

**А.В. АНЦИФЕРОВ**, канд. техн. наук., доц.,  
Государственный ВУЗ «Национальный горный университет», Днепропетровск

## **УТОЧНЕННЫЙ РАСЧЕТ ВИБРОУДАРНОГО РЕЖИМА РАБОТЫ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ВИБРАЦИОННОЙ МЕЛЬНИЦЫ**

Исследуется виброударная система, которая моделирует процесс разрушения слоя материала в вертикальной вибрационной мельнице. Разработана модель из двух масс и помольной камеры с упругими элементами между ними. Рассчитывается время ударного взаимодействия элементов системы с учетом известного закона движения камеры. Далее определяется область существования виброударного режима. Предложенный подход дает возможность уточнить отдельные параметры до 10 %.

**Ключевые слова:** вибромельница, вертикальные колебания, технологическая загрузка, помольная камера, эксцентриковый привод, виброударная модель

**Введение.** Вибрационные мельницы нашли широкое применение для получения тонкоизмельченных порошков. В зависимости от конструктивного расположения цилиндрической помольной камеры они подразделяются на горизонтальные и вертикальные. Особенностью вертикальных вибрационных мельниц является возможность реализации в них виброударного режима работы [1]. Показано, что благодаря такому виду нагружения эти мельницы обладают большими потенциальными возможностями для использования их в качестве механохимических реакторов [2, 3]. Мелющие тела заполняют помольную камеру до определенного уровня, оставляя технологический зазор до крышки  $\Delta$ . Так как амплитуда и частота обычно известны, то задача состоит в определении величины  $\Delta$ , при которой имеет место виброударный режим работы мельницы. Нами выбран подход к решению этой задачи с позиций теории виброударных систем [4].

Дальнейшее уточнение задачи состоит в учете измельчаемого порошка у днища и представление шаровой загрузки в виде двух масс [5]. Для этого предлагается определить время ударного взаимодействия масс с камерой. Однако решение данной задачи можно уточнить или упростить с учетом следующего. Для мельниц с жестким эксцентриковым приводом закон движения камеры в процессе удара с загрузкой не меняется, что в данной статье не рассматривается.

© А.В. Анциферов, 2013

Но, одновременно с учетом конструктивных особенностей масса камеры значительно превосходит массу загрузки.

**Целью данной работы** является уточнение подхода [5] с учетом указанных факторов.

**Математическая модель.** Решение задачи можно разбить на два этапа.

Первый – процесс ударного взаимодействия днища камеры с массами.

Второй – движение масс до крышки, упругий удар о крышку и далее движение к днищу. На первом этапе используем теорию последовательной передачи удара [6], а на втором классическую теорию виброударных систем.

Рассмотрим ударную систему, состоящую из трех абсолютно жестких элементов, разделенных двумя упругими промежуточными элементами.

На рис. 1 показано положение тел в начале удара. Соответственно Здесь  $m_1$  – масса камеры, а  $m_2$  и  $m_3$  – эквивалентные массы шаров нижнего и верхнего слоев.

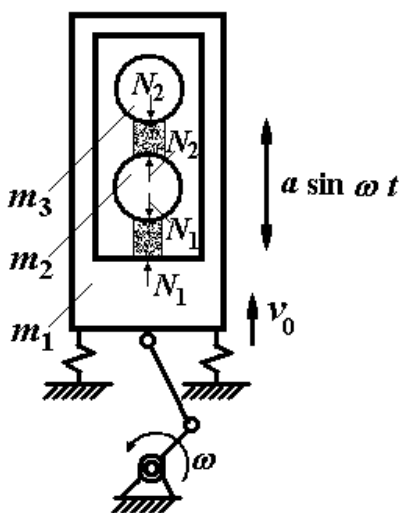


Рис. 1. Динамическая модель

Камера совершает гармонические колебания с амплитудой  $a$  и частотой  $\omega$ . Принимаем массы  $m_2$  и  $m_3$  условно неподвижными, а масса  $m_1$  движется со скоростью  $v_0$  – результирующая скорости встречи загрузки с днищем камеры. Массы считаем несжимаемыми, а промежуточные элементы упругими. При ударе между камерой и массой  $m_2$  возникает сила ударного взаимодействия  $N_1$ , а между массами  $m_2$  и  $m_3$  – сила  $N_2$ . Положительное направление скорости ударника  $v_0$  принимаем вверх.

За время удара массы перемещаются на расстояния соответственно  $y_1$ ,  $y_2$  и  $y_3$ .

Дифференциальные уравнения движения соударяющихся тел из [6] имеют вид:

$$m_1 \frac{dv_1}{dt} = -N_1, \quad m_2 \frac{dv_2}{dt} = N_1 - N_2, \quad m_3 \frac{dv_3}{dt} = N_2. \quad (1)$$

Законы сжатия упругих элементов:

$$N_1 = f_1(\alpha_1) = f_1(y_1 - y_2), \quad N_2 = f_2(\alpha_2) = f_2(y_2 - y_3), \quad (2)$$

Ускорения масс  $m_1$ ,  $m_2$  и  $m_3$  из [6]:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 &= [(m_2 + m_3)\ddot{\alpha}_1 + m_3\ddot{\alpha}_2] / M \\ \ddot{y}_2 &= [-m_1\ddot{\alpha}_1 + m_3\ddot{\alpha}_2] / M, \\ \ddot{y}_3 &= -[m_1\ddot{\alpha}_1 + (m_1 + m_2)\ddot{\alpha}_2] / M \end{aligned} \quad (3)$$

где  $M$  – общая масса системы.

Считаем величины  $\ddot{\alpha}_1$  и  $\ddot{\alpha}_2$  не равными, но имеющими одинаковый порядок. С учетом этого и условий  $m_1 \gg m_2$  и  $m_1 \gg m_3$  перепишем (3) в виде:

$$\begin{aligned} \ddot{y}_1 &= [(m_2 + m_3)\ddot{\alpha}_1 + m_3\ddot{\alpha}_2] / M \\ \ddot{y}_2 &= -m_1\ddot{\alpha}_1 / M, \\ \ddot{y}_3 &= -m_1(\ddot{\alpha}_1 + \ddot{\alpha}_2) / M \end{aligned} \quad (4)$$

Подставим (4) в первое и третье уравнения (1) и с учетом (2) получим:

$$\begin{aligned} \frac{m_1(m_2 + m_3)}{M}\ddot{\alpha}_1 + \frac{m_1m_3}{M}\ddot{\alpha}_2 &= -f_1(\alpha_1), \\ m_3 m_1(\ddot{\alpha}_1 + \ddot{\alpha}_2) / M &= -f_2(\alpha_2). \end{aligned} \quad (5)$$

Начальные условия для системы (5) при  $t = 0$

$$y_1 = y_2 = y_3 = \dot{y}_2 = \dot{y}_3 = \alpha_1 = \alpha_2 = \dot{\alpha}_2 = 0, \quad \dot{y}_1 = \dot{\alpha}_1 = v_0. \quad (6)$$

Решение уравнений (5) зависит от вида силовой функции упругих элементов. Наиболее простым является случай, когда зависимости носят линейный характер  $N_1 = c_1\alpha_1$  и  $N_2 = c_2\alpha_2$ .

Тогда система (5) с учетом (2) преобразуется к виду:

$$\begin{aligned} A\ddot{\alpha}_1 + B\ddot{\alpha}_2 &= -\alpha_1, \\ B(\ddot{\alpha}_1 + \ddot{\alpha}_2) &= -\alpha_2, \end{aligned} \quad (7)$$

где  $A = \frac{m_1(m_2 + m_3)}{c_1M}$ ,  $B = \frac{m_1m_3}{c_1M}$ ,  $B = \frac{m_1m_3}{c_2M}$ .

Принятые нами условия позволили сократить одну константу по сравнению с [5]. Решение системы (7) ищем в виде:

$$\alpha_1 = g_1 \sin(\omega t + \beta), \quad \alpha_2 = g_2 \sin(\omega t + \beta) \quad (8)$$

После дифференцирования (8) и подстановки в (7) получаем два соотношения:

$$g_2/g_1 = B\omega^2/(1 - B\omega^2) = (1 - A\omega^2)/B\omega^2. \quad (9)$$

Приравнявая эти выражения после преобразований получим частотное уравнение:

$$\omega_{1,2}^2 = \frac{c_1 c_2 M}{2m_1 m_2 m_3} \left[ (A + B) \pm \sqrt{(A - B)^2 + 4BB} \right]. \quad (10)$$

Определенные из (10) два значения частоты отвечают соответственно двум значениям отношений амплитуд:

$$\mu_1 = g_{21}/g_{11}, \quad \mu_2 = g_{22}/g_{12}. \quad (11)$$

Решения для  $\alpha_1$  и  $\alpha_2$  (8) являются частными. Общими решениями являются выражения:

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= g_{11} \sin(\omega_1 t + \beta_1) + g_{12} \sin(\omega_2 t + \beta_2), \\ \alpha_2 &= g_{21} \sin(\omega_1 t + \beta_1) + g_{22} \sin(\omega_2 t + \beta_2). \end{aligned} \quad (12)$$

Неизвестные  $g_{11}, g_{12}, \beta_1, \beta_2$  находим из начальных условий (6).

После преобразований, приведенных в [6], получаем тригонометрические выражения для определения времен соударения первого со вторым и второго с третьим элементом:

$$\begin{aligned} \frac{\mu_2}{\omega_1} \sin \omega_1 t_1 &= \frac{\mu_1}{\omega_2} \sin \omega_2 t_1, \\ \omega_2 \sin \omega_1 t_2 &= \omega_1 \sin \omega_2 t_2. \end{aligned} \quad (13)$$

Для перехода ко второму этапу расчета нам достаточно определить время  $t_1$ . Теперь две массы уже рассматриваются как единичная и далее используем методику расчета [4]. По данной методике исходными величинами являются амплитуда  $a$  и частота  $\omega$  колебаний камеры (масса  $m_1$ ).

Зазор между загрузкой и крышкой камеры в статическом положении  $2S$ .

Начало отсчета времени принимаем в момент соударения загрузки с дном камеры, которому соответствует фазовый угол  $\varphi$ .

Задачу решаем в безразмерных величинах, для чего принимаем следующие обозначения:

$$\Gamma = \frac{a\omega^2}{g}, \quad \sigma = \frac{\omega^2}{g} S. \quad (14)$$

**Пример расчета.** Задаемся значениями  $\sigma = 3 - 10$ ,  $\varphi = 0$  и  $R_k = 0,7$ . По данной методике надо рассматривать два периода колебаний: один без учета времени соударения и следующий с учетом времени удара. Таким образом получаем два значения скорости.

Для диапазона значений  $\Gamma$  определяем значения  $u_0$ . Переводим его в размерную величину  $v_0$ , рассчитываем время удара  $t_1$  и далее рассматриваем второй период колебаний с уточненным значением  $u_0$ . Для различных значений  $\sigma$  определяем результирующую скорость удара  $u_0$  о дно.

Данные представлены на рис. 2.

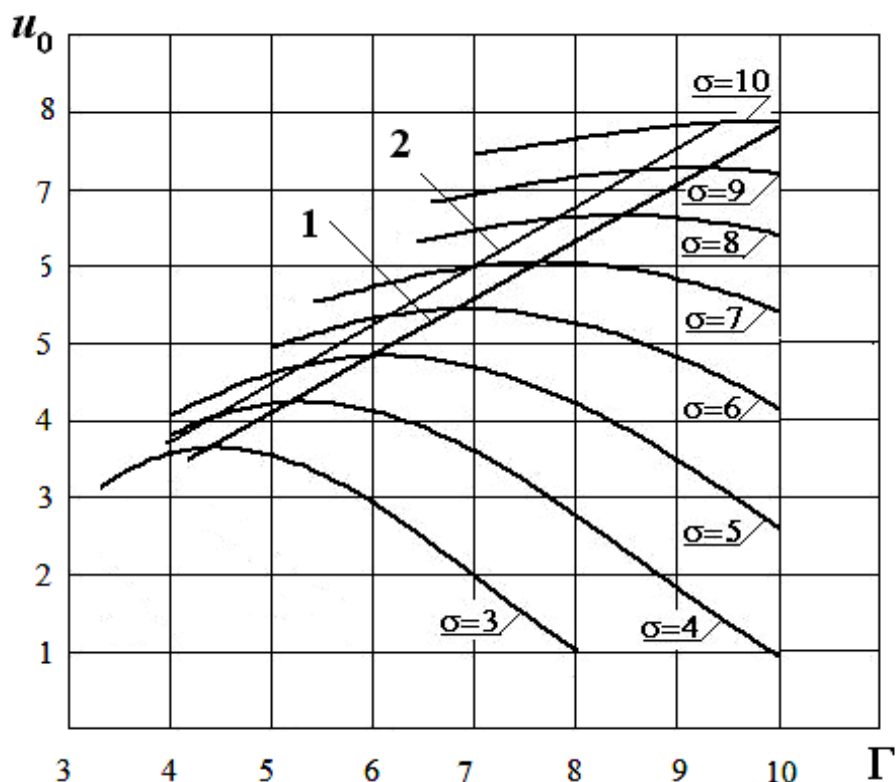


Рис. 2 – Результаты расчета: 1 – с учетом времени соударения; 2 – без учета.

**Вывод.** Использование теории последовательной передачи удара дает уточнение в определении скорости удара до 10 %. При этом наблюдается экстремум полученных кривых скорости, который с увеличением  $\sigma$  и  $\Gamma$  снижается (получается не ярко выраженным).

**Список литературы:** 1. *Анциферов А.В.* Экспериментальное исследование поведения многомассной системы внутри камеры с вертикальным направлением вибрации / *А.В. Анциферов* // Вісник НТУ «ХП». – 2006. – № 30. – С. 42 – 49. 2. *Анциферов А.В.* Исследование возможности активации гидроокиси алюминия в вертикальной вибрационной мельнице / *А.В. Анциферов, Э.Г. Илько, Е.Ю. Светкина* // Виброротехнология-95: Материалы научной школы стран СНГ по измельчению и активации, 11-16 сент. 1995 г.: сборник докл. – Одесса, 1995. – Ч. I. – С. 71 – 73. 3. *Анциферов А.В.* Фазовые переходы в зоне нагружения при виброударных воздействиях / *А.В. Анциферов, Е.Ю. Светкина, В.П. Франчук* // Физика и техника высокоэнергетической обработки материалов. – 2007. – С. 52 – 61. 4. *Анциферов А.В.* Расчет технологических режимов вертикальной вибрационной мельницы / *А.В. Анциферов, Д.И. Драбан* // Вибрации в технике и технологиях. – 2011. – № 2 (62). – С. 59 – 60. 5. *Анциферов А.В.* Использование теории последовательной передачи удара в расчете виброударной системы / *А.В. Анциферов* // Вісник НТУ «ХП». – 2012. – № 48. – С. 3 – 9. 6. *Александров Е.В.* Прикладная теория и расчеты ударных систем / *Е.В. Александров, В.Б. Соколинский*. – М.: «Наука», 1969. – 197 с.

*Поступила в редколлегию 21.08.13*

УДК 531-531.3

**Уточненный расчет виброударного режима работы вертикальной вибрационной мельницы / А.В. АНЦИФЕРОВ** // Вісник НТУ «ХП». – 2013. – № 64 (1037). – (Серія: Хімія, хімічна технологія та екологія). – С. 182 – 187. – Бібліогр.: 6 назв.

Досліджується віброударна система, що моделює процес руйнування шару матеріалу у вертикальному вібраційному млині. Розроблена модель з двох мас та помельної камери з пружними елементами між ними. Розраховується час ударної взаємодії елементів даної системи з урахуванням відомого закону руху камери. Далі визначається область існування віброударного режиму. Запропонований підхід дає можливість уточнити окремі параметри до 10 %.

**Ключові слова:** вібромлин, вертикальні коливання, технологічне завантаження, помольна камера, ексцентриковий привід, віброударна модель.

The research of the vibroshock system which designs the process of destruction of the layer of material in a vertical oscillation mill, is conducted. The model is developed from two masses and chamber with resilient elements between them. Time of shock co-operation of elements of the system settles accounts. The area of existence of the vibroshock mode is further determined. Taking in to consideration impact time gives the possibility to specify some parameters on 10 %.

**Keywords:** vibration mill, vertical oscillations, technological load, grinding chamber, eccentric drive, vibroshock mode.