УДК 621.3.01

Т. М. МІЩЕНКО (ДІІТ)

ВИКИДИ НАПРУГИ НА СТРУМОПРИЙМАЧІ ЕЛЕКТРОВОЗА ДЕ1

Проведено теоретичне дослідження викидів напруги на струмоприймачі електровоза ДЕ1. Наведено порівняльні результати теоретичних та експериментальних розрахунків.

Проведены теоретические исследования выбросов напряжения на токоприёмнике электровоза ДЕ1. Приведены сравнительные результаты теоретических и экспериментальных расчётов.

Theoretical research of voltage emissions has been conducted for the collector of electric locomotive DE1. The comparative results of theoretical and experimental calculations have been provided.

Електричні тягові мережі залізниць постійного струму характеризуються великими безупинними коливаннями в часі напруги $U(t)$, яка являє собою випадковий процес. При номінальному значенні 3000 В максимальне значення напруги на струмоприймачі електровоза, як показують експериментальні досліди, досягає 4100 В, а мінімальне – 2150 В [1]. Такі коливання негативно впливають на роботу електрообладнання електровоза. Особливо небезпечними є перевищення напругою певного встановленого значення, тобто викиди напруги. Таким значенням для електровозів ДЕ1 є величина 3600 В. Тому важливою задачею є встановлення кількості n викидів, яка буде дорівнювати кількості спрацьовування автомата захисту реле напруги РН-75Д. При врахуванні інерційних властивостей одиниці ЕРС необхідно знати й таку величину як тривалість викидів τ. Знання тривалості викидів дозволяє визначити час знаходження електровоза під дією високої напруги.

З деякого часу викиди випадкових процесів розглядалися в теоретичних і практичних роботах В. І. Тіхонова, П. І. Кузніцова, Р. Л. Стратоновича, В. Ш. Бунімовича, В. А. Іванова, И. А. Волконского, Ю. А. Розанова, Е. В. Булінської, Ю. К. Беляєва [2–7]. Скориставшись цими роботами, отримаємо вирази, що необхідні для практичних розрахунків кількості n і тривалості τ викидів напруги на пантографі.

У загальному випадку для визначення середньої кількості n перетинань випадкового процесу $u(t)$ заданої функції-рівня $a(t)$ на деякому інтервалі часу (t_0, t_0+T) необхідно, щоб $a(t)$ бути безперервною і однозначною функцією (у нашому випадку $a(t)=U_{nom}=3600\,\text{В}$), а досліджувальний випадковий процес $u(t)$ повинен бути диференційований та повинна бути відома його сумісна густина імовірності $W\left[u(t),\dot{u}(t)\right]$ [8]. Середня кількість $N_a(T)$ перетинань за час T знаходиться як математичне сподівання повної кількості перетинань $n_a(T)$ деякої реалізації $\eta(t)$ на інтервалі (t_0, t_0+T) за виразом [8]:

$$N_a(T)=\langle n_a(T)\rangle=\int\limits_{t_0}^{t_0+T}dt\int\limits_{-\infty}^{\infty}\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|\dot{u}(t)-\dot{a}(t)\right|\times$$

$$\times\delta\left[u(t)-a(t)\right]W_2\left[u(t),\dot{u}(t)\right]dudu\,, \quad (1)$$

де

$$n_a(T)=\int\limits_{t_0}^{t_0+T}\left|\dot{\eta}(t)\right|\delta\left[\eta(t)\right]dt\,, \quad (2)$$

$$\eta(t)=u(t)-a(t), \quad (3)$$

$$\dot{\eta}(t)=\dot{u}(t)-\dot{a}(t), \quad (4)$$

де $\dot{u}(t)$, $\dot{a}(t)$ – часові похідні відповідно випадкового процесу та заданої кривої-рівня.

Інтегрування в (1) за змінною u виконується неважко, якщо використати правило інтегрування з дельта-функцією [8]

$$\delta(z-z_0)=\begin{cases}\infty & \text{при } z=z_0,\\ 0 & \text{при } z\neq z_0.\end{cases} \quad (5)$$

Для будь-якої функції $f(z)$, неперервної в точці z_0, чинним є рівняння

$$\int\limits_{Z_0-\varepsilon}^{Z_0+\varepsilon}f(z)\delta(z-z_0)dz=f(z_0),\ \varepsilon<0\,. \quad (7)$$

Тоді величина $N_a(T)$ знаходиться як

$$N_a(T)=\int\limits_{t_0}^{t_0+T} dt\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|\dot{u}(t)-\dot{a}(t)\right|\times$$

$$\times W_2(a(t),\dot{u}(t))du\,. \quad (8)$$

Середню кількість перетинань $N_a(T)$ для кожної реалізації можливо подати у вигляді суми

$$N_a(T)=N_a^+(T)+N_a^-(T), \quad (9)$$

де $N_a^+(T)$ – число перетинань з додатним нахилом $\left[\dot{u}(t)>\dot{a}(t)\right]$; $N_a^-(T)$ – число перетинань з від’ємним нахилом $\left[\dot{u}(t)<\dot{a}(t)\right]$.

Ці величини визначають як:

$$N_a^+(T)=\left\langle n_a^+(T)\right\rangle=$$

$$=\int\limits_{t_0}^{t_0+T} dt\int\limits_{0}^{\infty}\dot{\eta}(t)W_2\left[a(t),\dot{a}(t)-\dot{\eta}(t)\right]d\dot{\eta}\,, \quad (10)$$

$$N_a^-(T)=\left\langle n_a^-(T)\right\rangle=$$

$$=-\int\limits_{t_0}^{t_0+T} dt\int\limits_{0}^{\infty}\dot{\eta}(t)W_2\left(a(t),\dot{a}(t)-\dot{\eta}(t)\right)d\dot{\eta}\,, \quad (11)$$

де

$$\eta(t)=1\left[u(t)-C\right], \quad (12)$$

$$\dot{\eta}(t)=\dot{u}(t)\delta\left[u(t)-C\right]. \quad (13)$$

Якщо $a(t)=C=\text{const}$, то повну кількість перетинань $n(C,T)$ випадкового процесу $u(t)$ з горизонтальною прямою і ординатою C отримаємо, підставивши $a(t)=C$ в формулу (2)

$$n(C,T)=\int\limits_{t_0}^{t_0+T}\left|\dot{u}(t)\right|\delta\left[u(t)-C\right]dt\,, \quad (14)$$

а середня кількість перетинань буде дорівнювати

$$N(C,T)=\left\langle n(C,T)\right\rangle=$$

$$=\int\limits_{t_0}^{t_0+T} dt\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|\dot{u}(t)\right|W_2\left[C,u(t)\right]d\dot{u}\,. \quad (15)$$

Якщо випадковий процес стаціонарний у вузькому значенні, то (14) залишається незмінною, а вираз (15) спрощується, оскільки при стаціонарному процесі внутрішні інтеграли в (14) та (15) не залежать від часу. Тоді середня кількість перетинань стаціонарного процесу $u(t)$ з рівнем C в одиницю часу визначиться:

$$N_1(C)=\frac{1}{T}N(C,T)=\int\limits_{-\infty}^{\infty}\left|\dot{u}\right|W_2(C,\dot{u})d\dot{u}\,. \quad (16)$$

Практичне знаходження величин $n(C,T)$, $N(C,T)$ за виразами (14)–(16) здебільшого залежить від виду двомірного закону розподілення $W_2(u,\dot{u})$. При довільному виді цього закону задача знаходження кількості викидів надзвичайно складна, а в деяких випадках неможлива. Розв’язання цієї задачі значно спрощується, якщо досліджувальний випадковий процес $u(t)$ є нормальним. Тоді сумісна густина імовірності $W_2(u,\dot{u})$ має вигляд [8]:

$$W_2(u,\dot{u})=\frac{1}{2\pi\sigma\sigma_1\sqrt{1-R_1^2}}\times$$

$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2\left(1-R_1^2\right)}\times\left[\frac{(u-m)^2}{\sigma^2}-2R_1\times\frac{(u-m)(\dot{u}-m_1)}{\sigma\sigma_1}+\frac{(\dot{u}-m_1)^2}{\sigma_1^2}\right]\right\}, \quad (17)$$

де $m_1(t)$ – похідна функції математичного сподівання, яка дорівнює

$$m_1=m_1(t)=\frac{dm(t)}{dt}; \quad (18)$$

$\sigma_1^2(t)$ – похідна дисперсійної функції

$$\sigma_1^2=\sigma_1^2(t)=\left.\frac{d^2k(t_1,t_2)}{dt_1dt_2}\right|_{t_1=t_2=t}; \quad (19)$$

$R_1(t)$ – похідна кореляційної функції

$$R_1=R_1(t)=\frac{1}{\sigma\sigma_1}\left.\frac{dk(t_1,t_2)}{dt_1dt_2}\right|_{t_1=t_2=t}. \quad (20)$$

Підставивши вираз (17) у формули (10) та (11) та врахувавши $a(t)=C_U=3600=\text{const}$, маємо середню кількості додатних та від’ємних перетинань з C_U:

$$N^+(C_U,T)=\int\limits_{t_0}^{t_0+T}J^+(C_U,t)dt\,, \quad (21)$$

$$N^-(C_U,T)=\int\limits_{t_0}^{t_0+T}J^-(C_U,t)dt\,, \quad (22)$$

де

$$J^{+}\left(C_U,t\right)=\frac{1}{2\pi\sigma\sigma_1\sqrt{1-R_1^2}}\times$$
$$\times\exp\left[-\frac{1}{25\left(1-R_1^2\right)}\right]\times$$
$$\times\int_0^{\infty}\dot{u}\exp\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{2\left(1-R_1^2\right)}\times\\ \times\left[\begin{array}{l}\frac{\left(\dot{u}-m_1\right)^2}{\sigma_1^2}-2R_1\times\\ \times\frac{\left(C_U-m_U\right)\left(\dot{u}-m_1\right)}{\sigma\sigma_1}\end{array}\right]\end{array}\right\}d\dot{u}, \quad (23)$$

$$J^{-}\left(C_U,t\right)=\frac{1}{2\pi\sigma\sigma_1\sqrt{1-R_1^2}}\times$$
$$\times\exp\left[-\frac{1}{25\left(1-R_1^2\right)}\right]\times$$
$$\times\int_0^{-\infty}\dot{u}\exp\left\{\begin{array}{l}-\frac{1}{2\left(1-R_1^2\right)}\times\\ \times\left[\begin{array}{l}\frac{\left(\dot{u}-m_1\right)^2}{\sigma_1^2}-2R_1\times\\ \times\frac{\left(C_U-m_U\right)\left(\dot{u}-m_1\right)}{\sigma\sigma_1}\end{array}\right]\end{array}\right\}d\dot{u}. \quad (24)$$

Виконавши необхідні перетворення, а також враховуючи, що нормальний процес $u\left(t\right)$ є і стаціонарним, із формул (18)–(20) маємо:

$$m_1=0;\quad R_1=0;\quad \sigma_1^2=-\sigma^2\ddot{R}_0 \quad , (25)$$

де $\ddot{R}_0$ – друга похідна кореляційної функції при $t=0$

$$\ddot{R}_0=\ddot{\rho}_U\left(\tau\right)=\frac{d^2\left(\exp^{-\nu\tau^2}\right)}{d\tau}=$$
$$=-1,44\exp\left(-0,722\tau^2\right)\Big|_{\tau=0}=-1,44. \quad (26)$$

Тому

$$J^{+}\left(C_U\right)=J^{-}\left(C_U\right)=\frac{1}{2\pi}\sqrt{-\ddot{R}_0}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{\left(C_U-m_U\right)^2}{\sigma_U}\right]\right\}. \quad (27)$$

Якщо підставити вираз (26) в (21), знайдемо середнє значення кількості перетинань в одиницю часу нормальним стаціонарним процесом

$$N_1^{+}\left(C_U\right)=N_1^{-}\left(C_U\right)=\frac{1}{2\pi}\sqrt{-\ddot{R}_0}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{\left(C_U-m_U\right)^2}{\sigma_U}\right]\right\}. \quad (28)$$

Тоді середнє значення повної кількості перетинань нормальним стаціонарним процесом рівня C_U в одиницю часу остаточно має вираз:

$$N_1\left(C_U\right)=\frac{1}{\pi}\sqrt{-\ddot{R}_0}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{\left(C_U-m_U\right)^2}{\sigma_U}\right]\right\}. \quad (29)$$

Застосуємо вираз (29) для визначення кількості викидів напруги на струмоприймачі $U(t)$ значення $U_{nom}=C_U=3600$ В. Раніш [1] було отримано, що $m_U=3262$ В; $\sigma_U=187$ В; $\ddot{\rho}_U\left(\tau\right)=-1,44$.

Підставимо ці дані в (29), маємо

$$N_1\left(3600\right)=\frac{1}{\pi}\sqrt{-\left(-1,44\right)}\times$$
$$\times\exp\left\{-\frac{1}{2}\left[\frac{\left(3600-3262\right)^2}{187}\right]\right\}=$$
$$=0,081\ \text{с}^{-1}=5,28\ \text{хв}^{-1}, \quad (30)$$

тобто приблизно 5,3 викидів у хвилину.

Середня кількість викидів, які найдені за 40 реалізаціями $U\left(t\right)$, що отримані за 40 експериментальними поїздкам на електровозі ДЕ1, складає 4,025 хв$^{-1}$, тобто, дуже близьке значення до теоретично отриманої величини. Отже, в середньому приблизно в 5 разів напруга на струмоприймачі електровоза буде перевищувати встановлене значення 3600 В.

Були визначені також залежності кількості викидів від номера реалізації, тобто від поїздки на різних ділянках (рис. 1) та імовірності кількості викидів (рис. 2). На рис. 2 показано, що з найбільшою імовірністю (0,25) спостерігається від 1,6 до 3,15 викидів у хвилину.

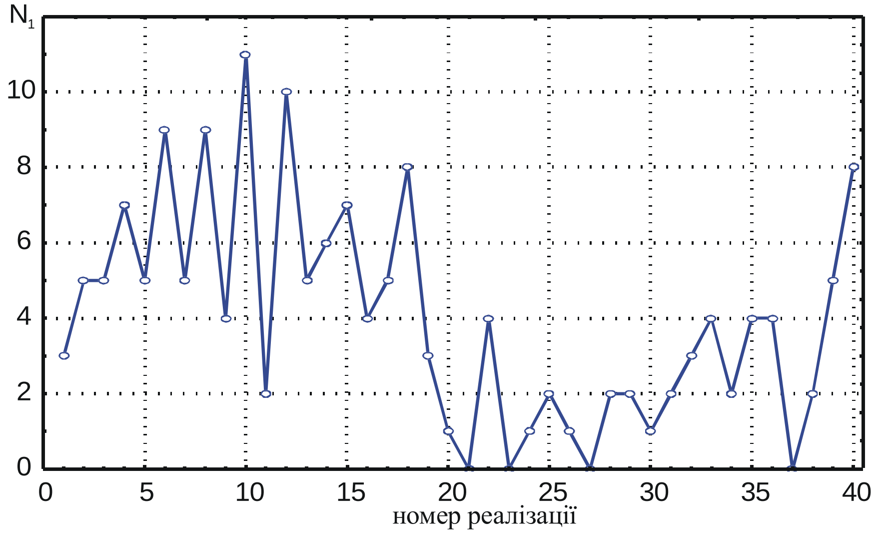

Рис. 1. Залежності кількості викидів від номера реалізації

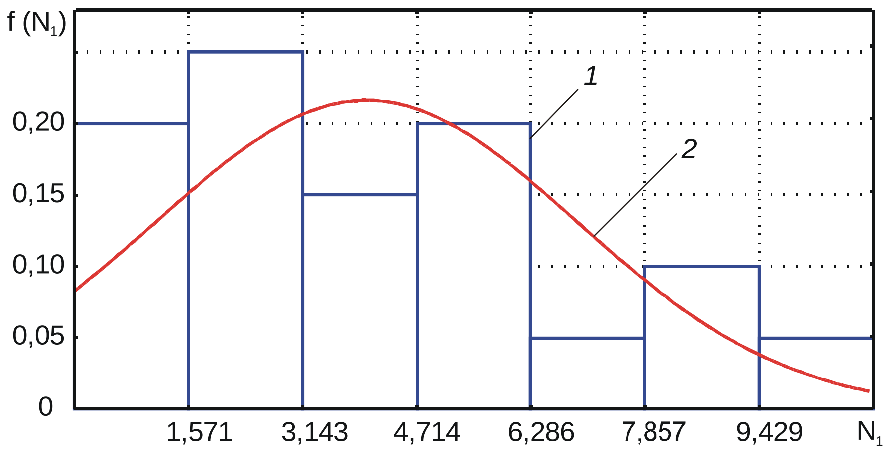

Рис. 2. Гістограма та закон розподілення кількості викидів:
1 – гістограма кількості викидів напруги на струмоприймач; *2* – теоретичний закон розподілення кількості викидів напруги на струмоприймач

Важливою характеристикою викидів є також їх тривалість, тобто час перевищення напруги контактної мережі заданого рівня 3600 В. Для визначення цього показника скористаємося формулою [8]:

$$\tau(C)=\frac{1}{N_1^+(C)}\int_C^\infty p_1(u)\,du\,, \qquad (31)$$

де $p_1(u)$ – густина розподілення імовірності випадкової функції $u(t)$.

Враховуючи, що процес зміни $u(t)$ нормальний та стаціонарний маємо

$$\tau(C)\frac{2\pi}{\sqrt{-\ddot{R}_0}}\left[1-\Phi(\gamma)\right]\exp^{\frac{\gamma^2}{2}}, \qquad (32)$$

де $\Phi(\gamma)=0{,}9608$ – коефіцієнт, котрий визначається за таблицею [8], де

$$\gamma=\frac{(C_U-m_U)}{\sigma_U}=\frac{3600-3270}{187}=1{,}765\,. \qquad (33)$$

Підставимо значення 1,765, 0,9608 та – 1,44 у формулу (32), маємо

$$\tau(3600)=\frac{2\pi}{\sqrt{-(-1{,}44)}}\times$$

$$\times\left[1-0{,}9608\right]\exp^{\frac{(1{,}765)^2}{2}}=0{,}973\text{ хв}\,. \qquad (34)$$

Порівняємо теоретично отримане середнє значення тривалості τ викидів з експериментальним за 40 реалізаціями, яке дорівнює 1,36 хв. Як бачимо, значення дуже близькі.

Статистичне розподілення величини τ (рис. 3) добре описується гіперекспоненціальним законом розподілення [10].

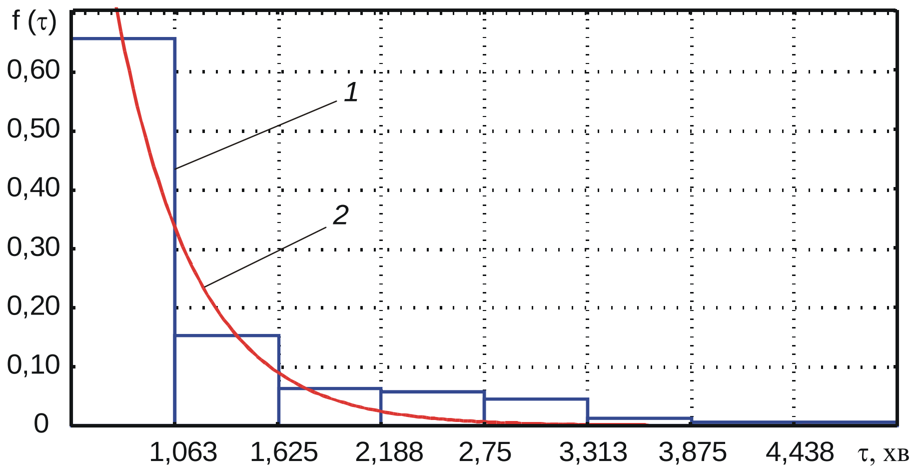

Рис. 3. Гістограма та закон розподілення тривалості викидів:
1 – гістограма кількості викидів напруги на струмоприймач;
2 – теоретичний закон розподілення кількості викидів напруги на струмоприймач

$$p = \begin{cases} 0 & \text{при } \left(-\infty < x < 0\right), \\ \sum_{n=1}^{N} a_n \lambda_n \exp^{-\lambda_n n^x} & \text{при } \left(0 < x < \infty\right), \end{cases} \qquad (35)$$

де $a = 272,236;\ \lambda = 2,33873$.

Збіжність за критерієм Пірсона складає 0,39 у чисельному виді цей закон приймає вигляд:

$$p_1\left(\tau\right) = 272,236 \cdot 2,34 \exp\left(-2,34\tau\right). \qquad (36)$$

Імовірність тривалості викидів від 0 до 1 хв складає 0,656, що свідчить про часте довготривале перевищення напруги встановленого значення.

Безперечно, що значення отриманих характеристик викидів напруги $U\left(t\right)$ на струмоприймачі повинно враховуватися при аналізі електромагнітних процесів у колах електровоза та при встановленні захисного автоматичного електрообладнання.

БІБЛІОГРАФІЧНИЙ СПИСОК

1. Мищенко Т. Н. Вероятностные характеристики случайной функции напряжения на токоприемнике первого украинского электровоза ДЭ1 / Т. Н. Мищенко, П. Е. Михаличенко, Н. А Костин // Електротехніка і електромеханіка. – 2003. – № 2. – С. 43–46.
2. Кузнецов П. И. О длительности выбросов случайной функции / П. И. Кузнецов, Р. Л. Стратонович, В. И. Тихонов // ЖТФ – 1954. – В. 1. – С. 54–56.
3. Бунимович В. И. Флуктуационные процессы в радиоприемных устройствах. – М.: Советское радио, 1951.
4. Иванов В. А. О среднем числе пересечений некоторого уровня выборочными функциями вероятностного процесса // Теория вероятностей и ее применение, 1960. – Вып. 3. – С. 5–10.
5. Волконский В. А. Некоторые предельные теоремы для случайных функций / В. А. Волконский, Ю. А. Розанов // Теория вероятности и ее применение. 1961. – Вып. 2. – С. 4–7.
6. Булинская Е. В. О среднем числе пересечений некоторого уровня стационарным гауссовским процессом // Теория вероятности и ее применение. 1961. – Вып. 4. – С. 17–20.
7. Беляев Ю. К. О числе пересечений уровня гауссовским случайным процессом // Теория вероятности и ее применение. 1966. – Вып. 1. – С. 31–35.
8. Тихонов В. И. Выбросы случайных процессов. – М.: Наука, 1970. – 392 с.
9. Горяинов В. Т. Статистическая радиотехника. Примеры и задачи / В. Т. Горяинов, А. Г. Журавлев, В. И. Тихонов. – М.: Советское радио, 1980. – 543 с.
10. Заездный А. М. Основы расчётов по статистической радиотехнике. – М.: Связь, 1969. – 447 с.

Надійшла до редколегії 24.06.04