УДК 621.394

Бокла Н. І. *(Держ. унів-т інформаційно-комунікаційних технологій)*

ДОСЛІДЖЕННЯ КОРЕЛЯЦІЙНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПВП ЗА КОДОМ ГОЛДА З ВИКОРИСТАННЯМ СИСТЕМИ MATLAB

Розроблено графічний інтерфейс користувача в системі MATLAB, який дозволяє генерувати *m*-послідовності та коди Голда для різних довжин. Запропонований алгоритм дослідження псевдовипадкових послідовностей за кодом Голда. Розраховані значення бокових пелюстків АКФ та ВКФ для кодів Голда довжиною від *N*=31 до *N*=1023.

Кореляційні властивості розширюючих кодових послідовностей залежать від типу послідовностей, їх довжини, частоти надходження її імпульсів, навіть від її посимвольної структури. Саме за значеннями автокореляційної функції (АКФ) та взаємокореляційної функції (ВКФ) вибираються більш ефективні види псевдовипадкових послідовностей (ПВП).

Відомо, що кореляційний аналіз послідовностей полягає в кількісному визначенні степені подібності різних сигналів. АКФ детермінованого сигналу $B_s(\tau)$ та ВКФ двох сигналів $B_{12}(\tau)$ виражаються формулами [1]:

$$B_s(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t)s(t-\tau)dt. \qquad (1)$$

$$B_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s_1(t)s_2(t-\tau)dt. \qquad (2)$$

Оскільки кореляційні характеристики є важливими функціями, а розраховувати їх значення за допомогою формул (1, 2) вручну достатньо складно, довго і не наглядно, доцільно використати сучасні комп'ютерні системи, які забезпечують вирішення складних математичних завдань як символьними, так і чисельними методами. Найбільше використання для проведення наукових та інженерних досліджень набула комп'ютерна програма, розроблена фірмою The MathWorks Inc. – система MATLAB, яка входить до числа загальноприйнятих програм високого рівня та є своєрідним світовим стандартом для наукових та технічних розрахунків [2].

В телекомунікаційних системах з кодовим розподілом каналів широке застосування набула ПВП Голда завдяки використанню практично всіх реалізацій коду. Сигнали Голда створюються на основі *m*-послідовностей. Щоб визначити структуру регістра зсуву для генерації *m*-послідовності, необхідно знати, до яких виходів елементів пам'яті регістру підключати зворотні зв'язки. Варіанти забезпечення зворотного зв'язку визначаються на основі формуючих примітивних поліномів $h(x)$. Поліном $h(x)$ степені n з двійковими коефіцієнтами називається примітивним, якщо він, по-перше, не представлений у вигляді добутку багаточленів із двійковими коефіцієнтами, і, по-друге, коли поліном x^n-1 ділиться на поліном $h(x)$ без залишку. При цьому всі дії виконуються за модулем 2. Пошук всіх можливих видів примітивних поліномів для заданої кількості регістрів зсуву наведений, наприклад, в роботі [3].

Максимальна довжина ПВП, одержана за допомогою регістру зсуву, становить

$$N = 2^k - 1, \qquad (3)$$

де k – кількість розрядів двійкового сигналу і дорівнює кількості елементів пам'яті.

На рис. 2 наведено всі можливі варіанти примітивних поліномів для 5-ти бітового регістру зсуву: x^5+x^3+1, x^5+x^2+1, $x^5+x^4+x^3+x^2+1$, $x^5+x^3+x^2+x+1$, $x^5+x^4+x^3+x+1$, $x^5+x^4+x^2+x+1$. Кожен з приведених поліномів призводить до формування одного з варіантів *m*-послідовності довжиною 31.

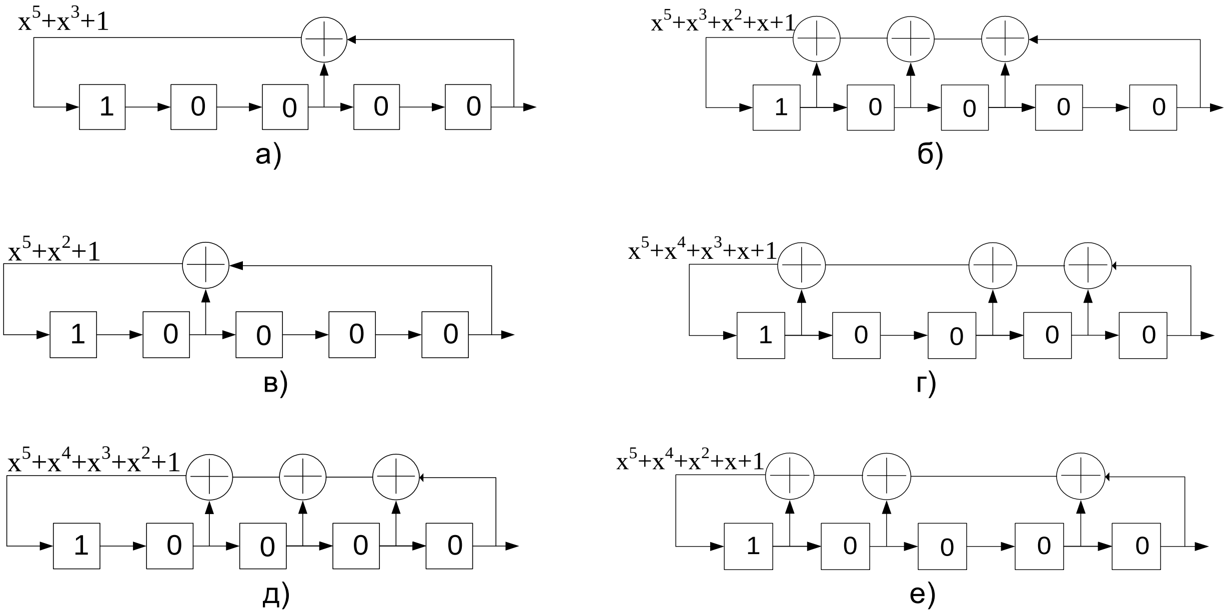


Рис. 2. Варіанти генераторів *m*-послідовностей на базі 5-ти бітового регістру зсуву

Аналіз послідовностей, утворених поліномами, що містяться в кожній групі: *(x^5+x^3+1; x^5+x^2+1), ($x^5+x^4+x^3+x^2+1$; $x^5+ x^3+x^2+x+1$), ($x^5+x^4+x^3+x+1$; $x^5+x^4+x^2+x+1$)* показує, що вони є дзеркальними: наприклад поліноми $x^5+x^3+1 \rightarrow 101001$ і $x^5+x^2+1 \rightarrow 100101$.

Для створення найбільш прийнятних недзеркальних послідовностей необхідно використати недзеркальні поліноми з різних груп, в яких міститься по 2 поліноми [4].

В табл. 1 наведені значення степенів поліномів *k*, за допомогою яких визначаються зворотні зв'язки регістрів зсуву. Для компактної форми запису формуючих поліномів досить використати лише коефіцієти a_{k-1}, a_{k-2} і т. д. наявних членів поліномів крім першого та останнього. Наприклад, при *k*=5 використовуються лише значення індексів (4, 3, 2) тих коефіцієнтів, які відмінні від нуля, – наприклад, коефіцієнт 2 вказує на формуючий поліном x^5+x^2+1 (рис. 2,в), коефіцієнт 432 – на формуючий поліном $x^5+x^4+x^3+x^2+1$ (рис. 2,д), коефіцієнт 321 – на формуючий поліном $x^5+x^3+x^2+x^1+1$ (рис. 2,б) і т.д.

Табл. 1

Види примітивних поліномів для формування дзеркальних *m*-послідовностей

k=5	*k*=6	*k*=7	*k*=8
3;2 432; 321 431; 421	5; 1 532; 431 541; 521	6; 1 4; 3 432; 543 631; 641 531; 642 521; 652 321; 654 65321; 65421 54321; 65432	654; 432 753; 531 653; 532 652; 632 76542; 64321 723; 651 761; 721 76521; 76321

Кількість варіантів забезпечення зворотних зв'язків (варіантів формуючих поліномів) для регістрів визначається формулами [4]

$$Q_1 = \frac{\phi(N)}{k}, \quad N \text{ – непросте число,} \qquad (4) \qquad\qquad Q_2 = \frac{\phi(N-1)}{k}, \quad N \text{ – просте число,} \qquad (5)$$

де *φ(N)* функція Ейлера, яка дорівнює кількості чисел в ряді 1,2,3,…,(N-1) взаємно простих з числом *N*.

Якщо k=5, то згідно (4) і (5) кількість поліномів Q_2=6, але 3 з них є дзеркальним відображенням: наприклад, 432 →54320→111101→ $1*X^5+ 1*X^4+1*X^3+1*X^2+ 0*X^1+ 1*X^0$.

321 →53210→101111→ $1*X^5+ 0*X^4+1*X^3+1*X^2+ 1*X^1+ 1*X^0$.

Для створення недзеркальних m-послідовностей слід використати будь-які значення степенів поліномів, які не входять до позначених в таблиці пар. Наприклад, при k=5 недзеркальні поліноми можуть бути створені при використанні степенів: (3;432), (3;321), (3;431), (3;421).

На рис. 3 наведені ВКФ кодів Голда при N=31, утворених із дзеркальних а) і недзеркальних б) m-послідовностей.

а)

б)

Рис. 3. ВКФ кодів Голда, утворені із m-послідовностей

Очевидно, що доцільно використовувати коди Голда, створені із недзеркальних m-послідовностей, так як вони мають менші бокові пелюстки ВКФ.

Необхідні послідовності доцільно одержувати шляхом комп'ютерних розрахунків.

Наприклад, при використанні 5-ти бітового регістру зсуву одержимо 31 варіант початкових станів (далі вони будуть періодично повторюватись). Для кожного з 31-го варіантів початкових станів одержимо також 31 варіант незалежної m-послідовності, структура якої визначається обраним примітивним поліномом.

При використанні двох примітивних поліномів [5 4 3 2 0] та [5 2 0] (табл. 1) використовуючи систему MATLAB (R2011a), одержимо k = 0…30 видів недзеркальних кодів Голда довжиною N=31:

```
hgld = comm.GoldSequence('FirstPolynomial',[5 4 3 2 0],...
    'SecondPolynomial', [5  2 0],...;        'FirstInitialConditions', [0 0 0 0 1],...
    'SecondInitialConditions', [0 0 0 0 1],...;  'Index', k, 'SamplesPerFrame', 31);
    x = [step(hgld)]'
```

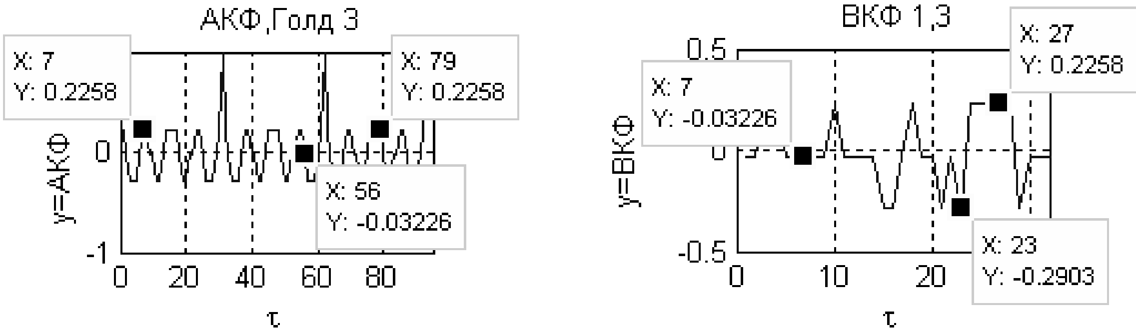
Наступним етапом дослідження є визначення кореляційних характеристик за допомогою системи MATLAB.

Періодичні АКФ та ВКФ, що в основному використовуються при дослідженні систем, можна визначити за допомогою стандартних функцій системи MATLAB (R2011a), наприклад, функції «***fft» та «ifft»***:

```
АКФ:    X0=[-1-1-1-1-1-1-11111-111-111111-1111-11-1-1-11-1];
        1=[ x0 x0 x0];   b=fliplr(x0);   b1=[ b b b ];   a2= fft( a1);
        b2= fft( b1);   d1=a2.*b2;    h2=ifft(d1);      plot(s,h2/93)

ВКФ:    j1=[-1-1-1-1-1-1-11111-111-111111-1111-11-1-1-11-1];
        j2=[-1-1-1-11-11-11-11111-1-1-1-11-11-1-1-1-111-1-1-11];
        a=j1;    a1=[ a a a];     b=fliplr(j2);    b1=[ b b b ];     a2= fft( a1)
        b2= fft( b1);     c1=a2.*b2;     c2=ifft(c1);     plot(s,c2/93)
```

На рис. 4 наведені періодичні кореляційні функції кодів Голда довжиною 31.



а) б)

Рис. 4. Періодичні кореляційні функції кодів Голда: а) АКФ; в) ВКФ

Для пари послідовностей Голда властива трьохрівнева періодична ВКФ [1]

$$R_1=-\frac{1}{N};\quad R_2=f(k)-\frac{1}{N};\quad R_3=-\left[f(k)+\frac{1}{N}\right], \tag{6}$$

де $f(k)=\frac{1}{N}\begin{cases}2^{(k+1)/2}\text{для} & \text{непарних} \quad k;\\ 2^{(k+2)/2} \text{ для} & \text{парних} \quad k.\end{cases}$

В табл. 2 наведені розраховані за формулою (6) значення рівнів бокових пелюстків кодів Голда довжиною N=31, 63,127, 255, 511, 1023.

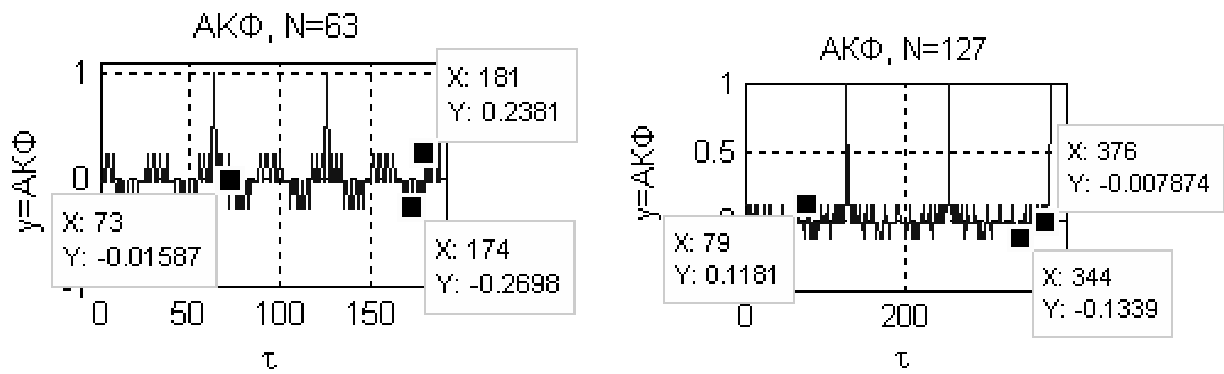
На рис. 5. наведені розраховані за допомогою системи MATLAB АКФ кодів Голда для різних довжин N= 63 - 1023.

Розраховані значення рівня бокових пелюстків

Табл. 2

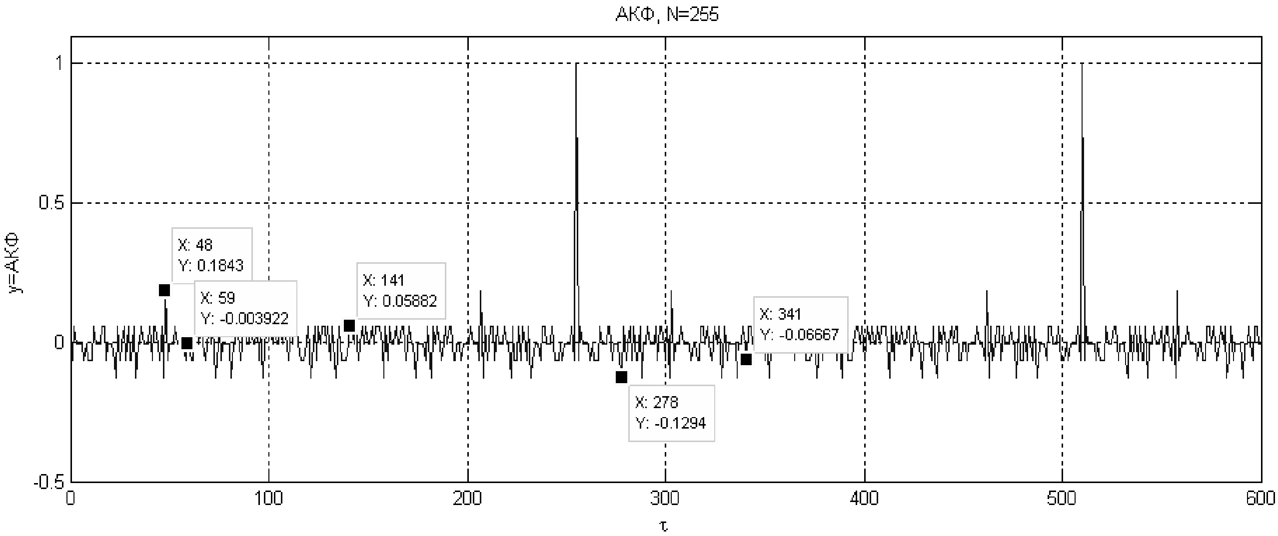
k	*N*	*f(k)*	R_1	R_2	R_3
5	31	0,2581	-0,0323	0,2258	-0,2903
6	63	0,2540	-0,0159	0,2381	-0,2698
7	127	0,1260	-0,0079	0,1181	-0,1339
8	255	0,1255	-0,0039	0,1216	-0,1294
9	511	0,0626	-0,0020	0,0607	-0,0646
10	1023	0,0625	-0,000978	0,0616	-0,0635

Очевидно, що розраховані значення бокових пелюстків за формулою (6) справедливі для кодів Голда довжиною *N*=31,63,127, а для довжин *N*=255, 511 та 1023 АКФ має кількість бокових пелюстків більше трьох, причому їх величина перевищує розрахункові значення (табл. 2).

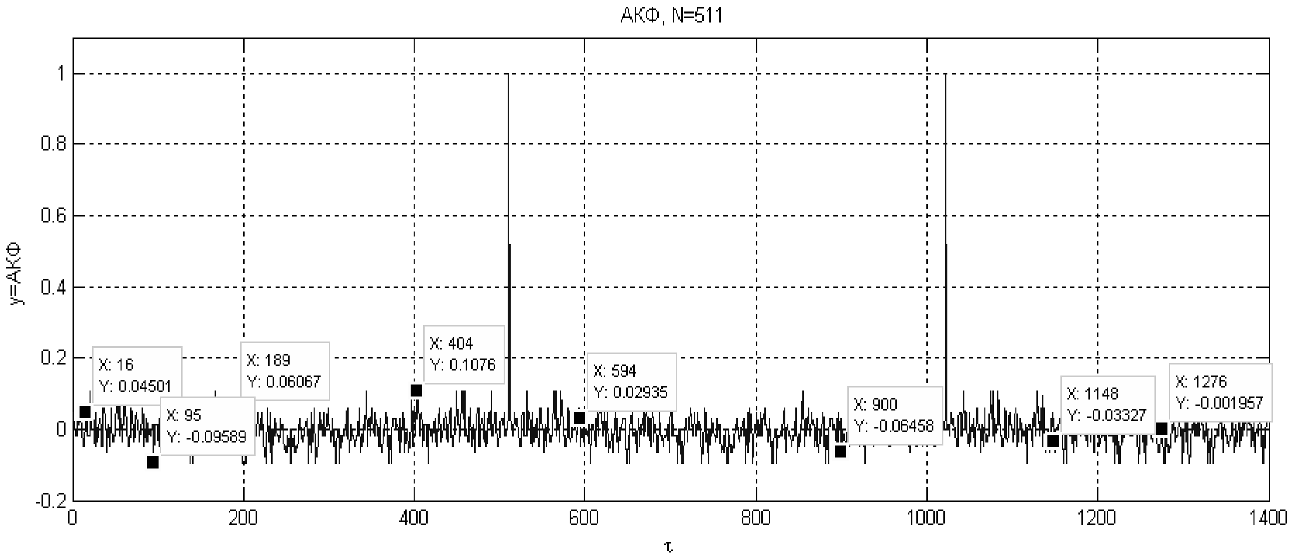


а) б)

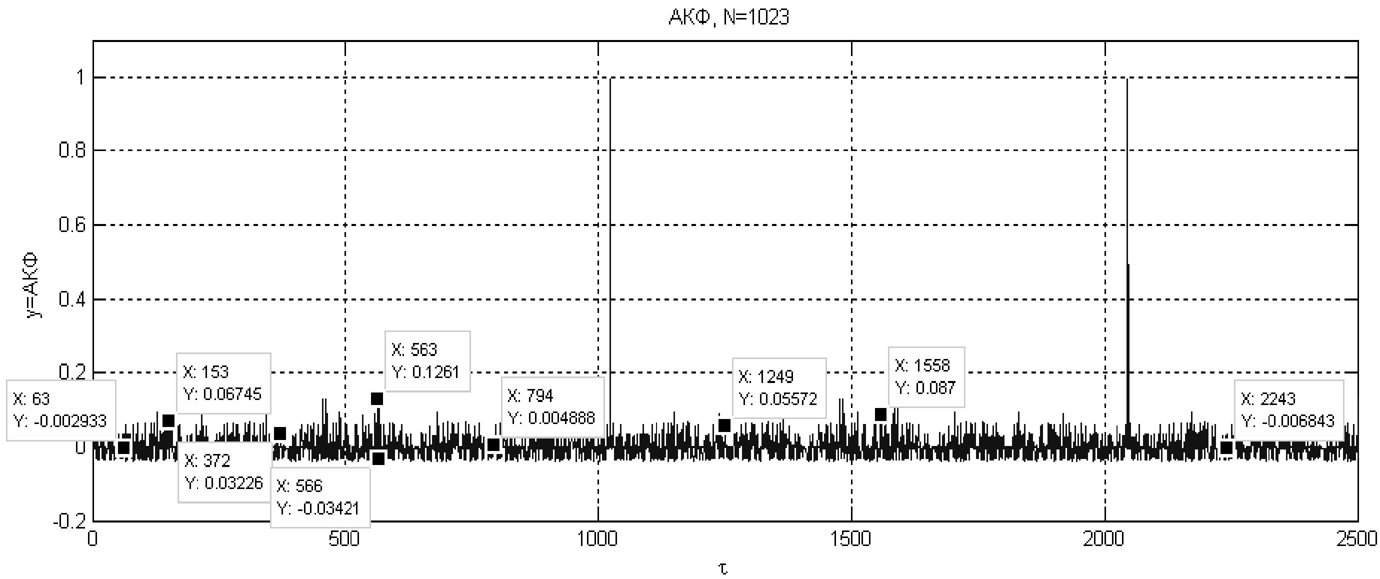
Рис. 5. АКФ кодів Голда для довжин: а) *N* = 63; б) *N* =127



в)



г)



д)

Рис. 5. АКФ кодів Голда для довжин: в) N = 255; г) N =511; д) N =1023

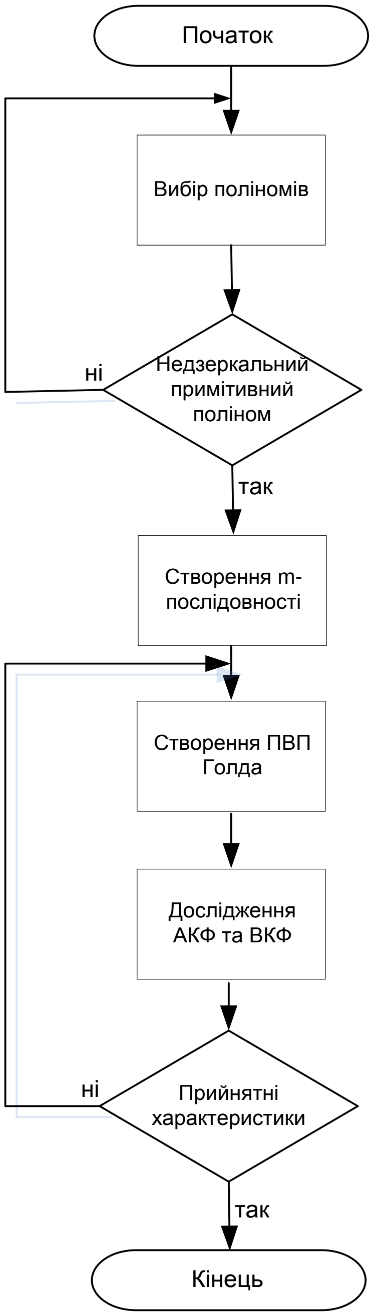


Рис.6. Алгоритм досліджень ПВП за кодом Голда

На основі одержаних результатів можна запропонувати наступний алгоритм досліджень з використанням системи MATLAB (рис. 6).

Висновки:

1. Розроблений графічний інтерфейс користувача за допомогою системи MATLAB, який дозволяє автоматизувати процеси генерування m-послідовностей, кодів Голда для різних довжин та будувати їх автокореляційні і взаємнокореляційні функції;

2. Бокові пелюстки АКФ та ВКФ кодів Голда довжиною N=31, 63, 127 одержані за допомогою системи MATLAB, відповідають розрахованим за формулою (6).

3. Кількість бокових пелюстків та їх рівні для АКФ та ВКФ кодів Голда довжиною N= 255, 511, 1023 перевищують значення, одержані за формулою (6).

Література

1. Волков Л.Н. Системы цифровой радиосвязи: базовые методы и характеристики: учебное пособие/ Л.Н.Волков, М.С. Немировский, Ю.С. Шинаков. – М.: Еко-Трендз, 2005. – 392 с.

2. Сергиенко А. Б. Цифровая обробка сигналов: учебное пособие. –[3-е изд.] / А. Б. Сергиенко. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. –768 с.

3. Варакин Л. Е. Системы связи с шумоподобными сигналами / Л.Е. Варакин. – М.: Радио и связь, 1985. − 384 с.

4. Диксон Р. К. Широкополосные системы / Р. К. Диксон; пер. с англ. под ред. В. И. Журавлева. – М.: Связь, 1979. – 304с.