

**В.А. МАТУСЕВИЧ**, главный конструктор-директор ГП "ХАКБ", Харьков;  
**Ю.В. ШАРАБАН**, заместитель главного конструктора ГП "ХАКБ";  
**А.В. ШЕХОВ**, старший научный сотрудник НАКУ "ХАИ", Харьков;  
**В.Т. АБРАМОВ**, к.т.н., доцент НАКУ "ХАИ"

### ОПТИМАЛЬНОЕ ЧИСЛО СТУПЕНЕЙ МНОГОСТУПЕНЧАТОГО ПЛАНЕТАРНОГО МЕХАНИЗМА ТИПА $n \times AI$

Рассмотрена методика определения оптимального числа ступеней многоступенчатого планетарного механизма в зависимости от его общего передаточного отношения с учетом условий контактной прочности.

**Ключевые слова:** планетарный механизм, контактная прочность.

**Постановка проблемы.** Среди механизмов приводов систем управления летательных аппаратов наибольшее распространение получили многоступенчатые планетарные механизмы типа  $n \times AI$ . Применение в качестве их базовой ступени планетарного механизма схемы  $AI$  позволяет при одинаковых передаточных отношениях по сравнению с другими схемами иметь меньшие габариты в осевом направлении. Кроме того, из этих механизмов проще составлять многоступенчатые передачи с большими передаточными отношениями. Снижение массы таких передач приводит к уменьшению габаритов, металлоемкости и себестоимости изготовления, а также повышению экономичности эксплуатации изделия, в состав которого входит передача. Таким образом, минимизация массы многоступенчатого планетарного механизма типа  $n \times AI$  представляет собой актуальную задачу.

**Анализ литературы.** Исследованию задач по минимизации массы планетарных механизмов посвящено достаточно много работ, в частности [1-4]. В работе [2] приведены примеры распределения общего передаточного отношения по ступеням составных планетарных механизмов, обеспечивающие минимум их массы из условий равнопрочности зубчатых зацеплений, но не дана рекомендация по выбору числа ступеней такого механизма. В работе [5] рассматривается выбор числа ступеней в зависимости от передаточного отношения механизма, но только для рядных механизмов.

**Цель статьи.** Исследовать поведение целевой функции оптимизации по критерию массы конструкции многоступенчатого планетарного механизма типа  $n \times AI$  и разработать рекомендации по выбору оптимального числа его ступеней с учетом обеспечения контактной прочности зубчатых зацеплений.

**Раздел.** Кинематическая схема анализируемого многоступенчатого планетарного механизма типа  $n \times AI$  приведена на рисунке. Сквозная нумерация всех зубчатых колес механизма показана на рисунке, а. Локальная нумерация зубчатых колес (в пределах одной ступени) приведена на рисунке, б.

В работе [3] выведена функциональная зависимость для суммарной массы  $M_\Sigma$  механизма

$$M_\Sigma = \frac{\pi \rho_1}{4} b_1 d_1^2 \left( A_1 + \sum_{i=2}^n A_i B_i \right), \quad (1)$$

© В.А. Матусевич, Ю.В. Шарабан, О.В. Шехов, В.Т. Абрамов, 2013

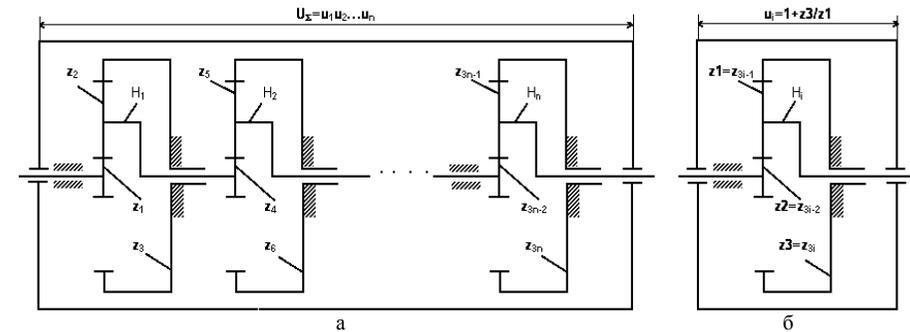


Рисунок – Схема многоступенчатого планетарного механизма типа  $n \times AI$ :  
а – сквозная нумерация всех зубчатых колес; б – локальная нумерация

где  $A_i = 1 + S_i \left( \frac{u_i - 2}{2} \right)^2 + n_{Mi} \frac{u_i^2}{4}$ ,  $B_i = \frac{\rho_{3i-2} b_{3i-2} d_{3i-2}^2}{\rho_1 b_1 d_1^2}$  – безразмерные коэффициенты;  $i$  – номер ступени механизма;  $\rho_{3i-2}$ ,  $b_{3i-2}$ ,  $d_{3i-2}$  – плотность материала, ширина венца и диаметр делительной окружности центрального зубчатого колеса  $z_{3i-2}$ ;  $S_i$  – число сателлитов ступени;  $n_{Mi}$  – коэффициент приведения масс корпуса, вала и неподвижного зубчатого колеса к массе условного диска, принятый для ступени [6];  $u_i$  – передаточное отношение ступени.

Исследование функциональной зависимости (1) в работе [3] выполнено при условии  $B_i = 1$  для так называемых кинематических механизмов. Для силовых механизмов коэффициенты  $B_i \neq 1$ .

На практике, исходя из технологических и экономических соображений, применяют одинаковые неподвижные зубчатые колеса для всех ступеней механизма

$$z_3 = z_6 = \dots = z_{3i} = \dots = z_{3n}, \quad (2)$$

и как следствие одинаковое передаточное отношение для всех ступеней  $u_i$ .

По данным, приведенным в работе [4], рациональной областью передаточного отношения одной ступени  $u_i$  будет область от 3 до 9. Авторы работы [1] полагают, что  $u_i = 2,4 \dots 8$ , объясняя это тем, что при  $u_i < 2,4$  возникают трудности с изготовлением сателлитов, а также возможностью получения слишком больших радиальных габаритов при  $u_i > 8$ . В работе [6] автор рекомендует применять диапазон  $u_i = 2,3 \dots 9$ . В данной работе был принят рациональный диапазон для передаточного отношения  $u_i$  от 2,4 до 8.

Исходя из принятого диапазона для передаточного отношения  $u_i$ , были определены значения передаточных отношений для многоступенчатого планетарного механизма типа  $n \times AI$  в зависимости от числа его ступеней. Эти данные приведены в таблице 1.

Определим коэффициенты  $B_i$ , входящие в зависимость (1) из условия контактной прочности рабочих поверхностей зубьев. Согласно [4] для внешних зацеплений центральных подвижных колес  $z_{3i-2}$  и сателлитов  $z_{3i-1}$  имеем следующее условие:

$$b_1 d_1^2 = 2 \frac{T_1(p_1 + 1)}{S_1(p_1 - 1)[k_0]_1}; \quad b_{3i-2} d_{3i-2}^2 = 2 \frac{T_{3i-2}(p_i + 1)}{S_i(p_i - 1)[k_0]_{3i-2}}, \quad (3)$$

где  $T_1$  и  $T_{3i-2}$  – крутящие моменты на соответствующих зубчатых колесах;  $p_1 = z_3/z_1$ ,  $p_i = z_{3i}/z_{3i-2}$  – параметр  $i$ -й планетарной ступени;  $[k_0]_1$ ,  $[k_0]_{3i-2}$  – допускаемый силовой фактор в зацеплении с соответствующим центральным колесом.

Таблица 1 – Значения передаточных отношений

Диапазон передаточного отношения $u_i$	2,4...8	5,76...8	8...13,824	13,824...33,178
Число ступеней механизма $n$	1	1,2	2	2,3
Диапазон передаточного отношения $u_i$	33,178...64	64...79,626	79,626...191,103	191,103...512
Число ступеней механизма $n$	2,3,4	3,4	3,4,5	3,4,5,6
Диапазон передаточного отношения $u_i$	512...4096	4096...32768	32768...262144	262144...2097152
Число ступеней механизма $n$	4,5,6	5,6	6	6,7

Учитывая, что параметр  $p_i = z_{3i}/z_{3i-2}$  можно выразить через передаточное отношение соответствующей ступени механизма  $p_i = u_i - 1$ , получим

$$\frac{p_i + 1}{p_i - 1} = \frac{u_i}{u_i - 2}. \quad (4)$$

Пусть все ступени механизма имеют одинаковые числа сателлитов

$$S_1 = S_2 = \dots = S_i = \dots = S_n = S, \quad (5)$$

а также все центральные подвижные колеса изготовлены из одного и того же материала

$$\rho_1 = \rho_4 = \dots = \rho_{3i-2} = \dots = \rho_{3n-2} = \rho. \quad (6)$$

С учетом условий (3)-(6) выражение для определения коэффициента  $B_i$  принимает вид

$$B_i = \frac{T_{3i-2}}{T_1} \cdot \frac{u_i(u_i - 2)}{u_1(u_i - 2)} \cdot \frac{[k_0]_1}{[k_0]_{3i-2}}. \quad (7)$$

В предварительных расчетах можно принять

$$T_{3i-2} = T_1 \cdot \prod_{j=1}^{i-1} u_j. \quad (8)$$

Допускаемый силовой фактор  $[k_0]_{3i-2}$  в зацеплении с соответствующим центральным колесом  $z_{3i-2}$  можно определять по приближенной зависимости из [3]

$$[k_0]_{3i-2} \approx 0,6[C_{Hr}], \quad (9)$$

где  $[C_{Hr}]$  – допускаемый коэффициент контактных напряжений.

Значение допускаемого коэффициента контактных напряжений  $[C_{Hr}]$

зависят от твердости рабочих поверхностей зубьев  $HB$  или  $HRC$  и вида их термообработки. Полагая одинаковыми материалами зубчатые колеса, их термообработку и, как следствие, одинаковую твердость, можно принять

$$\frac{[k_0]_1}{[k_0]_{3i-2}} \approx 1. \quad (10)$$

Для механизма с одинаковыми передаточными отношениями отдельных ступеней  $u_i$  величина коэффициента  $B_i$  с учетом допущений (9) и (10) определяется следующим образом

$$B_i = \prod_{j=1}^{i-1} u_j. \quad (11)$$

Подставив (11) в (1), получим

$$M_\Sigma = \frac{\pi \rho_1}{2k_1} \cdot \frac{T_1}{[k_0]_1} \cdot \frac{u_1}{u_1 - 2} \cdot A_1 \sum_{j=1}^n u_1^{j-1}. \quad (12)$$

Введя в рассмотрение следующий параметр

$$C_H = 2 \frac{T_1}{k_1 [k_0]_1}, \quad (13)$$

получим выражение для определения относительной (аналога) массы механизма при расчете на контактную прочность

$$\bar{M}_H = \frac{M_\Sigma}{C_H} = \frac{u_1}{u_1 - 2} \cdot A_1 \sum_{j=1}^n u_1^{j-1}, \quad (14)$$

где  $u_1 = \sqrt[n]{u_\Sigma}$ .

Исследование функции  $\bar{M}_H = \bar{M}(u_1)$  выполнено на границах области возможных передаточных отношений, где их реализация возможна различным числом ступеней механизма. Результаты расчетов приведены в таблице 2. При этом было принято  $k_1=3$  и  $n_{M1}=7$ .

По полученным данным, представленным в таблице 2, можно определить оптимальные значения ступеней механизма и соответствующие диапазоны передаточных отношений. Такие данные представлены в таблице 3.

Имея полученные данные, по заданному передаточному отношению  $U^*$  механизма определяют передаточное отношение отдельной ступени механизма

$$u_1 = \sqrt[n]{U^*}.$$

Затем выполняется подбор чисел зубьев отдельной ступени  $z_1$ ,  $z_2$  и  $z_3$  соответственно. Далее уточняются полученные значения передаточных отношений отдельной ступени  $u_1^y$  и всего механизма  $u_\Sigma^y = (u_1^y)^n$ . Если необходимо увеличить точность приближения полученного значения передаточного отношения  $u_\Sigma^y$  к заданному значению  $U^*$ , то можно на входе механизма установить рядную зубчатую передачу с передаточным отношением, равным  $U^*/u_\Sigma^y$ .

Таблица 2 – Результаты расчетов

Число ступеней $n$	2					
$u_{\Sigma}$	13,79	33,17	47,45	64		
$u_1 = \sqrt[n]{u_{\Sigma}}$	3,713	5,759	6,888	8		
$M_H$	279,225	721,22	1133,364	1680		
Число ступеней $n$	3					
$u_{\Sigma}$	13,82	33,2	47,465	64	191,1	269,77
$u_1 = \sqrt[n]{u_{\Sigma}}$	2,4	3,214	3,621	4	5,76	6,461
$M_H$	615,644	777,106	1026,344	1344	4262,038	6242,725
Число ступеней $n$	4					
$u_{\Sigma}$	63,9	190,33	270,1	1507,12		
$u_1 = \sqrt[n]{u_{\Sigma}}$	2,827	3,714	4,054	6,231		
$M_H$	1823,625	4132,987	5726,088	34926,18		
Число ступеней $n$	5					
$u_{\Sigma}$	190,38	269,96	1514,4	10435,8	10529	
$u_1 = \sqrt[n]{u_{\Sigma}}$	2,857	3,064	4,326	6,364	6,375	
$M_H$	5383,284	6859,572	31995,547	244416,51	246812,196	
Число ступеней $n$	6					
$u_{\Sigma}$	191,1	270,76	1509,7	10506,9	10546	
$u_1 = \sqrt[n]{u_{\Sigma}}$	2,4	2,543	3,387	4,68	4,683	
$M_H$	9124,913	10259,051	34755,796	222925,341	223771,295	

Таблица 3 – Оптимальные значения ступеней и соответствующие диапазоны передаточных отношений

Число ступеней механизма $n$	1	2	3	4	5	6
Диапазон передаточного отношения $u_{\Sigma}$	2,4 ... 8	8,1 ... 46,485	46,656 ... 269,774	279,106 ... 1507,118	1514,369 ... 10435,527	$\geq 10506,9$
Диапазон передаточного отношения $u_1$	2,4 ... 8	2,846 ... 6,818	3,6 ... 6,4615	4,054 ... 6,2307	4,3256 ... 6,3636	4,68 ... 8

**Выводы.** Получена целевая функция оптимизации массы многоступенчатого планетарного механизма типа  $n \times AI$  с одинаковыми передаточными отношениями его ступеней с учетом обеспечения контактной прочности зубчатых зацеплений. Выполнено исследование поведения целевой функции оптимизации и определены оптимальные числа ступеней механизма в зависимости от его общего передаточного отношения.

**Список литературы:** 1. Проектирование планетарных механизмов, оптимальных по динамическим характеристикам: Учеб. пособие по курсов. и дипл. проектированию / В.А. Ткаченко, В.Т. Абрамов, М.Д. Коровкин. – Харьков: Харьк. авиац. ин-т, 1983. – 110с. 2. Планетарные механизмы (оптимальное проектирование) / В.А. Ткаченко. – Харьков: Нац. аэрокосм. ун-т "Харьк. авиац. ин-т", 2003. – 446с. 3. Абрамов В.Т. Минимизация массы многоступенчатого планетарного механизма // Авиационно-космическая техника и технология. – Вып.33. – С.202-207. 4. Планетарные передачи. Справочник / Под ред. В.Н. Кудрявцева и Ю.Н. Кирдяшева. – Л.: Машиностроение (Ленингр. отд-е), 1977. – 536с. 5. Элементы приборных устройств: Курсовое проектирование. Учебн. пособие для вузов. В 2-х ч. – Ч.1 Расчеты / Н.П. Нестерова, А.П. Коваленок, О.Ф. Тищенко и др.; под ред. О.Ф. Тищенко. – М.: Высшая школа, 1978. – 328с. 6. Абрамов В.Т. Определение весовых и инерционных характеристик элементов планетарных механизмов / В.Т. Абрамов // Теория механизмов и машин. Респ. межвед. научн.-техн. сборник. – Вып.32.– Харьков: Вища школа, изд-во при Харьк. ун-те, 1982. – С.85-87. 7. Кирдяшов

Ю.Н., Иванов А.Н. Проектирование сложных зубчатых механизмов. – Л.: Машиностроение (Ленингр. отд-е), 1973. – 351с. 8. Артоболевский И.И. Теория механизмов и машин: Учеб. для вузов. 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1988. – 640с.

Поступила в редакцию 03.04.2013

УДК 621.833.6

**Оптимальное число ступеней многоступенчатого планетарного механизма типа  $n \times AI$  / В.А. Матюшечко, Ю.В. Шарабан, А.В. Шехов, В.Т. Абрамов // Вісник НТУ "ХПИ". Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПИ". – 2013. – №40(1013). – С.70-75. – Бібліогр.: 8 назв.**

Розглянуто методику знаходження оптимального числа ступінь багатоступінчатого планетарного механізму в залежності від його загального передаточного відношення з урахуванням умов контактної міцності. **Ключові слова:** планетарний механізм, контактна міцність.

The method of finding the optimal number of planetary transmissions of structure drive as function transmission ratio from conditions of contact strength is considered.

**Keywords:** planetary mechanism, contact strength.

УДК 621.833+515.2

**Н.В. МАТЮШЕНКО**, к.т.н., доцент каф. ГМКГ НТУ "ХПИ";  
**В.А. БЕРЕЖНОЙ**, старший преподаватель каф. ГМКГ НТУ "ХПИ";  
**А.В. ФЕДЧЕНКО**, к.т.н., доцент каф. ГМКГ НТУ "ХПИ"

### АРОЧНЫЕ ЗУБЬЯ С ЦИКЛОИДАЛЬНОЙ ПРОДОЛЬНОЙ ФОРМОЙ

В статье получено уравнение поверхности зубьев цилиндрических передач Новикова ДЛЗ с циклоидальной формой по длине, нарезанных резцовой головкой

**Ключевые слова:** арочные зубья, цилиндрическая передача, зацепление Новикова, циклоида.

**Актуальность задачи.** Зубчатые передачи целесообразно разделить на цилиндрические и все остальные. Наиболее распространенными являются эвольвентные цилиндрические передачи. Однако, одним из возможных путей обеспечения дальнейшего прогресса в редукторостроении является применение передач с зацеплением Новикова, обладающих повышенной нагрузочной способностью и улучшенными гидродинамическими условиями контактирования.

Особую заботу в передачах Новикова составляет то обстоятельство, что они могут быть только косозубыми. Этот фактор существенно сдерживает их широкое внедрение, не смотря на то, что по другим параметрам оно имеет несомненные преимущества. Появление больших осевых усилий резко отрицательно сказывается на работе подшипников, а также на конструкцию корпуса редуктора. Шевронное исполнение зубчатых колес с зацеплением Новикова сильно влияет на увеличение в осевом направлении габаритов редуктора.

Арочные зубья в настоящее время являются реальным резервом для дальнейшего повышения эффективности зубчатых передач. В ранее применявшихся арочных передачах не использовались в полной мере все заложенные в них резервы. Одна из основных причин такого положения заключалась в отсутствии систематизированной научно-обоснованной методики геометрических расчетов. Использование передач Новикова с арочной формой зубьев предполагает всесторонний анализ и учет особенностей влияния продольной формы зуба на геометрические характеристики. Поэтому настоящая задача является актуальной.

© М.В. Матюшенко, В.О. Бережной, Г.В. Федченко, 2013