

УДК 621.396.662.072.078

Щербина І. С., к.т.н.; Єфремов О. С., Мороко О. Ю.

(Державний університет інформаційно-комунікаційних технологій)

ЕНТРОПІЯ В ЗАМКНЕНИХ СИСТЕМАХ УПРАВЛІННЯ

Щербина І. С., Єфремов О. С., Мороко О. Ю. Ентропія в замкнених системах управління. В статті досліджено задачу подання сучасної системи управління за допомогою теорії автоматичного управління. Запропоновано методику обчислення кількості управляючої інформації, яка забезпечує задану точність параметрів мережі в замкненій системі управління.

Ключові слова: ЕНТРОПІЯ, ЗАМКНЕНА СИСТЕМА УПРАВЛІННЯ, ПАРАМЕТРИ МЕРЕЖІ, УПРАВЛЯЮЧА ІНФОРМАЦІЯ

Щербина И. С., Ефремов А. С., Мороко А. Ю. Энтропия в замкнутых системах управления. В статье исследована задача представления современной системы управления с помощью теории автоматического управления. Предлагается методика вычисления количества управляющей информации, которое обеспечивает заданную точность параметров сети в замкнутой системе управления.

Ключевые слова: ЭНТРОПИЯ, ЗАМКНУТАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ, ПАРАМЕТРЫ СЕТИ, УПРАВЛЯЮЩАЯ ИНФОРМАЦИЯ

Shcherbyna I. S., Yefremov O. S., Moroko O. Yu. Entropy in the closed control systems. In article the problem of representation of a modern control system by means of the automatic control theory is investigated. The technique of calculation of quantity of the operating information which provides the set accuracy of parameters of a network in the closed control system is offered.

Key words: ENTROPY, CLOSED CONTROL SYSTEM, NETWORK PARAMETERS, OPERATING INFORMATION

Телекомунікаційна мережа та її система управління є одними із пріоритетних напрямків, які в ХХІ сторіччі стали визначальними і критичними. Умови формування ринку в Україні ставлять перед сучасними науковцями та інженерами комплекс нових задач, які вимагають системного підходу, і спрямовані на прискорення виконання важливого політичного завдання – інформатизації держави, входження до глобальної інформаційної інфраструктури. Телекомунікації у незалежній Україні вступили у новий етап свого розвитку і є однією з найважливіших найактуальніших наукоємних галузей.

Рівень економічного розвитку будь-якої країни в даний час визначається ступенем розвитку сучасних технологій. Особливе значення мають новітні технології, які окреслюють напрями науково-технічного прогресу. Сучасному етапу розвитку телекомунікаційних мереж властива низка особливостей: формується платоспроможний попит на нові телекомунікаційні послуги у споживачів, що приносять операторам телекомунікацій основні доходи; нові технології передачі, комутації та обробки інформації дозволяють ефективно модернізувати телекомунікаційні мережі, істотно підвищивши конкурентоспроможність операторів телекомунікацій. Це досягається за рахунок поступового переходу до мереж наступного покоління – NGN (Next Generation Network), які підтримують широкий спектр інфокомунікаційних послуг. NGN ґрунтується на фундаментальній ідеї розподілу функцій комутації та функцій надання послуг, що дозволяє виконати впровадження глобальної інформаційної інфраструктури (ГІ), яка надає можливість користувачам отримати всі види телекомунікаційних послуг з високою якістю, належною вартістю у будь-якому місці та у будь-який час. Щоб забезпечити такі вимоги необхідна більш гнучка архітектура системи управління, яка б легко підтримувала швидке введення в дію нових послуг та їх супроводження з визначеною достовірністю на всій глобальній мережі.

Система управління (СУ) сучасними телекомунікаційними мережами визначається великою кількістю параметрів, функціональними можливостями, конкурентоспроможністю; строгою вимогливістю до забезпечення захисту інформації, високою надійністю та точністю, розгалуженою інфраструктурою. Кількість інформації в таких системах різко зростає з наданням послуг, внаслідок чого система управління майже поглинає основну мережу.

СУ адекватна поняттю – “велика система” і характеризується кількома специфічними ознаками: багатомірністю, розмаїттям структури, ієрархічністю, різномірністю бази елементів, багатокритеріальністю, змінністю структури, зв'язків і складу системи.

Оптимізація систем такого типу проходить як на етапі експлуатації, так і проектування. Причому ці процеси взаємозалежні. Показники якості розроблюваної системи істотно залежать від оптимальності процесу та терміну часу розробки, засобів устаткування. У свою чергу, час і засоби, затрачені на процес розробки системи в значній мірі визначаються структурою системи та її параметрами. Проте задача одночасного вирішення оптимізації системи управління і процесу її розробки досить складна.

Одним з основних завдань управління функціонуванням ІМ є зменшення відхилень процесу від бажаного. При цьому вимога до точності управління підвищується.

В літературі [1] з теорії інформації часто отримання інформації про який-небудь процес подібне до поняття про зміну ентропії самого цього процесу. Поняття приросту ентропії стану процесу є величина відхилення відносно деякого бажаного проходження процесу. Отже, зміна ентропії стану процесу є об'єктивною характеристикою. Ця зміна не може бути досягнута тільки отриманням інформації, тобто “відображенням” або “зображенням” процесу. Для зміни ентропії, у вказаному її розумінні, потрібна організована зміна процесу, тобто управління.

Отримання певної кількості інформації в процесі необхідне, але ще недостатнє для здійснення управління. На рис. 1 зображена замкнена схема процесу управління. Інформація про керований процес (блок 1), координати X_i приймається за допомогою системи отримання інформації (блок 2). Отримана інформація обробляється в системі передавання та оброблення інформації (блок 3). Оброблена інформація надходить в систему формування управляючих впливів Z_i – виконавчу систему (блок 4). Управляючі впливи X_i діють на керований процес в напрямку зменшення ентропії.

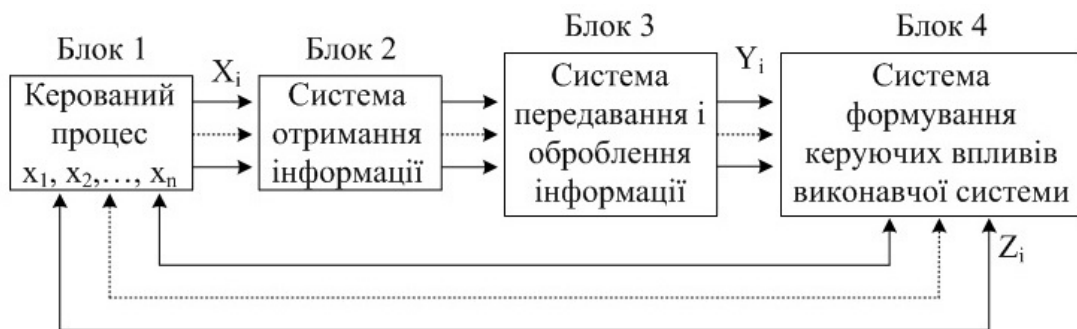


Рис. 1. Замкнена схема процесу управління

Аналізуючи передачу і перетворення інформації, величини x_1, x_2, \dots, x_n слід трактувати як вхідні величини системи отримання і перетворення інформації, а y_1, y_2, \dots, y_n – як вихідні величини системи. Кількість переданої і перетвореної інформації виражається логарифмом відношення щільності ймовірності вхідних величин після отримання сигналу на виході.

Кількість інформації залежить від вхідних і вихідних величин. Для загального аналізу процесу передачі і перетворення інформації зручно розглядати математичне очікування або середню кількість інформації під час передачі однієї величини ($x \rightarrow y$)

$$I = M[H(x)] - M_y[H(x)].$$

Величина $M_y[H_y(x)]$ є усередненою характеристикою ефекту дії завад, а також запізнення під час передавання сигналу.

Отже, середня кількість інформації під час передавання $x \rightarrow y$ дорівнює різниці ентропії розподілу ймовірностей вхідної величини до отримання сигналу й усередненої ентропії розподілу ймовірностей цієї величини після отримання сигналу. Слід зауважити, що у разі нормального розподілу ймовірностей вхідної і вихідної величин середню кількість

інформації при передаванні $x \rightarrow y$ можемо виразити через коефіцієнт кореляції z вхідної і вихідної величин [2].

Зазначимо, що величини x_1, x_2, \dots, x_n так само, як і величини y_1, y_2, \dots, y_n розглядаємо як компоненти n -вимірних векторів і передавання $x_1, x_2, \dots, x_n \rightarrow y_1, y_2, \dots, y_n$ можна називати передаванням n -го вектора $x \rightarrow y$.

Перш, ніж записати відповідні вирази, пояснимо поняття кореляційної матриці та кореляційного визначника випадкового вектора. Кореляційними моментами є математичні очікування відхилень випадкових величин:

$$\begin{aligned} R_{\gamma\mu}^{xx} &= M[(x_\gamma - m_{x\gamma})(x_\mu - m_{x\mu})]; \\ R_{\gamma\mu}^{xy} &= M[(x_\gamma - m_{x\gamma})(y_\mu - m_{y\mu})]; \\ R_{\gamma\mu}^{yy} &= M[(y_\gamma - m_{y\gamma})(y_\mu - m_{y\mu})]. \end{aligned}$$

Матриці, складені з кореляційних моментів, називаються кореляційними матрицями, а визначники, відповідні цим матрицям, – кореляційними визначниками.

Ентропія випадкового вектора x , яка має нормальний закон розподілу, дорівнює

$$H(x) = \log \sqrt{(2\pi e)^n |R^{xx}|},$$

де $|R^{xx}|$ – кореляційний визначник даного вектора.

Математичне очікування кількості інформації під час передавання вектора $x \rightarrow y$ при нормальному розподілі вхідних і вихідних величин

$$I = -\frac{1}{2} \log \frac{|R|}{|R^{xx}| \cdot |R^{yy}|}. \quad (1)$$

Якщо вихідний вектор не залежить від вхідного, то $R_{\gamma\mu}^{xy} = 0$, $|R| = |R^{xx}| \cdot |R^{yy}|$, і кількість інформації дорівнює нулеві: $I = 0$. Для одномірного випадку:

$$|R^{xx}| = R_{11}^{xx} = \sigma_x^2; \quad |R^{yy}| = R_{11}^{yy} = \sigma_y^2; \quad |R| = \begin{vmatrix} R_{11}^{xx} & R_{11}^{xy} \\ R_{11}^{xy} & R_{11}^{yy} \end{vmatrix} = R_{11}^{xx} R_{11}^{yy} - (R_{11}^{xy})^2$$

і вираз (1) можна подати у вигляді

$$I = -\frac{1}{2} \log(1 - r^2), \quad \text{де } r = \frac{R_{11}^{xy}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Розглядаючи поняття передавання інформації в СУ, потрібно проаналізувати інформаційні процеси під час перетворення координат і втрати інформації при проходженні сигналу через послідовно ввімкнені системи [2].

$\begin{aligned} y_1 &= f_1(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ y_2 &= f_2(x_1, x_2, \dots, x_n), \\ &\dots\dots\dots \\ y_n &= f_n(x_1, x_2, \dots, x_n), \end{aligned}$ <p align="center">Рис. 2.</p>
--

У системах отримання, передавання і оброблення інформації (рис. 1) часто здійснюється перетворення координат яке показано на рис. 2. Це перетворення називається взаємно однозначним, якщо перетворення, показано на рис. 3, відмінне від нуля.

Тут f_1, f_2, \dots, f_n – деякі функції, що диференціюються. Зазначимо, що середня кількість інформації, яку передають, не змінюється при взаємно однозначному перетворенні координат.

Інформація надходить послідовно від системи отримання інформації до системи передавання, оброблення інформації і виконавчої системи. Система передавання, оброблення інформації і виконавча система не мають безпосереднього впливу з боку керованого процесу, бо передбачається лише односпрямована дія управляючих впливів Z_i на керований процес. Якщо ж керований процес безпосередньо зворотно впливає на управляючі координати

$$\frac{D(y_1, y_2, \dots, y_n)}{D(x_1, x_2, \dots, x_n)} = \begin{vmatrix} \frac{df_1}{dx_1} & \frac{df_1}{dx_2} & \dots & \frac{df_1}{dx_n} \\ \frac{df_2}{dx_1} & \frac{df_2}{dx_2} & \dots & \frac{df_2}{dx_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{df_n}{dx_1} & \frac{df_n}{dx_2} & \dots & \frac{df_n}{dx_n} \end{vmatrix}$$

Рис. 3.

(виконавчу систему), то його можна привести до випадку односпрямованої дії додаткової інформації в систему отримання інформації [1].

Питання ставиться так: чи може кількість інформації при передаванні $X_i \rightarrow Z_i$ перевищувати кількість інформації при передаванні $X_i \rightarrow Y_i$. Негативна відповідь на це запитання наводиться без доведення в зв'язку з достатньою ймовірністю.

Середня кількість інформації при проходженні послідовно сполучених систем може тільки убавати або (у граничному разі відсутності

додаткових завад) залишатися незмінною: $I_{xz} \leq I_{xy}$, де $I_{xz} = M[H(x)] - M_z[H_z(x)]$

– середня кількість інформації під час передавання $x \rightarrow y \rightarrow z$; $I_{xy} = M[H(x)] - M_y[H_y(x)]$ – середня кількість інформації під час передавання $x \rightarrow y$.

Звичайно, в теорії інформації розглядається передавання інформації через розімкнені системи. Для процесів управління характерні замкнені контури циркуляції інформації [3].

Загальна схема процесу управління (рис. 1) такого типу є адаптивною і відповідно практично обробляє усі плинні прогнозовані збурення, які впливають на виконавчу систему.

Контур циркуляції в даній системі можна подати у вигляді: $x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow x$ або $x \rightarrow z \rightarrow x$.

Для отримання загальних співвідношень, які є слушними для будь-яких ланцюгів замкненого контуру (в які можуть входити і люди-оператори), потрібно використовувати досить загальне поняття передавання інформації. Розімкнемо контур в якій-небудь точці, наприклад, в точці з'єднання вимірювальної системи (системи отримання інформації) з керованим процесом (об'єктом). Іншими словами, припинимо надходження інформації від керованого процесу до вимірювальної системи. Подамо на вхід вимірювальної системи інформацію, тобто деяке значення x від стороннього джерела. Тоді після проходження сигналу через систему управління і керований об'єкт на виході утвориться значення. Таким чином, в розімкненій системі має місце передавання інформації типу $x \rightarrow x'$.

Як відомо з основних співвідношень теорії інформації, кількість інформації при передаванні $x \rightarrow x'$ дорівнює:

$$I = M[H(x)] - M_x[H_x(x')], \quad (2)$$

де $H(x)$ – ентропія x , $M_x[H_x(x')]$ – усереднене за x значення ентропії після отримання сигналу x' . Для скорочення запису використані позначення: $H(x_1, x_2, \dots, x_n) = H(x)$, де x_1, x_2, \dots, x_n – координати (параметри) керованого процесу.

Співвідношення (2) можна подати у вигляді

$$I = H(x) - H_x(x') + S, \quad \text{де } S = M[H(x)] - M_x[H_x(x')]. \quad (3)$$

Величина S називається приростом ентропії зведених шумів, $H_x(x')$ – ентропією координат на виході (ентропія процесу) при заданому сигналі x на вході [1]. Ця ентропія має скінченну величину внаслідок впливу різного роду похибок і завад. Вона відображає сумарний ефект дії похибок і завад вимірювачів, системи передавання і перетворення інформації, виконавчої системи, а також збурюючих сил безпосередньо на керований процес. Член $M_x[H_x(x')]$ – це та сама величина, усереднена за вхідною величиною x . Таким чином, приріст ентропії зведених завад S є різницею ентропії завад, зведених до виходу, і тієї ж ентропії, усередненої за вхідними величинами.

Якщо замкнути контур дискретного управління, то на вхід сприймаючої системи впливатимуть координати керованого процесу в деякий момент часу $t - 1$, а величиною x'

будуть координати того самого керованого процесу в момент часу t , а величини x та x' будуть такі: $x = x(t-1)$; $x' = x(t)$.

У величинах $H(x')$ і $H_x(x')$ при замкненому контурі дискретного управління враховуються значення ентропії керованого процесу відповідно в $(t-1)$ -й і t -й моменти часу.

Рівняння (3) набуває вигляду $I(t) = H(t-1) - H(t) + S(t)$, або

$$H(t) - H(t-1) = S(t) - I(t),$$

де $H(t-1)$ і $H(t)$ – значення ентропії керованого процесу відповідно в $(t-1)$ -й і t -й моменти часу; $I(t)$ – кількість інформації, переданої за відповідний інтервал часу від джерела до одержувача (яким є той самий керований процес).

Отже, приріст ентропії керованого дискретним чином процесу за інтервал дискретності дорівнює різниці приросту ентропії зведених завад і кількості інформації, переданої в замкненому контурі ($x(t-1) \rightarrow x(t)$) за той самий інтервал часу. Позначимо індексом 0 початковий момент часу і знайдемо

$$H(t) = H(0) - \sum_{i=0}^t I(i) + \sum_{i=0}^t S(i).$$

Ентропія керованого дискретним чином процесу дорівнює різниці початкової ентропії цього процесу, складеної з сумарним приростом ентропії завад, і сумарної кількості інформації, переданої через контур ($x(t-1) \rightarrow x(t)$) [3]. Для стаціонарного процесу $H(t) - H(t-1) = S(t) - I(t)$.

Тому для підтримки стаціонарного керованого процесу потрібно передавати через контур управління протягом інтервалу дискретності кількість інформації, яка дорівнює відповідному приросту ентропії зведених завад. Зазначимо, що для некерованого процесу кількість інформації $I(t)$ дорівнює нулеві, $H(t) - H(t-1) = S(t)$, тобто приріст ентропії зведених завад дорівнює приросту ентропії некерованого процесу за відповідний інтервал часу.

Отже, для управління процесом функціонування мережі слід передавати протягом інтервалу дискретності управління управляючу інформацію, обсяг якої визначається як сума потрібного зменшення ентропії процесу функціонування мережі за цей інтервал часу і сумарного приросту ентропії некерованого процесу за цей же інтервал часу.

Оскільки важко визначити заздалегідь реальний закон розподілу $p(x)$, зробимо припущення, що $p(x)$ має нормальний закон розподілу. При цьому ентропія, як відомо, визначається як $H = \log(4,13\sigma)$.

Таким чином, приріст (зменшення) ентропії буде визначатися як

$$H(t) - H(t-1) = \log \frac{\sigma_1(t)}{\sigma_1(t-1)} + \dots + \log \frac{\sigma_n(t)}{\sigma_n(t-1)},$$

і для оцінки кількості інформації, яка передається в системі управління мережею, ми повинні оцінити відношення середньоквадратичних відхилень параметрів повідомлень, що досліджуються в мережі в різних ситуаціях, а така оцінка може бути зроблена за вимогами до параметрів основної мережі.

Література

1. Кривуца В. Г. Математичне моделювання телекомунікаційних систем / В. Г. Кривуца, В. В. Барковський, Л. Н. Беркман. – К.: ДП «ДВІА Зв'язок», 2007. – 270с.

2. Кривуца В. Г. Управління телекомунікаціями із застосуванням новітніх технологій [В. Г. Кривуца, В. К. Стеклов, Л. Н. Беркман та інші.] : підруч. для ВНЗ. – К.: Техніка, 2007. – 384 с.

3. Стеклов В. К. Оптимізація та моделювання пристроїв і систем зв'язку / В.К. Стеклов, Л.Н. Беркман, Є.В. Кільчицький : підруч. для ВНЗ – К.: Техніка, 2004. – 576 с.