

УДК 621.833+621.85

**Р. В. ПРОТАСОВ, А. В. УСТИНЕНКО, С. В. АНДРИЕНКО,
А. В. БОНДАРЕНКО, Е. М. ИВАНОВ, С. А. КАШУБА**

АНАЛИЗ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ЗУБЧАТЫХ И ЦЕПНЫХ ПЕРЕДАЧАХ С ЭВОЛЮТНЫМ ПРОФИЛЕМ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Эволютное зацепление – это семейство профилей с выпукло-вогнутым контактом для зубчатых и цепных передач. В статье рассмотрена методика анализа НДС с учетом контактного взаимодействия в эволютном зацеплении методом конечных элементов. Она заключается в создании параметрической 3D-модели зубчатой или цепной передачи, построении упрощенной расчетной модели и создании конечно-элементной сетки. Выполнены тестовые расчеты, получены распределения контактных напряжений и проведен анализ НДС для зубчатой пары и пары зуб–втулка.

Ключевые слова: зубчатая передача, цепная передача, эволютное зацепление, метод конечных элементов, напряженно-деформированное состояние, контактное напряжение.

Введение. Актуальность задачи. Основными причинами выхода из строя зубчатых передач являются усталостное выкрашивание и износ активных поверхностей зубьев. Интенсивный износ зубьев звездочек характерен для цепных передач с втулочными цепями без роликов в передачах сельскохозяйственных и горных машин, а также для гусеничного движителя. Как известно, выкрашивание и износ зубьев зависят от интенсивности контактных напряжений в зацеплении, которую можно снизить увеличением приведенного радиуса кривизны профилей ρ_H . Основным способом увеличения ρ_H без роста габаритов передачи заключается в применении зацепления с выпукло-вогнутым контактом зубьев. Следовательно, разработка и исследование зацеплений для зубчатых и цепных передач, обеспечивающих выпукло-вогнутый контакт, является актуальной задачей современного машиностроения.

Постановка задачи. Одним из перспективных путей решения этой задачи является применение так называемого эволютного зацепления. Это семейство профилей для зубчатых и цепных передач с выпукло-вогнутым контактом, разработанное украинским ученым А.И. Павловым [1] и основанное на построении Бобилье [2]. Данное построение заключается в замене зубчатого зацепления четырехзвенным шарнирно-рычажным механизмом. Регулируя геометрические размеры механизма, можно синтезировать зацепления с различными геометро-кинематическими показателями, непосредственно влияющими на контактную прочность и износостойкость.

Контактные напряжения в зацеплении целесообразно исследовать методом конечных элементов (МКЭ), который позволяет анализировать напряженно-деформированное состояние (НДС) всего зуба, а именно, получить полную и достоверную картину распределения деформаций и напряжений по поверхности контакта и в глубине зуба. Рассмотрим основные этапы, которые необходимо выполнить в процессе анализа НДС зуба при помощи МКЭ.

1. Синтез геометрии зубьев. Выполнив построение Бобилье, мы получаем дифференциальное уравнение второго порядка, которое описывает движение точки контакта между зубьями (или зубом и втулкой цепи для цепной передачи). Для зубчатой пе-

редачи уравнение принимает следующий вид [1]:

$$y_0'' = \frac{y_0'(1 + y_0'^2)}{-ky_0' + x_0}, \quad (1)$$

а для цепной передачи [3]:

$$y_0'' = \frac{y_0'(1 + y_0'^2)(r_0 f - k)(1 - Ay_0')}{x_0(r_0 f - k)(1 - Ay_0') + y_0' r_0 k f}; \quad (2)$$

$$A = \frac{k}{\sqrt{(r_0 - k/f)^2 + k^2}},$$

где x_0, y_0 – координаты точек профиля зуба в системе координат, начало которой совпадает с полюсом зацепления P , а ось x_0 является касательной к делительной окружности радиусом r_0 ; f – коэффициент трения скольжения в зацеплении; $k = h \sin \alpha_0$ – так называемый коэффициент разновидности эволютного зацепления [1], являющийся одним из его важнейших параметров: он позволяет управлять геометрическими характеристиками синтезируемой передачи (h – расстояние между полюсом зацепления и центром вращения шатуна заменяющего механизма; α_0 – угол зацепления в полюсе).

Решая уравнение (1), мы получаем профиль зуба рейки, от которого известными методами преобразования [2] можно перейти к огибающему профилю зуба колеса. При решении уравнения (2) мы сразу получаем профиль зуба звездочки.

На рис. 1 показаны образцы синтезированных профилей зубьев для зубчатой и цепной передач. Решение уравнений (1) и (2) было получено численным методом Рунге-Кутты в системе MathCAD при помощи встроенной функции *Rkadapt* [3, 4]. Профили построены в системе координат x, y , начало которой совпадает с центром вращения колеса. Для цепной передачи ось y совпадает с осью симметрии зуба, а для зубчатой передачи ось y совпадает с осью симметрии впадины.

2. Построение параметрической твердотельной модели. Для построения параметрических моделей зубчатой пары и пары звездочка-втулка в качестве базовой CAD-системы была принята Pro/ENGINEER, а в качестве базовой CAE-системы – ANSYS Workbench.

Рабочий профиль и переходная кривая эволютного зуба были построены по 200 точкам в плоскости xu с точностью координат 7 знаков после запятой. Точки профиля были размещены в рабочей плоскости при помощи инструмента *Datum Point*. Затем при помощи инструмента *Curve* по этим точкам была выполнена сплайн-интерполяция профиля.

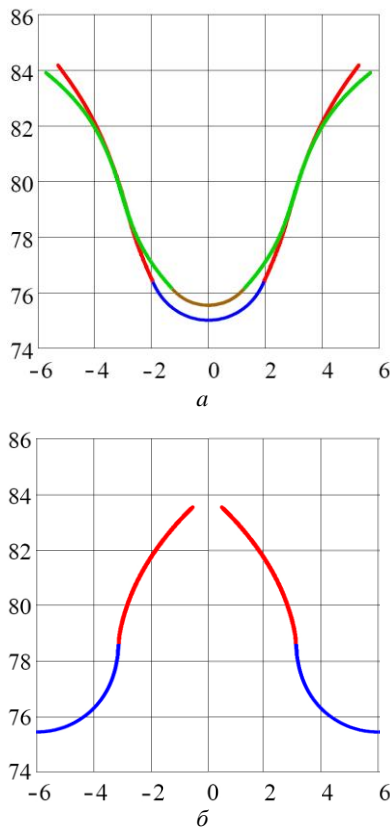


Рис. 1 – Профили синтезированных зубьев:
 a – сопряженная пара зубьев зубчатой передачи с параметрами – $m=4\text{мм}$, $\alpha_0=15^\circ$, $z_1=20$, $z_2=40$, $k=-5$;
 b – зуб звездочки цепной передачи с параметрами – шаг цепи $t=25,4\text{мм}$, $z=20$, $k=-5$

Численное решение дифференциального уравнения второго порядка (1) или (2) содержит погрешность, приводящую к отклонению синтезированного профиля зуба от теоретического. Заданием высокой точности решения и увеличением количества точек интегрирования можно получить практически полное совпадение этих профилей. Система Pro/ENGINEER позволяет оценить кривизну построенной кривой (рис. 2) при помощи инструмента *Curvature*. Из анализа графика видно, что кривизна имеет сглаженные плавные переходы. Следовательно, при создании конечно-элементной модели на базе рассматриваемой геометрии будет достигнута высокая степень точности кривизны профиля, что особенно важно в зоне контакта.

3. Построение конечно-элементной модели. В качестве расчетной модели зубчатой пары приняты секторы шестерни и колеса. Для случая цепной передачи использован сектор звездочки и одна втулка цепи. В обоих случаях сектор состоит из трех зубьев и обода толщиной 3 модуля [5]. Ширина сектора равна половине ширины зуба шестерни или звездочки. В

САЕ-системе задается симметрия относительно срединной плоскости колеса, а также удаляются фаски и скругления. В зоне контакта зубьев зубчатой передачи и контакта втулки с зубом звездочки создается область в виде полуцилиндра диаметром 1,5мм. Это необходимо для задания размера конечных элементов (КЭ), сопоставимых с размером пятна контакта. Такие упрощения позволят сэкономить время расчета и ресурсы компьютера без ухудшения точности результата.

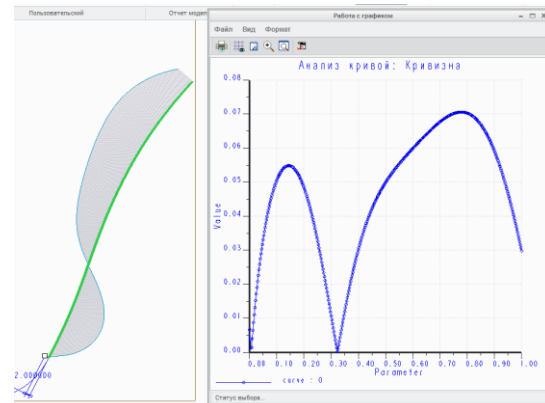


Рис. 2 – Кривизна рабочего профиля эволютного зуба

4. Выполнение тестовых расчетов и анализ НДС. После импорта модели в программу ANSYS Workbench для расчета нужно внести или создать следующие данные [6]:

- создание поверхностей контакта в полюсе с коэффициентом трения 0,1;
- применение свойств материала (сталь): коэффициент Пуассона $\nu=0,3$; модуль упругости $E_1=E_2=2,1 \cdot 10^5 \text{МПа}$; плотность $\rho=7850 \text{кг/м}^3$;
- тип элементов: для вставки – "hex dominant"; для остальной части – "tetrahedrons";
- размер элемента: для области в зоне контакта 0,1мм и 0,05мм; для остальной части 3мм;
- создание крутящего момента на шестерне вокруг оси z величиной 281,3Н;
- внесение граничных условий: для зубчатого колеса – полное фиксирование; для шестерни – ограничение всех степеней свободы кроме вращения вокруг оси z .

В результате создания КЭ модели было получено 247 тыс. узлов и 84 тыс. элементов. На рис. 3,а,б показан общий вид КЭ моделей, а на рис. 3,в – область в зоне контакта зубьев с более мелкой сеткой.

По результатам расчета было получены распределения контактных напряжений на компьютерных моделях, показанные на рис. 4 и 5.

Расчет по формуле Герца дает одинаковые значения напряжений по всей длине контактной линии. В свою очередь, расчет при помощи МКЭ учитывает краевые эффекты, поэтому в случае равной ширины зубчатых венцов шестерни и колеса контактные напряжения у торцов зубьев уменьшаются.

Как видно из рис. 4,б, размер КЭ в области контакта удовлетворяет условию – 4 элемента на ширину пятна контакта, что является достаточным при решении контактной задачи [6].

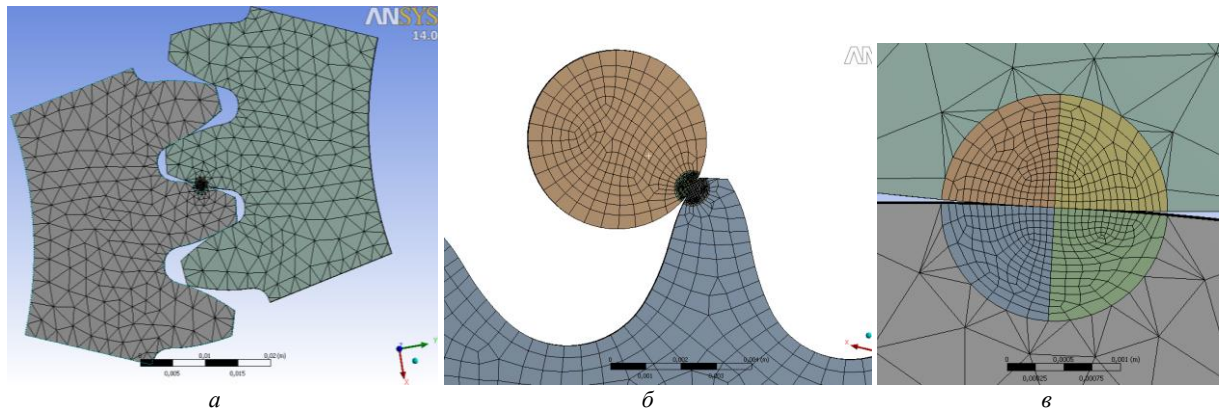


Рис. 3 – Конечно-элементные модели:
 а – зубчатой пары; б – пары звездочка-втулка цепной передачи; в – область в зоне контакта

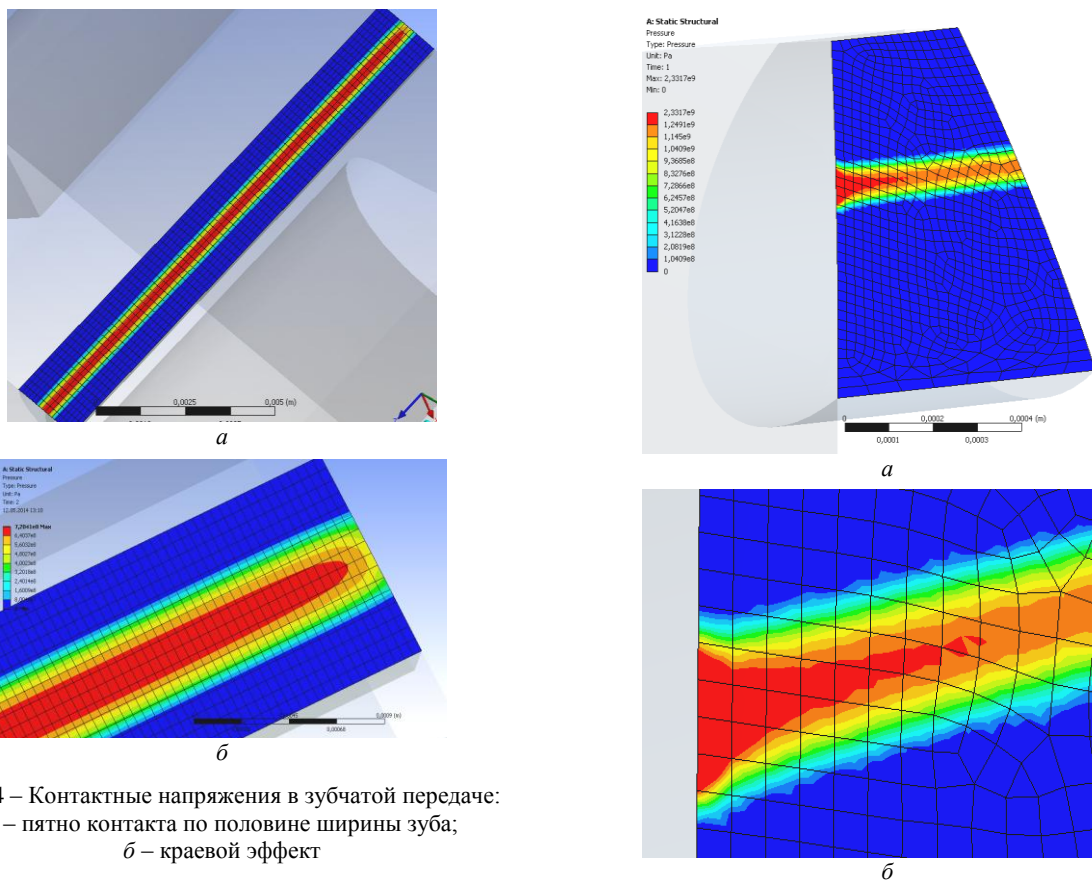


Рис. 4 – Контактные напряжения в зубчатой передаче:
 а – пятно контакта по половине ширины зуба;
 б – краевой эффект

Рис. 5 – Контактные напряжения в цепной передаче:
 а – пятно контакта по половине ширины зуба;
 б – краевой эффект

Был проведен повторный расчет с размером КЭ в зоне контакта 0,05мм для определения погрешности расчета. Статистика КЭ моделей и результаты расчетов по МКЭ и формуле Г. Герца приведены в таблице.

Таблица – Анализ результатов расчета с различными КЭ сетками

Размер элемента, мм	Узлов, тыс.	Элементов, тыс.	Контактные напряжения по МКЭ, МПа	Контактные напряжения по Герцу, МПа
0,1	247	84	680	802
0,05	490	168	720	

Анализ полученных результатов показывает, что с уменьшением размера КЭ повышается точность результата, однако серьезно возрастают временные и вычислительные затраты.

В заключение приведем эквивалентные напряжения по Мизесу – на поверхности контакта $\sigma_H^{ЭКВ} = 0,4\sigma_H$ и глубинные $\sigma_{Нглуб}^{ЭКВ} = 0,56\sigma_H$. Расчет по глубинным напряжениям имеет большое значение для зубьев, подвергнутых поверхностной термической и химико-термической обработке.

Распределение эквивалентных напряжений по Мизесу показано на рис. 6,а и 7,а. Для большей наглядности и оценки концентрации глубинных напряжений приведены рис. 6,б и 7,б. Они отображают изменение напряжений по Мизесу в сечении зуба (в данном случае – посередине венца); такая возможность является преимуществом в расчетах с помощью МКЭ.

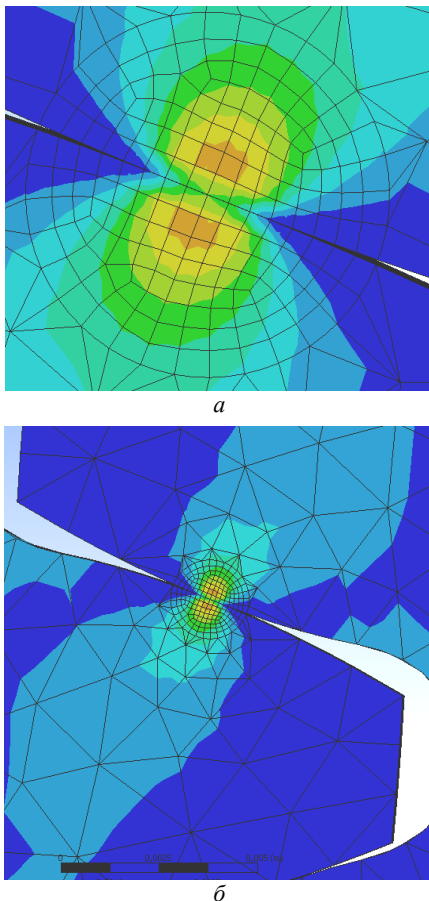


Рис. 6 – Эквивалентные напряжения в зубчатой передаче:
а – по Мизесу; б – по Мизесу в глубине зуба

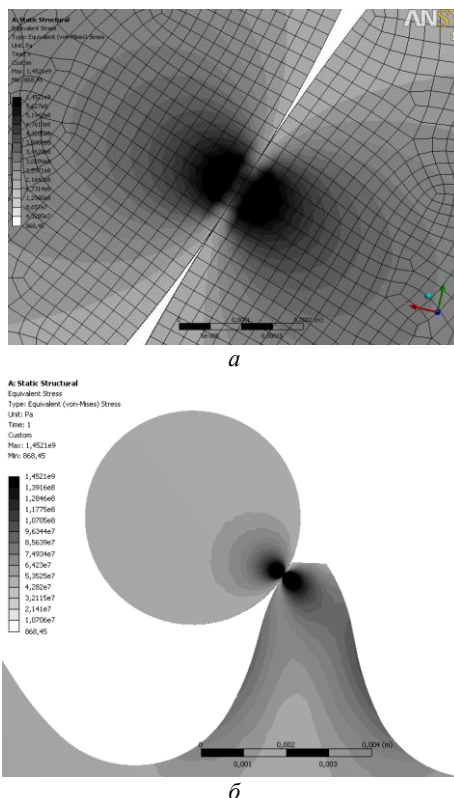


Рис. 7 – Эквивалентные напряжения в цепной передаче:
а – по Мизесу; б – по Мизесу в глубине зуба

Анализ рис. 6,б и 7,б показывает характерные концентраторы напряжений в теле зуба около пятна контакта.

Выводы:

1. Эволютное зацепление с выпукло-вогнутым контактом позволяет повысить нагрузочную способность зубчатых и цепных передач по критериям контактной выносливости и износостойкости.

2. Выполнен синтез профилей эволютного зубчатого и цепного зацеплений на основе построения Бобиле. Получено численное решение разрешающих дифференциальных уравнений методом Рунге-Кутты.

3. На основе синтезированных профилей построены твердотельные параметрические модели эволютных зубчатой пары и пары звездочка-втулка. Анализ кривизны рабочего профиля зуба показал пригодность модели к расчету контактного взаимодействия.

4. Усовершенствована методика модификации компьютерной модели для импорта в САЕ-систему. Основной необходимостью для этого была экономия ресурсов компьютера и времени для расчета методом конечных элементов.

5. Проведен анализ НДС зуба цилиндрической и цепной передач. Определены контактные напряжения и эквивалентные напряжения по Мизесу.

6. Анализ данных, полученных при помощи МКЭ и на основе решения контактной задачи Герца, показал схожие результаты – при расчете с размером КЭ в зоне контакта, равным 0,1мм, погрешность составила 15%, а при размере КЭ 0,05мм – 10%, что является допустимым для инженерных расчетов.

Список литературы: 1. Павлов А.И. Современная теория зубчатых зацеплений. – Харьков: ХНАДУ, 2005. – 100с. 2. Литвин Ф.Л. Теория зубчатых зацеплений. М.: Наука, 1968. – 584с. 3. Андриенко С.В., Устиненко А.В. Моделирование профиля зуба звездочки цепной передачи на основе построения Бобиле // Вісник НТУ "ХПІ". Зб. наук. праць. Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ", 2013. – №40(1013). – С.5-8. 4. Андриенко С.В., Устиненко А.В., Протасов Р.В. Численное решение задачи синтеза профиля зуба звездочки цепной втулочно-роликковой передачи // Вісник НТУ "ХПІ". Зб. наук. праць. Серія: Проблеми механічного приводу. – Х.: НТУ "ХПІ", 2014. – №31(1074). – С.10-15. 5. Иванов М.Н. Детали машин: Учеб. для студентов вузов / Под ред. В.А. Финогенова. – 6-е изд., перераб. – М.: Высш. шк., 2000. – 383с. 6. Бруйка В.А. Инженерный анализ в ANSYS Workbench: Учебное пособие. – Самара: Самар. гос. техн. ун-т, 2010. – 271с.

Bibliography (transliterated): 1. Pavlov A.I. Sovremennaja teorija zubchatyh zaceplenij. – Kharkov: KhNADU, 2005. – 100p. 2. Litvin F.L. Teorija zubchatyh zaceplenij. – Moscow: Nauka, 1968. – 584p. 3. Andrienko S.V., Ustinenko A.V. Modelirovanie profilja zuba zvezdochki cepnoj peredachi na osnove postroenija Bobil'e // Visnyk NTU "KhPI". Zb. nauk. prac'. Serija: Problemy mehanichnogo pryvodu. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2013. – No40(1013). – P.5-8. 4. Andrienko S.V., Ustinenko A.V., Protasov R.V. Chislennoe reshenie zadachi sinteza profilja zuba zvezdochki cepnoj vtulochno-rolikovoju peredachi // Visnyk NTU "KhPI". Zb. nauk. prac'. Serija: Problemy mehanichnogo pryvodu. – Kharkiv: NTU "KhPI", 2014. – No31(1074). – P.10-15. 5. Ivanov M.N. Detali mashin: Ucheb. dlja studentov vuzov / Pod red. V.A. Finogena. – 6-e izd., pererab. – Moscow: Vyssh. shk., 2000. – 383p. 6. Brujaka V.A. Inzhenernyj analiz v ANSYS Workbench: Uchebnoe posobie. – Samara: Samar. gos. tehn. un-t, 2010. – 271p.

Поступила (received) 25.06.2015

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Протасов Роман Васильевич – Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», ассистент кафедры теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: protasov@tmm-sapr.org.

Protasov Roman Vasylyevich – National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", assistant at the Department of theory and computer-aided design of mechanisms and machines; tel.: (057) 707-64-78; e-mail: protasov@tmm-sapr.org.

Устиненко Александр Витальевич – кандидат технических наук, доцент, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», доцент кафедры «Теория и системы автоматизированного проектирования механизмов и машин»; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org.

Ustinenko Aleksandr Vital'evich – Candidate of Technical Sciences, docent, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", associate professor at the Department of theory and computer-aided design of mechanisms and machines; tel.: (057) 707-64-78; e-mail: ustin1964@tmm-sapr.org.

Андриенко Сергей Владимирович – Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, аспирант кафедры инженерной и компьютерной графики; тел.: (057) 707-37-24; e-mail: andrisergejj@rambler.ru.

Andrienko Sergej Vladimirovich – Kharkov National Automobile and Highway University, postgraduate at the Department of engineering and computer graphics; tel.: (057) 707-37-24; e-mail: andrisergejj@rambler.ru.

Бондаренко Алексей Викторович – кандидат технических наук, доцент, Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт», старший преподаватель кафедры теории и систем автоматизированного проектирования механизмов и машин; тел.: (057) 707-64-78; e-mail: avbondko@gmail.com.

Bondarenko Aleksej Viktorovich – Candidate of Technical Sciences, National Technical University "Kharkiv Polytechnic Institute", senior lecturer at the Department of theory and computer-aided design of mechanisms and machines; tel.: (057) 707-64-78; e-mail: avbondko@gmail.com.

Иванов Евгений Мартынович – кандидат технических наук, доцент, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, доцент кафедры инженерной и компьютерной графики; тел.: (057) 707-37-24; e-mail: repositiv@mail.ru.

Ivanov Evgenij Martynovich – Candidate of Technical Sciences, docent, Kharkov National Automobile and Highway University, associate professor at the Department of engineering and computer graphics; tel.: (057) 707-37-24; e-mail: repositiv@mail.ru.

Кашуба Светлана Антоновна – кандидат технических наук, доцент, Харьковская государственная академия дизайна и искусств, доцент кафедры инженерно-технических дисциплин; тел.: (057) 706-28-11; e-mail: mx72mx@gmail.com.

Kashuba Svetlana Antonovna – Candidate of Technical Sciences, docent, Kharkov State Academy of Design and Arts, associate professor at the Department of engineering and technical disciplines; tel.: (057) 706-28-11; e-mail: mx72mx@gmail.com.