

*Э. А. СИМСОН*, д-р техн. наук, проф. НТУ «ХПИ», Харьков;  
*С. А. НАЗАРЕНКО*, канд. техн. наук, старш. научн. сотр. НТУ «ХПИ»;  
*И. Д. ПРЕВО*, вед. научн. сотр. ИГ «УПЭЖ», Харьков.<sup>1</sup>

## МЕТОДЫ АНАЛИЗА И ОПТИМИЗАЦИИ НАГРУЖЕННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ СИСТЕМ

На единой научно-методологической основе рассмотрены численные методы анализа и оптимизации высоконагруженных элементов некоторых технологических систем. Математическое моделирование процесса раскатки кольца подшипника проводилось с помощью метода конечных элементов (МКЭ) в постановке объемного напряженно-деформированного состояния в рамках инкрементального смешанного подхода Лагранжа-Эйлера. Представлена динамическая модель сонотрода для ультразвуковой системы технологического назначения.

**Ключевые слова:** математическая модель, оптимизация, технологические системы, высоконагруженные элементы, методы анализа, раскатка, соноотрод, инструмент.

**Постановка проблемы.** Создание новых и улучшение имеющихся технологических процессов, усложнение конструктивных форм; необходимость комплексного моделирования сложных составных устройств, создания достоверной цифровой модели прототипов и проведения виртуальных испытаний, приближенных к условиям эксплуатации, обуславливают потребность в разработке новых и совершенствовании существующих методик расчета и оптимизации технологических систем [1, 2, 3]. Целью работы являлась разработка научно обоснованных численно-аналитических методов анализа и оптимизации высоконагруженных элементов некоторых технологических систем.

**Исследования по оптимизации** элементов механико-технологических систем начинают с постановки задачи и разработки метода поиска оптимального решения. Постановка задачи охватывает задачу анализа математической модели элементов технологической системы, критерий цели, варьируемые параметры, ограничения.

Задача оптимизации элементов механико-технологических систем состоит в определении варьируемых переменных, относящихся к допустимой области и максимизирующих (минимизирующих) функционал качества (критерий цели). Нелинейная целевая функция элементов технологической системы являет собой суперпозицию критериев качества, при этом в качестве весовой функции применяются неопределенные множители Лагранжа.

На проектные переменные могут накладываться как функциональные ограничения типа равенств и неравенств, неявным образом сужающие область варьирования, так и явные двусторонние ограничения, задаваемые из конструктивно-технологических представлений. Подобные ограничения могут иметь и стохастическую постановку.

---

<sup>1</sup>© Э. А. Симсон, С. А. Назаренко, И. Д. Прево, 2014

Значения функционалов элементов технологической системы определяются из решения задач анализа, описываемых уравнениями состояния. Структуру уравнений, характеризующих математические связи между искомыми  $u$  и заданными  $h$  величинами, обуславливает состав элементов технологической системы, граничные условия, нагрузки, тип исследуемого процесса и условия сопряжения. Задачи анализа элементов технологических систем можно классифицировать и по ключевым качествам: особенности анизотропии материала; физические закономерности деформирования; формы разрешающих уравнений и численные методы расчета. Функция (вектор)  $u$  переменных состояния элементов механико-технологической системы, образующих пространство решений, может включать напряжения, температуры, перемещения, деформации и т. д..

При решении задач оптимизации элементов технологических систем в качестве варьируемых переменных  $h$  рассматриваются физико-механические свойства материалов, геометрические параметры (распределения толщины; конфигурация граничного контура, вырезов, срединной поверхности); сосредоточенных жесткостей и масс; численности, величины и области приложения управляющих нагрузок и т. д.. Выбор класса проектных переменных (вектор дискретных параметров, кусочно-непрерывные функции, непрерывные функции) во многом обуславливает метод оптимизации и оптимальное решение.

**Критерий качества** элементов технологической системы представляет математическую формулировку цели оптимизации, зависящей от условий эксплуатации и функционального предназначения. Качество элементов технологических систем описывается определенными функционалами, характеризующимися, как правило, нелинейными зависимостями от параметров состояния и варьируемых переменных. К основным показателям качества элементов механико-технологических систем относятся производительность, энергоемкость, максимальные напряжения, материалоемкость, надежность, долговечность, технологичность, удельная стоимость единицы продукции и т. д.. Наличие большого числа критериев качества приводит к противоречивым требованиям на этапе проектирования. При рассмотрении многокритериальных задач наиболее распространенным является определение множества Парето компромиссных решений.

Выбор эффективного **метода оптимизации** элементов технологических систем является завершающей ступенью проведения исследования. Методы математического программирования подразделяются на линейные и нелинейные (обладают наибольшей универсальностью), геометрические, динамические, технологии случайного поиска и прочее.

Эффективные методы первого порядка (градиентный, проекции градиента, сопряженных градиентов, их модификации и многие другие) используют информацию о градиенте функционалов качества технологических систем. В этих методах, базируясь на локальных свойствах функций, описывающих критерий

качества и ограничения, реализуется численный поиск улучшающего направления. Проект в данном направлении модифицируется на подходящую величину шага.

В методе последовательной линеаризации, обнаруживающем обширный потенциал, как по эффективности, так и универсальности, на произвольном шаге исполняется следующий комплект ступеней вычислений: решение исходной и сопряженной задач; вычисление функциональных производных по варьируемым параметрам; построение зоны линеаризации; решение задачи линейного программирования. Реализация методов второго порядка связана как с трудностями вычисления второй производной критерия качества и функциональных ограничений, так и возможностью быстрой сходимости оптимизационного процесса.

Следующий класс методов оптимизации приводит решение задачи оптимизации к удовлетворению соответствующих условий оптимальности. При использовании непрямых методов на каждой итерации проектирования удовлетворяются условия оптимальности без применения локальных свойств функционалов качества и ограничений. К ним имеют отношение классические методы теории оптимального управления и вариационного исчисления. Методы неприменимы при наличии ограничений типа неравенств и в случае негладких или разрывных варьируемых функций. Условия оптимальности в форме принципа максимума Понтрягина функционируют с ограничениями типа неравенств. Кроме классической континуальной постановки нужно разрабатывать дискретный принцип максимума для конечно элементных моделей технологических систем.

**Задача анализа элементов технологических систем**, как правило, сводится к решению систем нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных. Возможности классических методов, основывающихся на решении системы уравнений в частных производных краевых задач математической физики, ограничены.

Краевая задача может быть приведена к вариационной форме при помощи умножения исходного уравнения в частных производных на произвольную виртуальную функцию  $z$  из пространства гладких «обобщенных перемещений», удовлетворяющих краевым условиям, и последующего интегрирования по частям. Например, для случая статики задача приводится к вариационному уравнению, справедливому для всех кинематически допустимых функций  $z$  :

$$a_h(y, z) \equiv (\overline{A}_h y, z) = (f, z) \quad (1)$$

или в случае контактного взаимодействия тел с гладкими поверхностями к вариационному неравенству:

$$(\overline{A}_h y, z - y) \geq (f, z - y), \quad \forall z \in G, \quad (2)$$

где  $\overline{A}$  – расширение по Фридрихсу оператора краевой задачи;  $a_h(y, z)$  – соответствующая положительно определенная и непрерывная билинейная

форма,  $(f, z)$  - линейная силовая форма,  $G$  – множество, задаваемое условиями непроникновения.

Вариационные задачи или неравенства приводятся к проблеме минимизации функционалов. Для случая (1) ищется безусловный минимум, а для случая (2) – минимум на множестве  $G$  в пространстве функций  $u$ . Соотношения метода конечных элементов (МКЭ), считающегося наиболее мощной, универсальной и распространенной технологией расчета, приводят к матричной алгебраической проблеме.

**Математическое моделирование технологических систем.** Раскатка относится к методам обработки металлов давлением и основана на использовании свойств пластичности материалов. Для технологий раскатки, связанных с формоизменением деформируемых тел, конечным этапом теоретических исследований является решение соответствующей контактной задачи теории пластичности элементов механико-технологических систем.

Рассмотрим модель технологической системы изготовления кольца подшипника, состоящей из контактирующих между собой на общих участках поверхности конструктивных элементов: оправки, заготовки кольца, ролика. Характерной особенностью процесса является сложное напряженное состояние в связи с наличием постоянно смещающегося по спирали к периферии заготовки локального очага деформации и присутствием внеконтактной деформации. В процессе раскатки одновременно увеличивается диаметр отверстия и наружный диаметр поковки за счет уменьшения толщины ее стенки.

Жесткость деформируемого тела заготовки кольца намного меньше жесткости контактирующих с ней твердых материалов оправки и ролика. Поэтому заготовка кольца рассматривалась как упруго-вязко-пластично деформируемое тело, оправка и ролик привода как абсолютно жесткие тела, т. е. контактная задача с проскальзыванием может рассматриваться как жестко-податливая.

Математическое моделирование процесса раскатки проводилось с помощью МКЭ в постановке объемного напряженно-деформированного состояния в смешанной формулировке для приращения давлений и скоростей в рамках инкрементального подхода Лагранжа-Эйлера (ALE). Учет свойств материалов раскатного инструмента и заготовки осуществлялся при поддержке диаграмм деформирования для характерных скоростей деформирования.

Параметры процесса раскатки были заданы в соответствии с операционной картой. Решение нестационарной задачи деформирования (раскатки) кольца с целью определения контактных давлений в паре оправка-заготовка приведено на рис. 1. Для определения влияния изменения скорости подачи на напряжения, возникающие в инструменте, и его стойкость были проведены численные эксперименты с варьированием поступательной скорости оправки (рис. 2).

В отличие от машиностроительных конструкций технологические системы вибрационной техники проектируются на работу в резонансе как основном функциональном режиме. Проектирование ультразвуковых систем связано с рассмотрением конструкции: «генератор – преобразователь – концентратор –

инструменты – наконечники – среда». Применение объемных КЭ позволяет описывать элементы систем пространственной формы и трехмерного электрического и напряженно-деформированного полей.

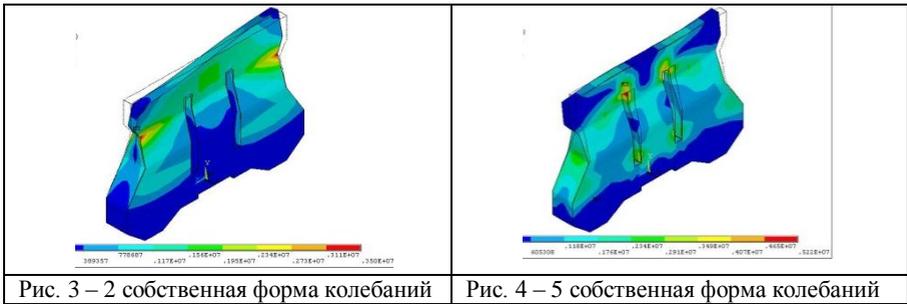


Электрические колебания ультразвуковой частоты, вырабатываемые генератором, преобразуются в механические колебания сварочного инструментально-волновода в свариваемый материал. Часть энергии механических колебаний переходит в тепловую. Это приводит к нагреву зоны контакта соединяемых деталей до температур вязко-текучего состояния. Для обеспечения надлежащих условий ввода механических колебаний и создание тесного контакта свариваемых поверхностей прикладывается давление между волноводом и опорой.

Для ультразвуковой сварки, резки и заделки используются сонотроды, являющиеся пассивными резонансными элементами системы и предназначенные для передачи волновой энергии от преобразователя к поверхностям деталей. Их конфигурации отличаются разнообразием, обусловленным широкой номенклатурой свариваемых изделий. На этапе проектирования сонотродов надо обеспечить настройку конструкции (с учетом автоподстройки генератора) в “рабочий резонанс”, отстроившись от паразитных частот  $\omega^-$  и  $\omega^+$

$$\omega_p \leq \omega^* + \Delta\omega^*, \quad \omega_p \geq \omega^* - \Delta\omega^*, \quad \omega^- \leq \omega^* - \Delta\omega, \quad \omega^+ \geq \omega^* + \Delta\omega.$$

В зависимости от способа ввода колебаний в изделие резонансная мода движения должна характеризоваться однородным распределением нормальной или касательной составляющей перемещений на излучающей ультразвук поверхности, что связано с качеством получаемого шва. К дополнительным требованиям относятся максимизация коэффициента полезного действия установок; заданный коэффициент усиления перемещений на рабочем торце, циклическая прочность, низкий уровень потерь энергии на внутреннее трение; габаритные, компоновочные и конструктивные ограничения и другое. Примеры результатов расчета форм перемещений и полей интенсивностей динамических напряжений (представлены тоновой заливкой) ножевого сонотрода, соответствующих различным собственным частотам, представлены на рис. 3 и 4.



**Выводы.** Проведенные исследования показали, что численный метод анализа МКЭ достоверно воссоздает технологические процессы ультразвуковой сварки и раскатки. Дальнейшим направлением исследований является использование современных методов оптимизации и анализа чувствительности сложных конечно элементных моделей при поиске оптимальных параметров технологических процессов обработки.

**Список литературы:** 1. Тимофеев Ю.В., Фадеев В.А., Степанов М.С., Назаренко С.А. Обобщенная структура жизненного цикла машиностроительного производства и его изделий // Вісник Національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут». – Харків, НТУ «ХПІ». – 2009. – № 1. – С. 86 – 95. 2. Flager F. Multidisciplinary process integration and design optimization of a classroom building / F Flager, B Welle, P Bansal, G Soremekun, J Haymaker // Journal of Information Technology in Construction (ITcon). – 2009. – Vol. 14. – P. 595 – 612. 3. Li M. Optimal uncertainty reduction for multi-disciplinary multi-output systems using sensitivity analysis / M. Li; J. Hamel; S. Azarm // Structural & Multidisciplinary Optimization. – 2010. – Vol. 40. P. 77 – 96.

**Bibliography (transliterated):** 1. Timofeev, Ju. V., et al. "Obobshhennaja struktura zhiznennogo cikla mashinostroitel'nogo proizvodstva i ego izdelij." Kharkov. *Visnik NTU «KhPI»*. No. 1. 2009. 86–95. Print. 2. Flager, F., et al. "Multidisciplinary process integration and design optimization of a classroom building." *Journal of Information Technology in Construction (ITcon)*. Vol. 14. 2009. 595–612. Print. 3. Li, M., J. Hamel and S. Azarm. "Optimal uncertainty reduction for multi-disciplinary multi-output systems using sensitivity analysis." *Structural & Multidisciplinary Optimization*. Vol. 40. 2010. 77–96. Print.

*Поступила (received) 20.10.14*