

ПРИМЕНЕНИЕ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ МЕТОДОВ К РАСЧЕТУ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ КОЛЕБАНИЙ ДВУХ- И ТРЕХМЕРНЫХ СТЕРЖНЕВЫХ СИСТЕМ

Для дослідження просторових коливань стрижневих та балкових конструкцій з розподіленими параметрами застосовуються методи, які основані на теорії скінчених графів та автоматів. Показана висока ефективність топологічного аналізу графів, які являють собою дво- та тривимірні стрижневі системи. Отримані характеристичні рівняння для сумісних коливань ортогональної системи перехресних балок з жорстким вузловим з'єднанням.

Для исследования пространственных колебаний стержневых и балочных конструкций с распределенными параметрами применяются методы, основанные на теории конечных графов и автоматов. Показана высокая эффективность топологического анализа графов, представляющих двух- и трехмерные стержневые системы. Получены характеристические уравнения для совместных колебаний ортогональной системы пересекающихся балок с жестким узловым соединением.

The methods based on the theory of terminating graphs and finite state machines are applied to examination of the space oscillations of rod and beam constructions with distributed parameters. The high performance of topological analysis of the graphs representing two- and three-dimensional rod systems is demonstrated. The secular equations for joint oscillations of the orthogonal system of intercrossed girders with rigid nodal junction are obtained.

Различные системы пересекающихся стержней и балок находят широкое применение в мостостроении, гражданском и промышленном строительстве. Однако вопросам динамического расчета пространственных разветвленных конструкций посвящено сравнительно мало литературы, что объясняется сложностью задачи и гораздо большими трудностями ее решения, чем для одномерных стержневых систем. Наиболее значительные результаты в решении этой проблемы, которая заключается прежде всего в определении параметров собственных колебаний, приведены в работах [1 – 7].

Обычно, ввиду сложности уравнений, получаемых точными методами для систем с распределенными параметрами, многие авторы предпочитают применять приближенные методы расчета или же приближенные расчетные схемы. Большинство из них основано на замене распределенной массы конструкции сосредоточенными массами, расположенными в узлах решетки [1, 7]. В этом случае стержни, образующие перекрестную систему, можно считать безынерционными с конечным числом степеней свободы. Кроме того, работы по расчету колебаний пересекающихся балок в большинстве случаев содержат предположение о незначительности влияния жесткости кручения стержней, а в рамных системах пренебрегают деформациями ригелей и стоек в продольном направлении.

Упрощение уравнений может быть также достигнуто для многократно симметричных систем, в которых граничные условия допускают периодические продолжения в каждом из направлений. Так, в работе [3] получены аналитические решения в замкнутой форме для частного случая регулярной системы невесомых балок с одинаковыми массами в узлах решетки и шарнирным опиранием по контуру. В [8] аналогичная задача решена для балок с распределенными параметрами, а в [9, 10] – для регулярных рамных конструкций.

В отличие от простых стержневых конструкций, в малом частотном диапазоне каждой зоны сгущения пересекающихся балок находится большое количество близких друг к другу значений собственных частот [8]. Наличие такой плотности затрудняет точное определение всего спектра корней частотных уравнений, а в области кратных частот становится практически невозможным [2]. По той же причине ограничено применение приближенных методов, особенно для определения высших частот. Упрощение вычислений за счет сокращения числа удерживаемых членов ряда или изменения расчетных схем приводит к пропуску ряда значений частот и снижает точность получаемых результатов с накоплением существенных погрешностей по мере роста номера формы колебаний.

Наряду с традиционными методами, позволяющими рассчитывать свободные и вынужденные колебания таких конструкций, все более широкое применение находят топологические методы, связанные с исследованиями структуры графа, который описывает стержневую систему [11 – 14]. Появилась возможность использовать лишь логические операции для установления прямой взаимосвязи структуры разрешающих уравнений со структурой рассчитываемой конструкции. В работах [15, 16] показана высокая эффективность алгоритмов расчета пространственных колебаний стержневых систем, основанных на использовании конечных графов и автоматов.

Целью данной статьи является детализация указанного выше подхода в расчетах связанных колебаний двух- и трехмерных стержневых систем с распределенными параметрами.

В общем случае рассматриваемые системы представляют собой конструкции, составленные из пересекающихся под прямым углом неразрезных балок, жестко соединенных в местах пересечений (рис. 1). Каждый из пролетов той или иной балки может иметь свою длину l , равномерно распределенную массу μ , жесткости при изгибе, растяжении-сжатии, кручении EJ , EF , GJ_k , а также собственную (локальную) систему координат, совпадающую по направлениям с глобальной системой декартовых координатных осей x , y , z [15, 16]. Балки каждого из направлений могут иметь любое конечное число пролетов n , m , p и произвольные однородные граничные условия.

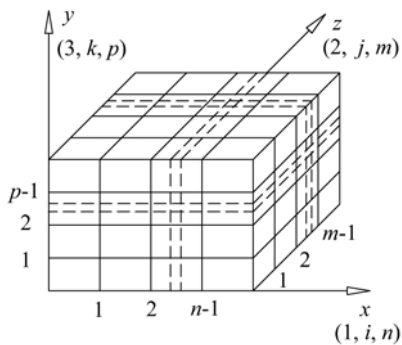


Рис. 1

В случае пространственных колебаний начальные (НП) и конечные (КП) граничные параметры стержня будут представлены перемещениями в направлении осей x , y , z – u_x , u_y , u_z , углами поворота сечения φ_x , φ_y , φ_z , внут-

ренними моментами M_x , M_y , M_z и силами N_x , N_y , N_z .

В соответствии с существующей классификацией [1], к двумерным системам относятся системы перекрестных балок, стержневых плит, плоских рам и т. д.

Вначале рассмотрим простой пример для свободных изгибных колебаний из плоскости xz двух шарнирно опертых по концам призматических балок постоянного сечения, пересекающихся в центрах пролетов (рис. 2). Соединение балок в пересечении принято в виде двухмерного шарнира, что позволяет на этом этапе не принимать во внимание сопротивление скручиванию взаимно ортогональных балок при их изгибе.

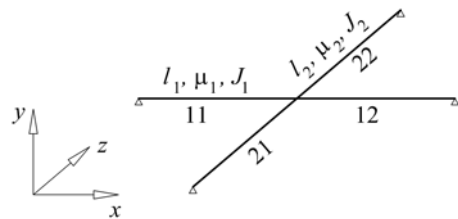


Рис. 2

В этом случае $i = j = 1$; $n = m = 2$; $l_{s1} = l_{s2} = l_s$; $\mu_{s1} = \mu_{s2} = \mu_s$; $\lambda_{s1y} = \lambda_{s2y} = \lambda_{sy}$; $EJ_{s1z} = EJ_{s2z} = EJ_{sz}$; $s = 1$ для продольных балок, расположенных вдоль оси x , $s = 2$ – для поперечных балок. Граничные условия стержней определяются параметрами $\{u_y, \varphi_z, M_z, N_y\}$.

Согласно [16] представим данную стержневую систему в виде связного графа G_y , множество вершин которого включает подмножества НП и КП каждого стержня (рис. 3).

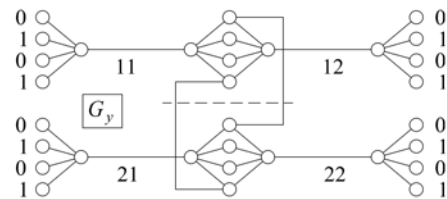


Рис. 3

Рассмотрим возможные состояния подграфов 1G_y и 2G_y , получающихся в результате рассечения связей между параметрами u_{1y} , u_{2y} и N_{1y} , N_{2y} в графе G_y (пунктирная линия на рис. 3). Будем различать два типа связей: внешние и внутренние. Внешние относятся к связям

между подграфами графа G_y , а внутренние – между элементами подграфов 1G_y , 2G_y . Рассечение внешних связей создает по две дополнительные вершины для 1G_y и 2G_y , каждая из которых может принимать либо фиксированное значение 0, либо произвольное 1. Учитывая логические условия и ограничения [15] между связанными вершинами графа G_y , подграфы 1G_y и 2G_y можно представить отдельными схемами, на которых показаны только вершины и ребра стыкующихся аналогов-стержней и состояния I, II подграфов (рис. 4а, б).

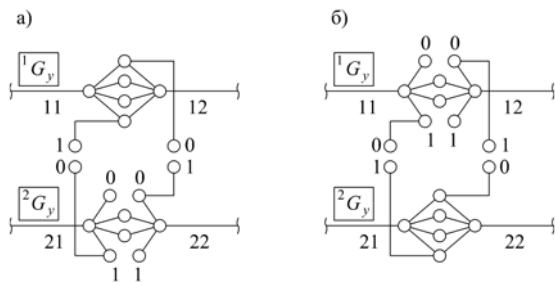


Рис. 4

Далее алгоритм построения уравнений частот будет аналогичным, как и для одномерных стержневых систем. Определение возможных состояний системы, кодов НП и КП отдельных стержней, значений характеристических функций удобно проводить с помощью таблиц переходов, в которых сопрягаемые параметры обозначены одинаковыми буквенными символами (табл. 1).

Таблица 1

s_v		I				II			
		11	12	21	22	11	12	21	22
НП	К	0	<i>a</i>	0	0	0	0	0	<i>e</i>
		1	<i>b</i>	1	<i>f</i>	1	<i>b</i>	1	<i>f</i>
	С	0	<i>c</i>	0	<i>g</i>	0	<i>c</i>	0	<i>g</i>
		1	<i>d</i>	1	1	1	1	1	<i>h</i>
КП	К	<i>a</i>	0	0	0	0	0	<i>e</i>	0
		<i>b</i>	1	<i>f</i>	1	<i>b</i>	1	<i>f</i>	1
	С	<i>c</i>	0	<i>g</i>	0	<i>c</i>	0	<i>g</i>	0
		<i>d</i>	1	1	1	1	1	<i>h</i>	1

Следует также отметить, что придание вершинам внешних связей (ребер) 1G_y (2G_y) значений кодов 00 или 11 является неприемле-

мым, так как такое сочетание приводит к нарушению баланса между количеством произвольных и фиксированных параметров для внутренних связей между стержнями каждого из направлений [15].

Уравнение частот в данном случае представляется в форме ортогональности двух векторов с характеристиками стержней системы 11, 12, 21, 22

$$V_1 V_2 = 0, \quad (1)$$

$$\text{где } V_1 = \|v_{11} v_{12} \quad v'_{11} v'_{12}\|; \quad V_2 = \left\| \begin{matrix} v_{21} v_{22} \\ v'_{21} v'_{22} \end{matrix} \right\|.$$

Выбирая значения функций f_z из табл. 2 [15] в соответствии с кодами НП и КП стержней системы (рис. 2) каждого из состояний I, II подграфов 1G_y и 2G_y (табл. 1), приходим к матрице-строке v_{11} , элементы которой соответствуют строке матрицы M_{xy} [15] с кодом граничных условий начала стержня 11 – 0101

$$v_{11} = \left\| \begin{matrix} \frac{l_1^3}{EJ_{1z}\lambda_{1y}^3} A_1 & \frac{l_1^2}{\lambda_{1y}^2} B_1 & \frac{l_1}{\lambda_{1y}} C_1 \\ \frac{l_1}{\lambda_{1y}} C_1 & D_1 & -\frac{EJ_{1z}\lambda_{1y}}{l_1} A_1 \end{matrix} \right\|. \quad (2)$$

Матрица-столбец v_{12} , удовлетворяющая кодам шарнирного закрепления конца стержня 12 и полному перебору его булевых функций НП, состоит из шести элементов столбца с кодом 0101 матрицы M_{xy} обычного участка балки

$$v_{12} = \left\{ \begin{matrix} -\frac{EJ_{1z}\lambda_{1y}}{l_1} A_1 & D_1 & \frac{l_1}{\lambda_{1y}} C_1 \\ \frac{l_1}{\lambda_{1y}} C_1 & \frac{l_1^2}{\lambda_{1y}^2} B_1 & \frac{l_1^3}{EJ_{1z}\lambda_{1y}^3} A_1 \end{matrix} \right\}. \quad (3)$$

Соответственно, для матриц v_{21} , v_{22} (коды НП стержня 21 и КП стержня 22 – 0101) можно записать

$$v_{21} = \left\| \begin{matrix} \frac{l_2^3}{EJ_{2z}\lambda_{2y}^3} A_2 & \frac{l_2^2}{\lambda_{2y}^2} B_2 \end{matrix} \right\|;$$

$$v_{22} = \left\{ \begin{matrix} \frac{l_2^2}{\lambda_{2y}^2} B_2 & \frac{l_2^3}{EJ_{2z}\lambda_{2y}^3} A_2 \end{matrix} \right\}. \quad (4)$$

Значения векторов v'_{11} , v'_{12} , v'_{21} , v'_{22} определяются совершенно аналогично.

Подставляя в (1) значения (2) – (4), после преобразований приходим к уравнению

$$\frac{A_1}{D_1} + \frac{\lambda_{1y}^3 J_{1z} l_2^3}{\lambda_{2y}^3 J_{2z} l_1^3} \frac{A_2}{D_2} = 0. \quad (5)$$

Раскрывая значения функций A_1 , D_1 , A_2 , D_2 [15], окончательно получим

$$(\operatorname{th} \lambda_{1y} - \operatorname{tg} \lambda_{1y}) + 4 \sqrt[4]{\frac{J_{1z} \mu_1^3}{J_{2z} \mu_2^3}} (\operatorname{th} \lambda_{2y} - \operatorname{tg} \lambda_{2y}) = 0. \quad (6)$$

Уравнение (6) в точности совпадает с частотным уравнением [4], полученным методом деформаций.

Нахождение решений для других сочетаний граничных условий закрепления балок не представляет затруднений и сводится лишь к выборке соответствующих кодам НП и КП балок элементов строк или столбцов матрицы M_{xy} .

Теперь рассмотрим совместные изгибно-продольные (в плоскости xz) и изгибно-крутильные (из плоскости xz) колебания той же системы перекрестных балок (рис. 2) с жестким узловым соединением.

При изгибно-продольных колебаниях балок вершины графа GL [16] соответствуют граничным параметрам $\{u_x, u_z, \varphi_y, M_y, N_z, N_x\}$, а при изгибно-крутильных колебаниях, моделируемых графом GT , – $\{\varphi_x, u_y, \varphi_z, M_z, N_y, M_x\}$. С учетом малости перемещений и идеальной упругости материала балок выполняется принцип суперпозиции в пределах каждого стержня [17]. Напряженно-деформированное состояние стержней при изгибе не связано с их состоянием при растяжении-сжатии или кручении. Это обстоятельство позволяет рассматривать изгибные колебания балок одного направления при продольных или крутильных колебаниях ортогональных им балок, а также провести декомпозицию графов GL и GT на компоненты, соответствующие каждому из видов колебаний. Граф GL представлен на рис. 5, а его подграфы 1G_z , 2G_z , 1G_x , 2G_x , получаемые после разделения GL на компоненты и расщепления внешних связей, – на рис. 6.

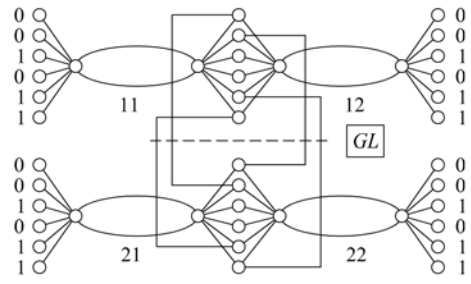


Рис. 5

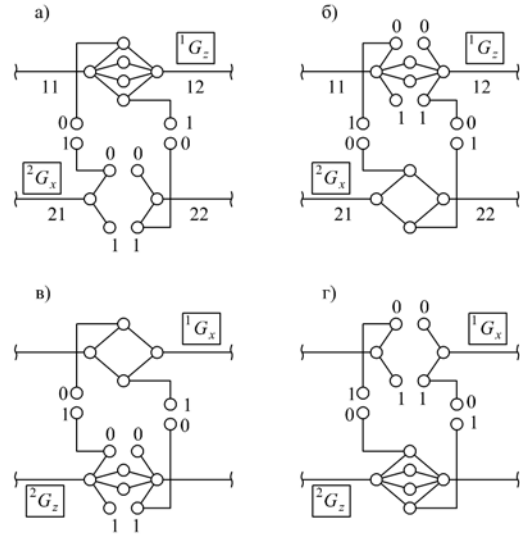


Рис. 6

Коды начальных и конечных граничных параметров, входящих в систему стержней и состояния подграфов GL приведены в табл. 2.

Входящие в уравнение (1) вектора V_1 и V_2 можно представить в следующем виде

$$\begin{aligned} V_1 &= \|\|v_{11}v_{12} \quad v'_{11}v'_{12} \quad u_{11}u_{12} \quad u'_{11}u'_{12}\|\|; \\ V_2 &= \{u_{21}u_{22} \quad u'_{21}u'_{22} \quad v_{21}v_{22} \quad v'_{21}v'_{22}\}, \end{aligned} \quad (7)$$

или

$$V_1 = \|v_1 \quad u_1\|; \quad V_2 = \|\|u_2\|\|, \quad (8)$$

где v_1 , v_2 и u_1 , u_2 обозначают векторы, характеризующие изгибные и продольные колебания каждой из балок соответственно.

Выражения v_{11} , v_{12} , v_{21} , v_{22} получаются из (2) – (4) путем замены EJ_{1z} , EJ_{2z} на EJ_{1y} , EJ_{2y} и λ_{1y} , λ_{2y} на λ_{1z} , λ_{2z} .

s_v		I				II				III				IV			
		11	12	21	22	11	12	21	22	11	12	21	22	11	12	21	22
НП	К	0	a	0	0	0	0	0	e	0	e	0	0	0	0	0	a
	С	1	b	1	1	1	b	1	f	1	f	1	b	1	1	1	b
КП	К	a	0	0	0	0	0	e	0	e	0	0	0	0	0	a	0
	С	b	1	1	1	b	1	f	1	f	1	c	0	1	1	c	0
		c	0	1	1	c	0	f	1	f	1	1	1	1	1	d	1
		d	1	1	1	1	1										

Возможные сочетания кодов табл. 2 для подграфов 1G_x и 2G_x , описывающих продольные колебания балок, и соответствующие им значения круговых функций [15] позволяют записать:

$$u_{11} = \left\| \frac{1}{\alpha_1 \lambda_{1x}} \sin \lambda_{1x} \quad \cos \lambda_{1x} \right\|;$$

$$u_{12} = \left\| \begin{array}{c} \cos \lambda_{1x} \\ \frac{1}{\alpha_1 \lambda_{1x}} \sin \lambda_{1x} \end{array} \right\|;$$

$$u_{21} = u_{22} = \frac{1}{\alpha_2 \lambda_{2x}} \sin \lambda_{2x}.$$

Аналогичные выражения получаем для векторов u'_{11} , u'_{12} и u'_{21} , u'_{22} .

Раскрывая элементы матриц (7) в уравнении (1), после преобразований приходим к выражению

$$\frac{l_1^2}{\lambda_{1z}^2} B_1 D_1 \frac{1}{\alpha_2 \lambda_{2x}} \sin \lambda_{2x} \cos \lambda_{2x} + \frac{l_2^2}{\lambda_{2z}^2} B_2 D_2 \frac{1}{\alpha_1 \lambda_{1x}} \sin \lambda_{1x} \cos \lambda_{1x} + \frac{1}{\alpha_{1x} \lambda_{1x}} \operatorname{tg} \lambda_{1x} - \frac{l_2^3}{E J_{2y} \lambda_{2z}^3} (\operatorname{th} \lambda_{2z} - \operatorname{tg} \lambda_{2z}) + \frac{1}{\alpha_{2x} \lambda_{2x}} \operatorname{tg} \lambda_{2x} - \frac{l_1^3}{E J_{1y} \lambda_{1z}^3} (\operatorname{th} \lambda_{1z} - \operatorname{tg} \lambda_{1z}) = 0. (11)$$

Построение графа GT , таблицы переходов и частотного уравнения для совместных изгибно-крутильных колебаний пересекающихся балок будет аналогичным. Изменение граничных условий закрепления концов балок учитывается формальным путем в значениях кодов НП, КП стержня.

К трехмерным стержневым системам относятся рамные пространственные каркасы, стержневые оболочки, пространственные фермы и другие подобные им конструкции.

В качестве примера рассмотрим совместные колебания трех ортогонально расположенных друг к другу пересекающихся континуальных балок с жестким узловым соединением (рис. 7). Продольные оси балок совпадают по направлениям с главными координатными осями x , y , z (рис. 1).

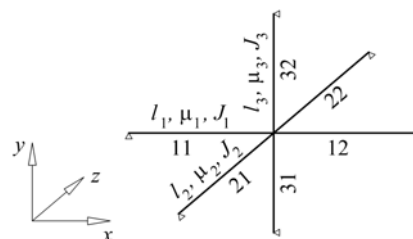


Рис. 7

Для такой системы можно записать: $i = j = k = 1$; $n = m = p = 2$; $l_{s1} = l_{s2} = l_{s3} = l_s$; $\mu_{s1} = \mu_{s2} = \mu_{s3} = \mu_s$; $s = 1, 2, 3$. Несложно заметить, что две любые пересекающиеся балки принадлежат одной из ортогональных плоскостей xy , xz , yz . Соответствующие изгибные колебания балок в образованной ими плоскости будут вызывать крутильные, а из этой плоскости – продольные колебания ортогональной для них балки. Очевидно, что кручение любой из балок влечет за собой изгиб в своей плоскости перпендикулярных к ней балок, а растяжение-сжатие – их изгиб в двух других ортогональных плоскостях. Отмеченные особенности позволяют построить связанные графы GRL или GRT с входными параметрами, соответствующими изгибно-продольным или изгибно-крутильным колебаниям пересекающихся балок [16].

На рис. 8 показаны связи между параметрами двух любых (например, 1, 2; 1, 3; 2, 3) пересекающихся балок системы (рис. 7), моделируемых подграфом GT графа GRT .

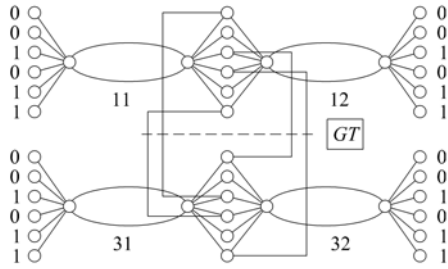


Рис. 8

Количество подграфов, а следовательно и компонент графа GRT , получаемых в результате рассечения внешних связей, будет равно шести: 1G_z , 2G_z , 3G_z , ${}^1G_\phi$, ${}^2G_\phi$, ${}^3G_\phi$. Каждый из подграфов характеризует либо изгибные, либо крутильные колебания одной из балок и

может находиться в одном из состояний, приведенных на рис. 9.

Сопрягаемые входные параметры, значения кодов и состояний рассматриваемой трехмерной системы приведены в табл. 3.

Уравнение частот для трехмерной стержневой системы можно представить в виде произведения блочных матриц

$$\prod_{i=1}^3 V_i = 0. \quad (12)$$

Вектор-строка V_1 включает функциональные элементы ассоциированных матриц [15] для стержней 11, 12 в соответствии с кодами табл. 3.

$$V_1 = \|v_1 \quad v_1 \quad \omega_1\|, \quad (13)$$

где

$$v_1 = \|v_{11}v_{12} \quad v'_{11}v'_{12}\|; \quad \omega_1 = \|\omega_{11}\omega_{12} \quad \omega'_{11}\omega'_{12}\|.$$

Таблица 3

s_v		I						II						III					
		11	12	21	22	31	32	11	12	21	22	31	32	11	12	21	22	31	32
НП	К	0	a	0	e	0	k	0	e	0	a	0	0	0	a	0	0	0	e
	С	1	b	1	0	0	k	1	0	1	b	0	0	1	b	0	0	1	f
КП	К	0	c	0	1	1	l	0	1	0	c	1	1	0	c	1	1	0	g
	С	1	d	1	h	1	l	1	h	1	d	1	1	1	d	1	1	1	h
НП	К	a	0	e	0	k	0	e	0	a	0	0	0	a	0	0	0	e	0
	С	b	1	0	1	k	0	0	1	b	1	0	0	b	1	0	0	f	1
КП	К	c	0	1	0	l	1	1	0	c	0	1	1	c	0	1	1	g	0
	С	d	1	h	1	l	1	h	1	d	1	1	1	d	1	1	1	h	1
s_v		IV						V						VI					
		11	12	21	22	31	32	11	12	21	22	31	32	11	12	21	22	31	32
НП	К	0	a	0	k	0	e	0	k	0	a	0	e	0	0	0	a	0	e
	С	1	0	0	k	1	0	0	k	1	0	1	f	0	0	1	b	1	0
КП	К	0	1	1	l	0	1	1	l	0	1	0	g	1	1	0	c	0	1
	С	1	d	1	l	1	h	1	l	1	d	1	h	1	1	1	d	1	h
НП	К	a	0	k	0	e	0	k	0	a	0	e	0	0	0	a	0	e	0
	С	0	1	k	0	0	1	k	0	0	1	f	1	0	0	b	1	0	1
КП	К	1	0	l	1	1	0	l	1	1	0	g	0	1	1	c	0	1	0
	С	d	1	l	1	h	1	l	1	d	1	h	1	1	1	d	1	h	1

Квазидиагональная матрица V_2 содержит элементы a_{11} , a_{22} , a_{33} , которые являются диагональными матрицами второго порядка

$$a_{11} = a_{33} = v_2 = \begin{vmatrix} v_{21}v_{22} & 0 \\ 0 & v'_{21}v'_{22} \end{vmatrix}; \quad (14)$$

$$a_{22} = \omega_2 = \begin{vmatrix} \omega_{21}\omega_{22} & 0 \\ 0 & \omega_{21}\omega_{22} \end{vmatrix}.$$

Вектор-столбец V_3 , описывающий связанные колебания стержней 31, 32, также определяется по значениям кодов табл. 3 и элементами ассоциированных матриц для обычного участка балки

$$V_3 = \{\omega_3 \quad v_3 \quad v_3\}, \quad (15)$$

где $\omega_3 = \begin{vmatrix} \omega_{31}\omega_{32} \\ \omega'_{31}\omega'_{32} \end{vmatrix}; \quad v_3 = \begin{vmatrix} v_{31}v_{32} \\ v'_{31}v'_{32} \end{vmatrix}.$

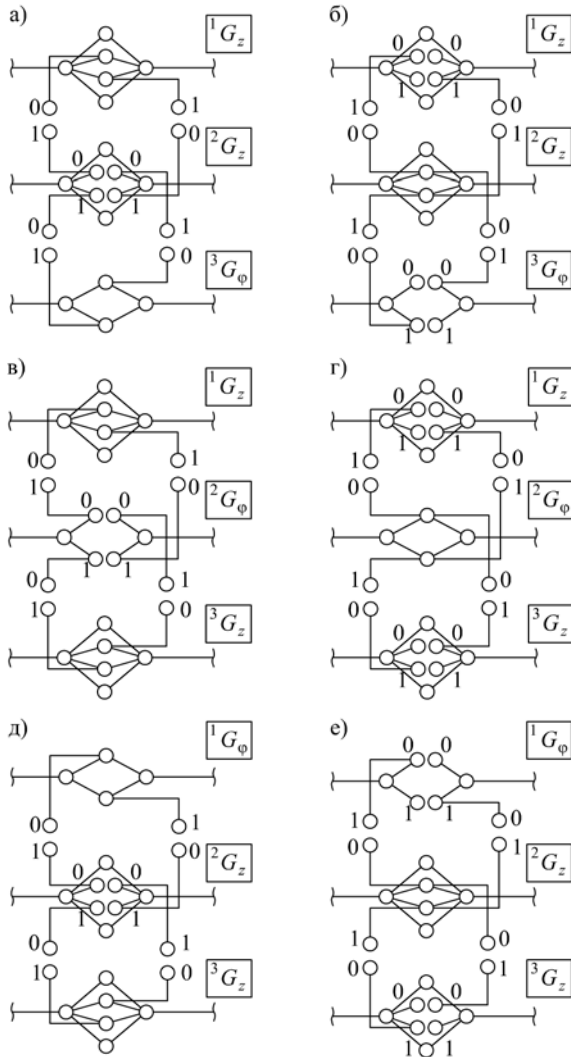


Рис. 9

После определения всех элементов матриц (13) – (15), подстановки их в (1) и ряда преобразований приходим к следующему уравнению:

$$\left(\frac{1}{\beta_3 \lambda_{3k}} \sin \lambda_{3k} \right)^2 \left[\frac{l_2}{EJ_{2y} \lambda_{2z}} (\text{cth} \lambda_{2z} - \text{ctg} \lambda_{2z}) \times \right.$$

$$\left. \times \beta_3 \text{ctg} \lambda_{3k} + \frac{l_1}{2EJ_{1y} \lambda_{1z}} (\text{cth} \lambda_{1z} - \text{ctg} \lambda_{1z}) \right] +$$

$$+ \left(\frac{1}{\beta_2 \lambda_{2k}} \sin \lambda_{2k} \right)^2 \left[2 + \frac{l_1}{2EJ_{1y} \lambda_{1z}} (\text{cth} \lambda_{1z} - \right.$$

$$\left. - \text{ctg} \lambda_{1z}) \frac{l_3}{2EJ_{3y} \lambda_{3z}} (\text{cth} \lambda_{3z} - \text{ctg} \lambda_{3z}) \times \right.$$

$$\left. \times \beta_2 \lambda_{2k} \text{ctg} \lambda_{2k} \right] + \left(\frac{1}{\beta_1 \lambda_{1k}} \sin \lambda_{1k} \right)^2 \left[\frac{l_2}{EJ_{2y} \lambda_{2z}} \times \right.$$

$$\left. \frac{l_1^2}{\lambda_{1z}^2} B_1 D_1 (\text{cth} \lambda_{2z} - \text{ctg} \lambda_{2z}) \beta_1 \lambda_{1k} \text{ctg} \lambda_{1k} + \frac{l_3}{2EJ_{3y} \lambda_{3z}} \times \right.$$

$$\left. \times (\text{cth} \lambda_{3z} - \text{ctg} \lambda_{3z}) \right] = 0. \quad (16)$$

Алгоритм построения графа GRL , его разделение на подграфы, составление таблицы переходов, процедуры перебора кодов и выборки функций из ассоциированных матриц будут аналогичными. Ввиду того, что изменения граничных условий балок, а, следовательно, и состояний графа GRL или GRT учитываются формальным путем, то такие конструкции могут использоваться в качестве подконструкций при моделировании совместных колебаний более сложных пространственных стержневых систем.

Таким образом, исследование топологических свойств графа системы позволяет решать сложные задачи анализа колебаний двух- и трехмерных стержневых и балочных конструкций. Предлагаемый подход исключает обычные этапы составления дифференциальных уравнений, формирования систем алгебраических уравнений и раскрытия определителей высоких порядков. С помощью кодированных ассоциированных матриц характеристические уравнения получаются как в общем, так и в цифровом

виде. Непосредственное использование функций Прагера не требует дополнительного вычисления квадратичных разностей функций Крылова с возможной при этом потерей точности в результате появления малых разностей больших чисел. Топологический анализ применим не только к отдельным стержням, но и к отдельным блокам или подблокам стержневой системы, что делает его универсальным в исследованиях пространственных разветвленных стержневых конструкций. Изучение особенностей расчета свободных и вынужденных колебаний таким систем предполагается выполнить в последующих исследованиях.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Галишникова В. В. Регулярные стержневые системы. Теория и методы расчета / В. В. Галишникова, В. А. Игнатьев / Волгогр. гос. архит.-строит. ун-т. – Волгоград: Изд-во ВолгГАСУ, 2006. – 552 с.
2. Арясов Г. П. Свободные колебания перекрестных балок по методу перемещений // Тр. Таллин. политехн. ин-та, 1975. – № 384. – С. 103-120.
3. Нагаев Р. Ф. Колебания механических систем с периодической структурой. / Р. Ф. Нагаев, К. Ш. Ходжаев. – Ташкент: Фан, 1973. – 269 с.
4. Справочник по строительной механике корабля: в 3 т. – Т. 3: Динамика и устойчивость корпусных конструкций / Г. В. Бойцов, О. М. Палий, В. А. Постнов, В. С. Чувиковский. – Л.: Судостроение, 1982. – 320 с.
5. Jaeger L. G. The grillage analogy in bridge analysis / L. G. Jaeger, B. Bakht // Can. J. Civ. Eng., 1982. – v. 9, N 2. – P. 224-235.
6. Shanmugam N. E. Free vibration of thin-walled multi-cell structures / N. E. Shanmugam, T. Balendra // Thin-Walled Struct., 1986. – v. 4, N 6. – P. 467-485.
7. Switka R. Drgania i funkcje wlasne regularnych ukladow dyskretnych // Pr. Komis. bud. i architect. RTPN Wyd. nauk techn., 1973. – 2. – P. 3-40.
8. Распопов А. С. К расчету поперечных колебаний пересекающихся балок с распределенными параметрами // Вопросы динамики мостов и теории колебаний: Межвуз. сб. науч. тр. – Д.: ДИИТ, 1993. – С. 90-94.
9. Распопов А. С. К расчету собственных колебаний рамно-неразрезных путепроводов // Ресурсосберегающие технологии в транспортном и гидротехническом строительстве: Сб. науч. тр. Днепропетр. гос. техн. ун-та железнодорож. тр-та. – Вып. 5. – Д., 1998. – С. 104-108.
10. Kolousek V. Dynamics in Engineering Structures. – Prague: Czech. Acad. Sci., 1973. – 580 pp.
11. Филин А. П. Алгоритмы построения разрешающих уравнений механики стержневых систем. – Л.: Стройиздат, 1983. – 232 с.
12. Красносельский К. Ю. Новый алгоритм исследования динамики сложных пространственных конструкций / К. Ю. Красносельский, Ю. Г. Минкин // Пробл. прочн. матер. и сооруж. на трансп. – Л., 1989. – С. 49-59.
13. Bojadziev G. Dynamics of multicomponent systems based on the orthogonality principle / G. Bojadziev, L. Lilov // EUROMECH: 1st Eur. Solid Mech. Conf. / Munchen, Sept. 9-13, 1991. – P. 33-34.
14. Ma Zheng-Dong. Topological optimization technique for free vibration problems / Ma Zheng-Dong, Kikuchi Noboru, Cheng Hsien-Chie, Hagiwara Ichiro // Trans. ASME J. Appl. Mech., 1995. – v. 62, N 1. – P. 200-207.
15. Распопов А. С. Конечно-автоматное моделирование пространственных колебаний стержневых и балочных конструкций // Вісник Дніпропетр. нац. ун-ту заліз. тр-ту ім. акад. В. Лазаряна. – Вип. 19. – Д.: Вид-во ДНУЗТ, 2007. – С. 125-133.
16. Распопов А. С. Конечно-графовый подход к решению задач динамики стержневых конструкций // Вісник Дніпропетр. нац. ун-ту заліз. тр-ту ім. акад. В. Лазаряна. – Вип. 21. – Д.: Вид-во ДНУЗТ, 2008. – С. 170-176.
17. Давидчак О. Динамічний розрахунок перехресно-ребристої системи на основі дискретно-неперервної моделі / О. Давидчак, Р. М. Тацій // Механіка і фізика руйнування будівельних матеріалів та конструкцій: Зб. наук. пр. / Фіз.-мех. ін-т ім. Г. В. Карпенка НАН України. – Вип. 7. – Львів: Каменяр, 2007. – С. 17-22.

Поступила в редколлегию 22.05.2008.