

АВТОМАТИЗАЦІЯ ТА УПРАВЛІННЯ МЕХАНІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИМИ СИСТЕМАМИ ТА КОМПЛЕКСАМИ

УДК 519.65:004.94

В. О. ГОЛОВКО, Д. Г. МЕДВЕДЄВ

МОДЕЛЬ АКУСТИЧНОЇ ТОМОГРАФІЇ З ВРАХУВАННЯМ ВІДБИТТЯ ТА ВИКРИВЛЕННЯ ТРАЄКТОРІЙ ЗВУКОВИХ ХВИЛЬ

Особливість запропонованого підходу полягає в апроксимації області зондування в томографії білінійним сплайном, який регуляризує розв'язок. Мета полягає у відновленні внутрішньої структури досліджуваного об'єкту. При зондуванні суттєво неоднорідного середовища відбувається відбиття й викривлення шляху зондування. Викривлення променя апроксимуємо ламаною, враховуючи зміни швидкості на границях сітки сплайна. Virшено пряму і обернену томографічну задачу для даної моделі. Проведено ряд експериментів з різним значенням шуму.

Ключові слова: акустична томографія, рефракція, заломлення, білінійний сплайн, неруйнівний контроль, пряма томографічна задача, обернена томографічна задача.

Вступ. Проблемам і методам реконструктивної томографії присвячено багато робіт. Зокрема, представлені роботи з практичного використання акустичної томографії: діагностування об'єктів складної форми без прямого контакту [0]. Також є роботи з акустичної томографії океану [0], застосування сплайнів в сейсмічній томографії [3]. Широке практичне застосування акустична томографія знайшла у промисловості, зокрема ультразвукова дефектоскопія [4,5]. Не менш важливе застосування й у медицині – особливості поширення ультразвуку в біологічних тканинах [6].

В роботі [7] розглянуто відновлення температурного поля повітря, виявлення ракових пухлин за допомогою ультразвукової томографії. В цій роботі говориться про доцільність використання сплайнів для реконструкції зображення, тому що це забезпечує згладженість поверхні. Якщо розглядати відновлення температурного поля, то слід звернути увагу на те, що середовище реконструкції відносно однорідне. Також ужито заходів аби не було відбиття ультразвуку на границях області реконструкції.

Однак у розглянутих роботах не враховано, що при зондуванні суттєво неоднорідних середовищ (включення різних матеріалів, тріщини) в середовищі відбувається відбиття й викривлення шляху зондування, але це може суттєво вплинути на точність відновлення внутрішньої структури об'єкту.

В роботі пропонується модель, що враховує викривлення і відбиття акустичної хвилі та дає перевагу перед моделлю із прямими променями.

Постановка задачі. Розглянемо прямокутну область зондування

$$\Omega = \{(x, y) \mid 0 \leq x \leq b, 0 \leq y \leq d\}. \quad (1)$$

На Ω розглянемо рівномірну сітку $\Delta = \Delta_x \times \Delta_y$,

$$\begin{aligned} \Delta_x : 0 < x_1 < \dots < x_i < x_N = b, \\ \Delta_y : 0 < y_1 < \dots < y_j < y_M = d, \end{aligned} \quad (2)$$

котра ділить область Ω на прямокутні комірки, що не перетинаються:

$$\Omega_{ij} = \{(x, y) \mid x \in (x_i, x_{i+1}), y \in (y_j, y_{j+1})\}, \quad (3)$$

де $\Omega_{ij}, i = 0, \dots, N-1, j = 0, \dots, M-1$.

Кількість комірок дорівнює $K = M \times N$.

Кількість вузлів, утворених такою сіткою, визначається за формулою.

$$V = (M+1) \cdot (N+1). \quad (4)$$

Задамо на сітці вузлів матрицю випромінювачів:

$$T = \{(0, t_k)\}, \quad (5)$$

де $k = 0, \dots, P, 0 \leq t_k \leq d$ та матрицю приймачів

$$R = \{(r_n, s_n)\}, \quad (6)$$

де $n = 0, \dots, Q, 0 < r < b, 0 \leq s \leq d$.

Нехай функцію швидкості поширення звуку (або затримки звуку) в області зондування задано деякою функцією $w(x, y)$. Значення функції у вузлах рівномірної сітки задані матрицею:

$$A_{N+1, M+1} = \{a_{ij}\}, \quad (7)$$

де $a_{ij} = w(x_i, y_j), i = 0, \dots, N, j = 0, \dots, M$.

Апроксимуємо функцію затримки сплайном. На кожній із комірок задано білінійний сплайн.

$$S(x, y, A) = \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^M a_{ij} \cdot B_{ij}(x, y), \quad (8)$$

де a_{ij} - значення затримки у відповідних вузлах сітки, $B_{ij}(x, y)$ - базисні функції білінійного сплайна для заданого фрагмента.

У першому наближенні вважатимемо, що звук променя m від випромінювача до приймача проходить вздовж прямої й має затримку.

$$u_m = \int_{L_m} w(x, y) dL_m. \quad (9)$$

Враховавши те, що область зондування апроксимуємо сплайном, прийнятий сигнал в кінцевому результаті буде залежати від схеми зондування і від параметрів a_{ij} , які є значеннями затримки у вузлах цієї сітки.

В загальному вигляді розраховується значення для окремого приймача вздовж всієї прямої згідно виразу:

$$u_m \approx \int_{L_m} S(x, y, A) dL_m, \quad (10)$$

або врахувавши, що промінь зондування можна записати як $y = L_m(x)$ і він складається з K відрізків перетину сітки сплайна отримаємо

$$u = \sum_{k=1}^K \int_{x_k}^{x_{k+1}} S(x, L_k(x), A) dx. \quad (11)$$

Підставивши в (1) значення базисних функцій, отримуємо

$$u = \sum_{k=1}^K \int_{x_k}^{x_{k+1}} \left[\sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a_{ij} \cdot B_{ij}(x, L_k(x)) \right] dx = \\ = \sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J a_{ij} \cdot \int_{x_k}^{x_{k+1}} B_{ij}(x, L_k(x)) dx. \quad (12)$$

Для білінійного сплайна на фрагменті отримано аналітичні значення інтегралу

$$\int_{x_k}^{x_{k+1}} B_{ij}(x, L_k(x)) dx, \quad (13)$$

що дозволяє ефективно реалізувати обчислення томографічної задачі.

Розв'язок томографічної задачі зводиться до матричного рівняння

$$U = PA, \quad (14)$$

де A – значення функції затримки у вузлах сітки сплайна (вектор розмірності V), U – значення затримки сигналів на лініях зондування (вектор розмірності Q), P – матриця планування (матриця розмірності $V \times Q$) залежить від схеми зондування.

Обернена томографічна задача (ОТЗ) полягає у знаходженні вектора A за даними затримки сигналів приймачами від передавачів.

Апроксимація сплайном регуляризує рішення. Оскільки кількість зондуючих променів перевищує кількість параметрів, розв'язок знаходимо за методом найменших квадратів

$$\tilde{A} = G^{-1} \cdot W, \quad (15)$$

де $G = (P^T P)$, $W = P^T U$.

Такий спосіб регуляризації належить до проєкційних методів розв'язку некоректних рівнянь. Однак, навіть регуляризація не гарантує коректного розв'язку. Успіх суттєво залежить від схеми зондування й відношення між числом параметрів і зондуючих променів.

Зазвичай розв'язок на цьому завершують. Ми розглядаємо отриманий результат як початковий етап. Наступними кроками є врахування відмінностей у швидкості поширення звуку для врахування викривлення й відбиття зондуючих променів.

Викривлення променя апроксимуємо ламаною, враховуючи зміни швидкості на границях сітки сплайна. Викривлення та відбиття акустичних хвиль рахується за законами геометричної оптики.

На рис. 1 схематично показано заломлення і відбиття хвиль для схеми зондування.

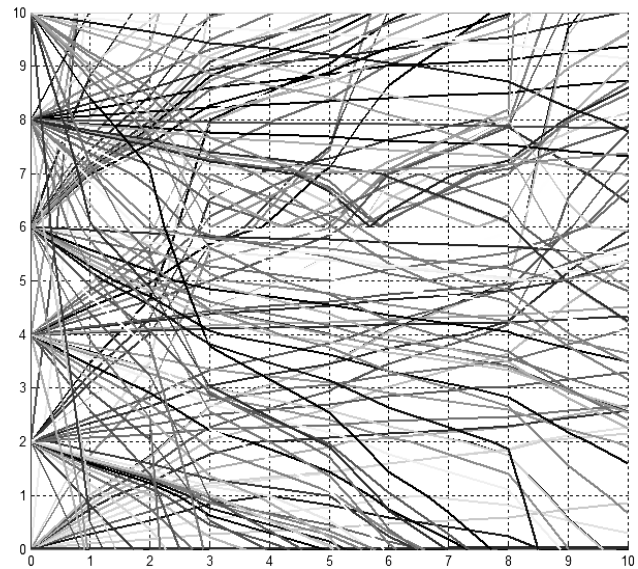


Рис. 1 – Модель поширення акустичних хвиль

В даній схемі по 6 випромінювачів і 12 приймачів на кожній із сторін.

Чисельний експеримент. Неоднорідне середовище може моделюватись будь-якою функцією, що описує зміну густини. Вибір функції не є принциповим для моделювання неоднорідності. Нехай область зондування задано деякою функцією

$$w(x, y) = \cos\left(x \cdot m + \frac{\pi}{4}\right)^2 \cdot \sin(y \cdot n + \pi)^2 + k, \quad (16)$$

де $m=0.3$, $n=0.6$, $k=0$, $0 \leq x \leq 10$, $0 \leq y \leq 10$.

Дана функція зображена на рис. 2.

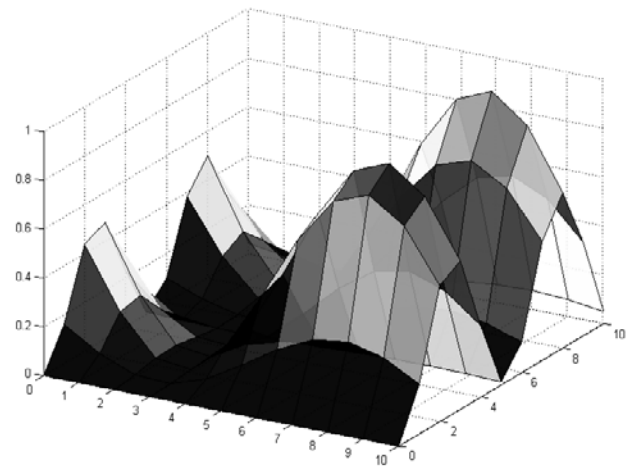


Рис. 2 – Функція швидкості звуку в неоднорідному середовищі

Розіб'ємо область зондування сіткою розмірність 10 на 10, тому маємо 100 локальних прямокутних областей і 121 вузлову точку.

З однієї сторони області зондування рівномірно розташуємо 11 випромінювачів. Розташуємо по 15 приймачів з інших трьох сторін. Координати випромінювачів і приймачів задано матрицями. Кількість зондуючих променів, що при цьому утворилось, буде дорівнювати $11 \cdot (15 \cdot 3) = 495$. Такої кількості проме-

нів буде достатньо, щоб щільно покрити область зондування.

На рис. 3 показано відновлену поверхню при співвідношенні сигнал/шум рівним 40 дБ.

Як видно із рис. 3 точність відновлення є високою при заданому значенні похибки.

Шум генерується за допомогою стандартної функції MATLAB – `normrnd`.

Для оцінки впливу певного рівня шуму, який додається у матрицю U на якість вирішення оберненої томографічної задачі, проведемо ряд експериментів (табл. 1). Проведено 50 експериментів з різними співвідношеннями сигнал/шум та знайдено середнє значення отриманої похибки.

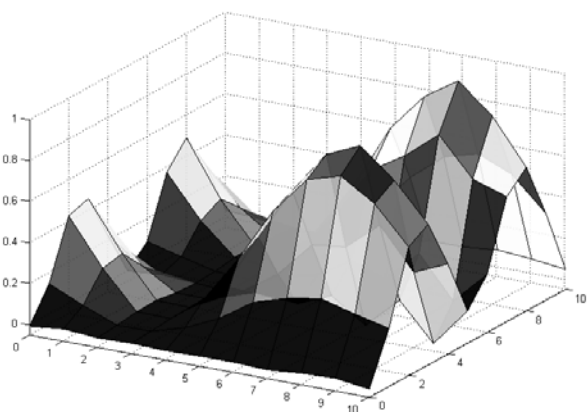


Рис. 3 – Відновлена функція розподілу швидкості поширення звуку ($\sigma = 0,0084$)

Для оцінки якості відновлення поверхні обчислимо похибку за різними критеріями: MaxAE (maximal absolute error), MSE (mean squared error), RMSE, NMSE, MAE (mean absolute error). Результати таблиці показано на графіках (рис. 4, 5).

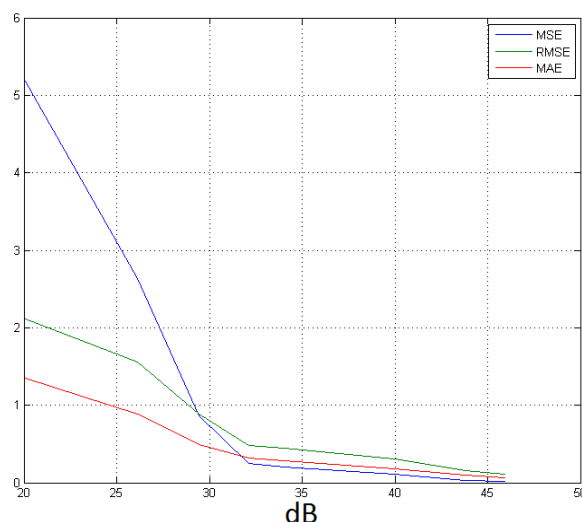


Рис. 4 – Залежність отриманої похибки (MSE, RMSE, MAE) від співвідношення сигнал/шум

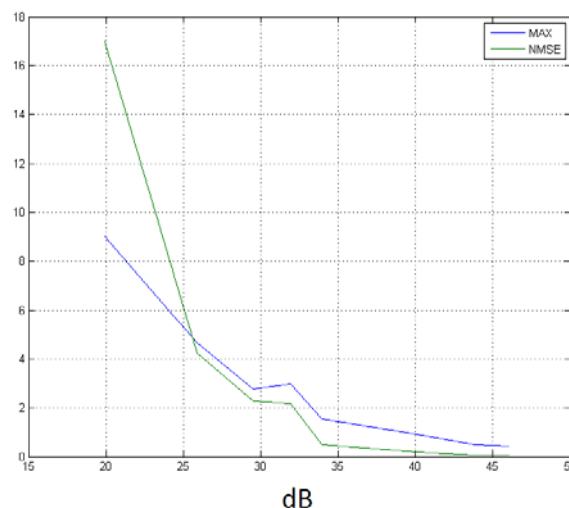


Рис. 5 – Залежність отриманої похибки (MaxE, NMSE) від співвідношення сигнал/шум

Таблиця 1 – Залежність похибки відновлення від значення сигнал/шум

σ , dB	MaxAE	MSE	NMSE	RMSE	MAE
45.9497	0.3207	0.0214	0.0469	0.1411	0.0814
43.5036	0.5409	0.0218	0.0469	0.1444	0.0856
40.0832	1.2099	0.0440	0.0957	0.1973	0.1242
34.2043	1.9653	0.4503	1.0148	0.6537	0.3805
31.8443	2.2307	0.3144	0.6771	0.5460	0.3420
29.5519	2.7151	0.7352	1.6617	0.8229	0.5100
26.1253	3.9705	1.3887	2.8278	1.1095	0.7159
20.0016	10.7828	7.5933	13.743	2.4341	1.5724

Якщо проаналізувати графіки, то бачимо різке збільшення похибки відновлення за усіма критеріями при значенні сигнал/шум $\sigma = 35$ дБ.

Вирішимо ОТЗ при значенні сигнал/шум $\sigma = 35$ дБ і побудуємо відновлену поверхню (рис. 6).

Як видно із рис. 6, поверхня відновилась недостатньо точно. На поверхні присутні різкі викиди – артефакти.

Артефакти обумовлені тим, що частина випроміненого сигналу не потрапляє безпосередньо на приймачі, або надходить з ослабленням. Тому значення приймачів у таких випадках буде дорівнювати нулю.

З табл. 1 видно, що при значенні сигнал/шум більше 40 децибел результати вирішення оберненої томографічної задачі є точними. При значенні сигнал/шум рівному 35 децибел різко збільшується похибка.

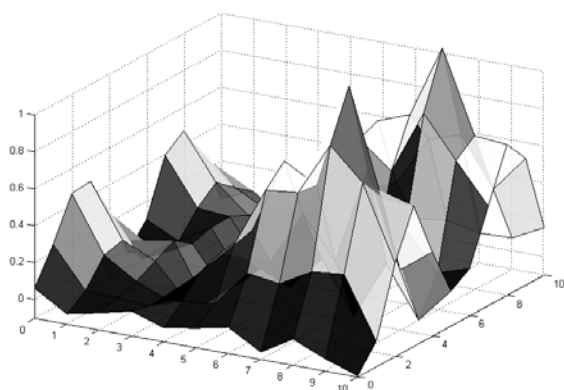


Рис. 6 – Відновлена функція розподілу швидкості поширення звуку ($\sigma = 35\text{дБ}$)

Висновки. Був розроблений алгоритм поширення звукових хвиль за законами геометричної оптики. Тобто враховується заломлення і відбиття акустичних хвиль. Експериментальним шляхом встановлено оптимальну схему зондування.

Проведено ряд експериментів з різним значенням шуму.

Проаналізовано вплив шуму на похибку відновлення значень у вузлових точках.

Встановлено критичне значення шуму, при якому з'являються артефакти.

Для реконструкції поверхні використовується білінійний сплайн, що згладжує поверхню.

Наступним етапом досліджень є побудова програмно-апаратного комплексу – ультразвукового томографа на основі плати STM32F4Discovery, звукових підсилювачів, та герметичних п'єзоелектричних ультразвукових датчиків, які працюють на частоті 40кГц (NU40A14T). Буде застосовуватись метод неруйнівного контролю (реконструктивна томографія). Також планується проведення натурних експериментів в неоднорідному середовищі для оцінки адекватності розробленого методу в реальних умовах.

Список літератури: 1. Суханов, Д. Я. Дистанционная ультразвуковая дефектоскопия звукоизлучающих объектов через воздух [Текст] / Д. Я. Суханов, М. А. Калашикова // Акустический журнал. – 2014. – №60. – С. 279–283. 2. Burov, V. (2011), "A three dimensional

tomography model for reconstruction of oceanic inhomogeneities under unknown antenna positioning" [Текст] / V. Burov, S. N. Sergeev, A. S. Shurup // Journal of acoustic. – 2011. – Vol. 57(3). – P. 344–358. 3. Нолет, Г. Сейсмическая томография [Текст] / Г. Нолет. – М.: Мир, 1990. – 416 с. 4. Matz, V. "Signal-to-Noise Ratio Improvement based on the Discrete Wavelet Transform in Ultrasonic Defectoscopy" [Текст] / V. Matz, M. Kreidl, R. Šmíd // Czech Technical University, Prague. – 2004. – Vol. 44. – P. 61–66. 5. Michelini, A. "Seismological studies at Parkfield. I. Simultaneous inversion for velocity structure and hypocenters using cubic B-splines parameterization" [Текст] / A. Michelini, T. McEvilly // Bulletin of the Seismological Society of America. – 1991. – Vol 81.2. – P. 524–552. 6. Буров, В. А. Восстановление пространственных распределений скорости звука и поглощения в мягких биотканях по модельным данным ультразвукового томографирования [Текст] / В. А. Буров, Д. И. Зотов, О. Д. Румянцева // Акустический журнал. – 2014. – №60. – С. 443–456. 7. Jovanovic, I. "Inverse problems in acoustic tomography: theory and applications" [Текст] / I. Jovanovic, M. Vetterli, L. Sbaiz // EPFL, Lausanne, 2008. 8. Herman, G. Fundamentals of Computerized Tomography: Image Reconstruction from Projections [Текст] / G. Herman // Springer, NY, 2009. 9. Deans, S. The Radon Transform and some of its applications [Текст] / S. Deans // Wiley, NY, 1983. 10. Шелевицкий, И. В. Методы та засоби сплайн-технології обробки сигналів складної форми [Текст]: під ред. М. О. Шутка. – Кривий Ріг: Європейський університет, 2002. – 304 с.

Bibliography (transliterated): 1. Suhanov, D. and Kalashnikov, M. (2014). "Distancionnaja ul'trazvukovaja defektoskopija zvukoizluchajushhij obektov cherez vozduh" [Remote ultrasonic testing sound emitting objects through the air], Journal of acoustic, Vol. 60, 279–283. 2. Burov, V., Sergeev, S. N., Shurup, A. S. (2011). "A three dimensional tomography model for reconstruction of oceanic inhomogeneities under unknown antenna positioning", Journal of acoustic, Vol. 57(3), 344–358. 3. Nolet, G. (1990). Sejsmicheskaja tomografija. S prilozhenijami v global'noj sejsmologii i razvedochnoj geofizike [Seismic tomography. With applications in global seismology and geophysics], Mir, Moscow. 4. Matz, V., Kreidl, M., Šmíd, R. (2004). "Signal-to-Noise Ratio Improvement based on the Discrete Wavelet Transform in Ultrasonic Defectoscopy", Czech Technical University, Prague, Vol. 44, 61–66. 5. Michelini, A., McEvilly, T. (1991). "Seismological studies at Parkfield. I. Simultaneous inversion for velocity structure and hypocenters using cubic B-splines parameterization", Bulletin of the Seismological Society of America, Vol 81.2, 524–552. 6. Burov, V., Zotov, D., Romyanceva, D. (2014). "Vosstanovlenie prostranstvennyh rasspredelenij skorosti zvuka i pogloshhenija v mjagkih biotkanjah po model'nym dannym ul'trazvukovogo tomografirovanija" [Restoration of the spatial distributions of the sound velocity and absorption in soft biological tissues by ultrasonic tomography data model], Journal of acoustic, Vol. 60, 443–456. 7. Jovanovic, I., Vetterli, M. and Sbaiz, L. (2008). "Inverse problems in acoustic tomography: theory and applications", EPFL, Lausanne. 8. Herman, G. (2009). Fundamentals of Computerized Tomography: Image Reconstruction from Projections, Springer, NY. 9. Deans, S. (1983). The Radon Transform and some of its applications, Wiley, NY. 10. Shelevic'kij, I. V. (2002). Metodi ta zasobi splajn-tehnologii obrobki signaliv skladnoi formi [Methods and means of spline signal processing technology of complex shape], Evropejs'kij universitet, Krivij Rig.

Надійшла (received) 20.12.2015

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Головко Владислав Олексійович – асистент, Криворізький національний університет, Кафедра інформатики і прикладної математики, пр. Гагаріна, 54, м. Кривий Ріг, Україна, 50086; e-mail: golovko.vlad@gmail.com.

Holovko Vladyslav Oleksiyovych – assistant, Kryvyi Rih National University, Department of Computer Science and Applied Mathematics, av. Naharina, 54, Kryvyi Rih, Ukraine, 50086; e-mail: golovko.vlad@gmail.com.

Медведєв Дмитро Геннадійович – кандидат технічних наук, Криворізький національний університет, Кафедра інформатики і прикладної математики, пр. Гагаріна, 54, м. Кривий Ріг, Україна, 50086; e-mail: dimakrrog@gmail.com.

Medvedyev Dmytro Hennadiyovych – Ph. D., Kryvyi Rih National University, Department of Computer Science and Applied Mathematics, av. Naharina, 54, Kryvyi Rih, Ukraine, 50086; e-mail: dimakrrog@gmail.com.