.* BRIEF : Binary Robust Independent Elementary Features // 11th European Conference on Computer Vision (ECCV). – 2010. – P. 778 – 792. DOI : 10.1007/978-3-642-15561-1_56.
6. *Патин М. В., Коробов Д. В.* Сравнительный анализ методов поиска особых точек и дескрипторов при группировке изображений по схожему содержанию // Молодой ученый. — 2016. — №11. — С. 214 – 221. – Режим доступа : https://moluch.ru/archive/115/31188/. – Дата обращения : 03 января 2020.
7. Теория выбора и принятия решений. – М. : Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1982. – 328 с.
8. *Гороховатский В. А.* Структурный анализ и интеллектуальная обработка данных в компьютерном зрении. – Х. : Компания СМИТ, 2014. – 316 с.
9. *Gorokhovatsky V. A.* Efficient Estimation of Visual Object Relevance during Recognition through their Vector Descriptions // Telecommunications and Radio Engineering. – 2016. – Vol. 75. – No. 14. – pp. 1271 – 1283.
10. *Тарасенко О. П., Трохимчук С. М.* Нейронно-мережеві моделі якості. Монографія. – Харків, 2013. – 103 с.
11. *Гороховатський В. О., Пупченко Д. В., Солодченко К. Г.* Аналіз властивостей, характеристик та результатів застосування новітніх детекторів для визначення особливих точок зображення // Системи управління, навігації та зв'язку. – 2018. – №1 (47). – С. 93 – 98.


### References (transliterated)


1. Ethan Rublee, Vincent Rabaud, Kurt Konolige, Gary Bradski. ORB: an efficient alternative to SIFT or SURF. *Computer Vision (ICCV), IEEE International Conference on IEEE*. 2011, pp. 2564–2571. DOI : 10.1109/ICCV.2011.6126544.
2. Stefan Leutenegger, Margarita Chli, Roland Y. Siegwart. BRISK: Binary Robust Invariant Scalable Keypoints. *Computer Vision (ICCV)*. 2011, pp. 2548–2555. DOI : 10.1109/ICCV.2011.6126542.
3. Gorokhovatskiy V. A., Putyatin E. P., Stolyarov V. S. Issledovanie rezul'tativnosti strukturnykh metodov klassifikatsii izobrazheniy s primeneniem klasternoy modeli dannykh [Studying performance of image classification structural methods using cluster data model]. *Radioelektronika,*

*informatika, upravlenie* [Radioelectronics, informatics, control]. 2017, no. 3 (42), pp. 78–85.
4. Rosten Edward, Tom Drummond. Machine learning for high-speed corner detection. *9th European Conference on Computer Vision (ECCV)*. 2006, pp. 430–443. DOI : 10.1007/11744023_34.
5. Michael Calonder, Vincent Lepetit, Christoph Strecha, Pascal Fua. BRIEF : Binary Robust Independent Elementary Features. *11th European Conference on Computer Vision (ECCV)*. 2010, pp. 778–792. DOI : 10.1007/978-3-642-15561-1_56.
6. Patin M. V., Korobov D. V. Sravnitel'nyy analiz metodov poiska osobykh tochek i deskriptorov pri gruppirovke izobrazheniy po skhozhemu soderzhaniyu [Comparative analysis of methods for determining interest points and descriptors in similar content based image grouping]. *Molodoy uchyenyy* [Young scientist]. 2016, no. 11, pp. 214–221. Available at : https://moluch.ru/archive/115/31188/. (accessed 3 January 2020).
7. Makarov I. M., Vinogradskaya T. M., Rubchinskiy A. A., Sokolov V. B. *Teoriya vybora i prinyatiya resheniy* [Choise and desition making theory]. Moscow, Nauka. Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury Publ., 1982. 328 p.
8. Gorokhovatskiy V. A. *Strukturnyy analiz i intellektual'naya obrabotka dannykh v komp'yuternom* [Structural analysis and intelligent data processing in computer vision]. Kharkov, Kompaniya SMIT Publ., 2014. 316 p.
9. Gorokhovatsky V. A. Efficient Estimation of Visual Object Relevance during Recognition through their Vector Descriptions. *Telecommunications and Radio Engineering*. 2016, vol. 75, no. 14, pp. 1271–1283.
10. Tarasenko O. P., Trokhimchuk S. M. *Neyronno-merezhevi modeli yakosti. Monografiya* [Nero-network quality models. Monograph]. Kharkiv, 2013. 103 p.
11. Gorokhovatskiy V. A., Pupchenko D. V., Solodchenko K. G. Analiz vlastyvostey, kharakterystyk ta rezul'tativ zastosuvannya novitnikh detektoriv dlya vyvchennya osoblyvykh tochok zobrazhennya [Analysis of properties, characteristics and results of applying innovative detectors for determining image interest points]. *Systemy upravlinnya, navigatsiyi ta zv"yazku* [Control, navigation and communication systems]. 2018, no. 1 (47), pp. 93–98.

*Надійшла (received) 18.01.2020*

Відомості про авторів / Сведения об авторах / Information about authors

***Гороховатський Володимир Олексійович (Гороховатский Владимир Алексеевич, Gorokhovatskyi Volodymyr Oleksiyovych)*** – доктор технічних наук, професор, Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків; тел.: (097) 847-83-70; e-mail: gorohovatsky.vi@gmail.com.

***Тарасенко Олександр Прокопович (Тарасенко Александр Прокофьевич, Tarasenko Alexander Prokofevich)*** – кандидат технічних наук, доцент, ДВНЗ «Харківський інститут банківської справи», м. Харків; тел.: (066) 637-25-63; e-mail: tap-top@ukr.net.

***Трохимчук Сергій Миколайович (Трохимчук Сергей Николаевич, Trokhymchuk Sergii Mikolayovych)*** – кандидат технічних наук, доцент, Українська інженерно-педагогічна академія, м. Харків; тел.: (066) 712-90-70; e-mail: trohimchuk_sn@uipa.edu.ua.

УДК 513.88

***С. Д. ДИМИТРОВА-БУРЛАЕНКО***

## О НЕКОТОРЫХ МЕТРИЗУЕМЫХ ТОПОЛОГИЯХ ДЛЯ СЛАБО ПОЧТИ ПЕРИОДИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ

Статья посвящена изучению метризуемых топологий на аддитивной группе вещественных чисел, которые компактифицируют эту группу. Веденная метризуемая топология слабее исходной естественной топологии на вещественной оси. Она является модификацией топологии Марченко. В ней выделена счетная система окрестностей на базе спектра заданной функции. Построена инвариантная метрика, задающая эквивалентную топологию. Доказана компактность пополненного метрического пространства. Рассмотрена псевдометрика, использующая только спектр заданной скалярно почти периодической функции. Для получения хаусдорфового пространства сделан переход к факторпространству. На факторпространстве псевдометрика является метрикой и показано, что значения скалярно почти периодической функции совпадают на первоначальном пространстве и на факторпространстве. Доказано утверждение, что множество скалярно почти периодических функций на оси совпадает с множеством скалярно равномерно непрерывных в этой топологии функций, заданных на метрическом пространстве.

**Ключевые слова:** метризуемая топология, равномерная непрерывность, почти периодичность, абстрактная функция.

***С. Д. ДІМІТРОВА-БУРЛАЄНКО***

## ПРО ДЕЯКІ МЕТРІЗУЄМІ ТОПОЛОГІЇ ДЛЯ СЛАБО МАЙЖЕ ПЕРІОДИЧНИХ ФУНКЦІЙ

Стаття присвячена вивченню метризуємих топологій на адитивній групі дійсних чисел, які компактифікують цю групу. Така метризуєма топологія слабкіша за вихідну природню топологію на дійсній осі. Вона є модифікацією топології Марченко. У ній виділено злічену систему околів на базі спектру заданої функції. Побудовано інваріантну метрику, що задає еквівалентну топологію. Доведено компактність поповненого метричного простору. Розглянуто псевдометрику, що використовує тільки спектр заданої скалярної майже періодичної функції. Для отримання гаусдорфового простору зроблено перехід до факторпростору. На факторпросторі псевдометрика є метрикою і показано, що значення скалярної майже періодичної функції збігаються на первинному просторі і на факторпросторі. Доведено твердження, що множина скалярних майже періодичних функцій на осі збігається з множиною скалярних рівномірно безперервних в цій топології функцій, які задані на метричному просторі.

**Ключові слова:** метризуєма топологія, рівномірна безперервність, майже періодичність, абстрактна функція.