

УДК 532.516

В.И. Елисеев, В.В. Давидсон

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

МАССООБМЕН В ЭЛЕКТРОХИМИЧЕСКОЙ ЯЧЕЙКЕ, НАХОДЯЩЕЙСЯ В ПОЛЕ ПЕРЕМЕННОГО НАПРЯЖЕНИЯ

В рамках теории ионообмена рассмотрены электрокинетические явления в бинарной среде с учетом взаимодействия электролита с электродами. На основе выполненных экспериментов и теоретических построений получена зависимость отношений амплитуд реактивных и активных токов от частоты подаваемого напряжения.

Ключевые слова: электрохимическая ячейка, электролит, взаимодействие электролита с электродами.

У рамках теорії іонообміну розглянуті електрокінетичні явища в бінарному середовищі з урахуванням взаємодії електроліту з електродами. На основі виконаних експериментів і теоретичних побудов отримана залежність відношення амплітуд реактивних і активних струмів від частоти напруги, що подається.

Ключові слова: електрохімічна комірка, електроліт, взаємодія електроліту з електродами.

Within the limits of the ion exchange theory, the electrokinetic phenomenas in bicar sphere with the regard of electrolyte interaction with electrodes were considered. Based on the made experiments and the theoretical constructs, the dependence on the ratio amplitudes of reactive and active current flows on the frequency of impressed voltage was obtained.

Keywords: electrochemical cell, electrolyte, interaction of the electrolyte with electords.

Введение. В настоящее время для проведения качественного и количественного анализа веществ как в лабораторных, так и в промышленных условиях широко применяются электрические методы измерения [1] таких неэлектрических величин как состав, концентрация элементов, подвижность ионов, размер частиц, скорость химических реакций и прочее. Эти методы отличаются повышенной точностью, быстродействием, возможностью регистрации и обработки результатов в режиме реального времени, а также, в случае необходимости, пространственным разнесением датчиков и измерительной аппаратуры при исследовании опасных и агрессивных сред.

Вместе с тем, для косвенных измерений, каковыми в данном случае являются электрические измерения, существует проблема интерпретации экспериментальных результатов, т. е. выявление связей между непосредственно наблюдаемыми величинами, такими как токи, напряжения, сопротивления и емкости, с физико-химическими характеристиками вещества. Несмотря на огромное число работ посвященных данному вопросу, проблема интерпретации, ввиду сложности и многообразия одновременно происходящих процессов, далека от полного разрешения. Необходимо также отметить, что основная часть работ посвящена изучению электрохимических процессов на постоянном токе, в то время как значительно более сложные по механизму и интересные в прикладном плане процессы на переменном токе изучены недостаточно. Данная работа является попыткой в какой-то мере восполнить этот пробел. В ней теоретически и экспериментально исследуется поведение классической измерительной электрохимической ячейки (ИЯ) при воздействии на нее переменного тока.

Последняя имеет плоскую геометрию и состоит из пары металлических электродов (в эксперименте – медных), электролита, содержащего два класса ионов (в эксперименте – дистиллированная вода) и источника переменного напряжения (рис. 1, а). В теоретическом плане особенностью работы является учет зависимости интенсивности

порождения и рекомбинации ионов в объеме электролита от процессов массопереноса, происходящих под влиянием электрического поля и градиента концентрации. Кроме того, приняты во внимание окислительно-восстановительные реакции на электродах.

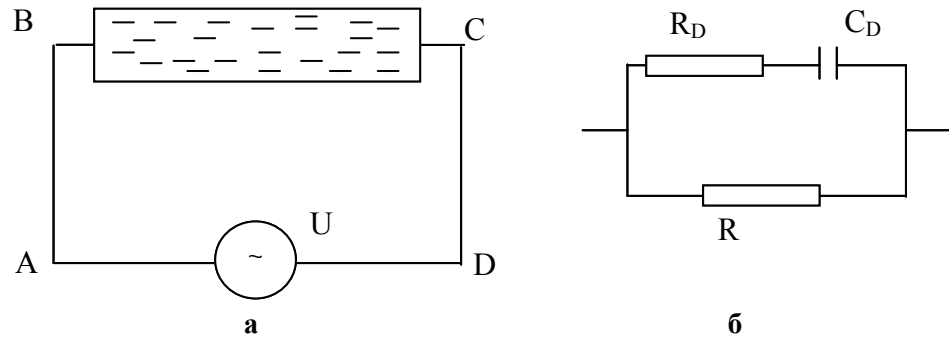


Рис. 1. Схема установки (А) и электронная схема двойного слоя (Б).

Основные уравнения. В качестве математической модели используем хорошо известную модель, описывающую ионообмен в электрохимических ячейках, с применением теории диэлектриков [2; 3]. Для нестационарного одномерного варианта рассматриваемой задачи можно записать следующие уравнения:

$$\frac{\partial N}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial N}{\partial \zeta} \right) + r, \quad (1)$$

$$\frac{\partial N^+}{\partial \tau} = d^+ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial N^+}{\partial \zeta} + \gamma N^+ \frac{\partial \phi_G}{\partial \zeta} \right) + r^+, \quad (2)$$

$$\frac{\partial N^-}{\partial \tau} = d^- \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial N^-}{\partial \zeta} - \gamma N^- \frac{\partial \phi_G}{\partial \zeta} \right) + r^-, \quad (3)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_G}{\partial \zeta^2} = \frac{Fh^2}{\varepsilon_0 \varepsilon V} (N^- - N^+), \quad (4)$$

где $\tau = t / T$ – безразмерное время; t – время; $T = h^2 / D_{H_2O}$ – масштаб времени; h – полуширина слоя воды; D_{H_2O} – коэффициент диффузии воды, $\zeta = x / h$ – безразмерная координата; N , N^+ , N^- – мольные концентрации соответственно растворителя, положительных и отрицательных ионов; ϕ_G – безразмерный потенциал, отнесенный к $V = 1B$; $d^+ = D^+ / D_{H_2O}$, $d^- = D^- / D_{H_2O}$, D^\pm – коэффициенты диффузии ионов; $\gamma = Vw^\pm / D^\pm$, w^\pm – подвижности ионов; F – число Фарадея; r, r^\pm – источники и стоки, учитывающие объемные химические реакции между компонентами среды.

Используя теперь простой приближенный метод решения уравнений тепло-массообмена, показанный в [4], перепишем уравнения (2) – (4) в следующем виде:

$$d^+ \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial N^+}{\partial \zeta} + \gamma N^+ \frac{\partial \phi_G}{\partial \zeta} \right) = \frac{dN^+}{d\tau} - \overline{r^+}, \quad (5)$$

$$d^- \frac{\partial}{\partial \zeta} \left(\frac{\partial N^-}{\partial \zeta} - \gamma N^- \frac{\partial \phi_G}{\partial \zeta} \right) = \frac{dN^-}{d\tau} - \bar{r}^-, \quad (6)$$

$$\frac{\partial^2 \phi_G}{\partial \zeta^2} = \Phi \left(\bar{N}^- - \bar{N}^+ \right), \quad (7)$$

где в правых частях уравнений записаны осредненные по длине рабочей области параметры, в результате чего правые части зависят только от времени. Интегрируя по одному разу уравнения (5), (6), получим:

$$d^+ \left(\frac{\partial N^+}{\partial \zeta} + \gamma N^+ \frac{\partial \phi_G}{\partial \zeta} \right) = \left(\frac{dN^+}{d\tau} - \bar{r}^+ \right) \zeta + C^+, \quad (8)$$

$$d^- \left(\frac{\partial N^-}{\partial \zeta} - \gamma N^- \frac{\partial \phi_G}{\partial \zeta} \right) = \left(\frac{dN^-}{d\tau} - \bar{r}^- \right) \zeta + C^-. \quad (9)$$

В выражениях (8) – (9) постоянные C^+, C^- определяются из граничных условий. Учитывая, что выражения (8) и (9) определяют безразмерные расходы ионов на границах $\zeta = \pm 1$, и вводя эти расходы как $g_{C,B}^\pm$, можно записать, что

$$C^+ = \frac{1}{2} (g_C^+ + g_B^+), \quad C^- = \frac{1}{2} (g_C^- + g_B^-),$$

$$\frac{dN^+}{d\tau} - \bar{r}^+ = \frac{1}{2} (g_C^+ - g_B^+), \quad \frac{dN^-}{d\tau} - \bar{r}^- = \frac{1}{2} (g_C^- - g_B^-). \quad (10)$$

Интегрируя два раза уравнение (7), получим

$$\phi_G = \frac{1}{2} \Phi \left(\bar{N}^- - \bar{N}^+ \right) \zeta^2 + C_G \zeta + D_G, \quad (11)$$

где постоянные интегрирования определяются из условия, что на границах $\zeta = \pm 1$ потенциал соответственно равен ϕ_C и ϕ_B , тогда

$$D_G = \frac{1}{2} (\phi_C + \phi_B) - \frac{1}{2} \Phi \left(\bar{N}^- - \bar{N}^+ \right), \quad C_G = \frac{1}{2} (\phi_C - \phi_B). \quad (12)$$

Составим из этих выражений ток проводимости и ток смещения

$$j_{pr} = -SF \frac{D_{H2O}}{h} \left\{ \left[\frac{dN^+}{d\tau} - \frac{dN^-}{d\tau} - (\bar{r}^+ - \bar{r}^-) \right] \zeta + (C^+ - C^-) \right\} = \quad (13)$$

$$-SF \frac{D_{H2O}}{2h} \left\{ \left[(g_C^+ - g_B^+) - (g_C^- - g_B^-) \right] \zeta + \left[(g_C^+ + g_B^+) - (g_C^- + g_B^-) \right] \right\}$$

$$j_{sm} = -S \frac{D_{H2O}}{h^3} \varepsilon_0 \varepsilon_G \Phi \left[\left(\frac{dN^-}{d\tau} - \frac{dN^+}{d\tau} \right) \zeta + \frac{1}{\Phi} \frac{1}{2} \frac{d(\phi_C - \phi_B)}{dt} \right]. \quad (14)$$

Учитывая, что токи на границах области ($\zeta = \pm 1$) должны быть одинаковы, поэтому из (13) и (14) следует, что

$$\left[\frac{d\overline{N^+}}{d\tau} - \frac{d\overline{N^-}}{d\tau} - (\overline{r^+} - \overline{r^-}) \right] = 0, \quad \frac{d\overline{N^+}}{d\tau} - \frac{d\overline{N^-}}{d\tau} = 0, \\ \overline{r^+} = \overline{r^-}, \quad (g_c^+ - g_b^+) - (g_c^- - g_b^-) = 0. \quad (15)$$

Последнее условие, которое можно переписать как $(g_c^+ - g_c^-) = (g_b^+ - g_b^-)$, указывает на то, что раствор, как система, обладает свойством самосогласованности, которое в данном случае заключается в равенстве расходов ионов на одном и другом электродах. Если теперь принять, что граничными условиями для молярных концентраций ионов являются следующие значения: при $\zeta = 1$ $N^+ = N_C^+$, $N^- = N_C^-$, при $\zeta = -1$ $N^+ = N_B^+$, $N^- = N_B^-$, то после второго интегрирования уравнений (8), (9) получим:

$$d^+ (N^+ + \gamma N^+ \phi_G) = \frac{1}{2} \left(\frac{d\overline{N^+}}{d\tau} - \overline{r^+} \right) \zeta^2 + C^+ \zeta + G^+, \quad (16)$$

$$d^- (N^- - \gamma N^- \phi_G) = \frac{1}{2} \left(\frac{d\overline{N^-}}{d\tau} - \overline{r^-} \right) \zeta^2 + C^- \zeta + G^-. \quad (17)$$

где

$$G^+ = \frac{1}{2} d^+ \left[(N_C^+ + N_B^+) + \gamma N_0 (\phi_C + \phi_B) \right] - \frac{1}{2} \left(\frac{d\overline{N^+}}{d\tau} - \overline{r^+} \right), \\ G^- = \frac{1}{2} d^- \left[(N_C^- + N_B^-) - \gamma N_0 (\phi_C + \phi_B) \right] - \frac{1}{2} \left(\frac{d\overline{N^-}}{d\tau} - \overline{r^-} \right).$$

Выписанные уравнения служат для определения тока в жидкости в зависимости от подаваемого напряжения, однако здесь необходимо знать еще кинетические параметры приэлектродных реакций, т. е. необходимо увязать расходы на поверхностях электродов с приповерхностными концентрациями. Для этого рассмотрим наиболее простой случай, когда на поверхностях электродов проходят реакции с перезарядкой ионов, т. е. на одной границе в течении полупериода ионы N^- переходят в ионы N^+ , на другой, наоборот. Для этого необходимо положить

$$g_C^+ = -g_C^-, \quad g_B^+ = -g_B^-. \quad (18)$$

Условие равенства расходов на концах рабочего участка (последнее условие (15)) показывает, что должно выполняться равенство

$$g_C^+ = g_B^+ = g. \quad (19)$$

Таким образом, все расходы свелись к одной величине, которую условно зададим в виде

$$g = k (N_C^- - N_C^+), \quad (20)$$

где k – коэффициент характеризующий скорость гетерогенной химической реакции. Такой вид специально сконструированной реакции показывает, что величина расходов зависит от разности компонентов. Это обеспечивает регулирование расходов в

зависимости от их величины. После несложных преобразований можно увязать все необходимые параметры на поверхностях электродов, в результате чего будем иметь

$$g = \gamma N_0 \frac{d^- d^+ k}{d^- d^+ + (d^- + d^+) k} (\phi_B - \phi_C). \quad (21)$$

Это выражение хорошо показывает роль коэффициента k в процессе ионпереноса в жидкости. При $k = 0$ $g = 0$, и ток проводимости в жидкости также равен нулю. С ростом k монотонно растет g и при достаточно больших значениях k расход асимптотически достигает своего максимального значения. Соотношение (21) хорошо показывает как проводимость раствора зависит от гетерогенной реакции на электроде. Если лимитирующей стадией процесса является гетерогенная реакция (малые значения k), то проводимость в растворе определяется скоростью этой реакции. При больших величинах k скорость реакции не ограничивает проводимость и она определяется переносными свойствами раствора.

Теперь для того, чтобы связать заданный генератором перепад потенциала с током, идущим в рабочем объеме раствора необходимо учесть скачки потенциала на границах между жидкостью и электродами. Возникновение этих скачков связано с двойными электрическими слоями, возникающими на фазовых поверхностях. Примем, что генератор дает синусоидальные колебания потенциала, тогда в точке В $\phi_B = U_B - (\Delta\phi)_B, U_B = a \sin(2\pi \bar{f} \tau)$; в точке С $\phi_C = U_C + (\Delta\phi)_C, U_C = -a \sin(2\pi \bar{f} \tau)$, то есть $\phi_B - \phi_C = 2a \sin(2\pi \bar{f} \tau) - [(\Delta\phi)_B + (\Delta\phi)_C]$, $\phi_B + \phi_C = (\Delta\phi)_C - (\Delta\phi)_B$, где $\bar{f} = f/T$ – безразмерная частота, f – частота в Гц. Определение скачков потенциала в двойных слоях является сложнейшей задачей электрохимии, однако в электрических измерениях двойной слой можно рассматривать в виде схемы показанной на рис. 1, б. Используя законы электрических цепей [5], можно связать скачки потенциалов с токами, идущими по цепи. Если принять, что полный ток изменяется по закону $j = A_I \sin(2\pi \bar{f} \tau) + B_I \cos(2\pi \bar{f} \tau)$, то скачок потенциала на границе можно задать как $\Delta\phi = A_U \sin(2\pi \bar{f} \tau) + B_U \cos(2\pi \bar{f} \tau)$ и тогда из теории электрических цепей следует, что

$$A_U = \frac{\Delta_1}{\Delta} A_I - \frac{\Delta_2}{\Delta} B_I, \quad \Delta_1 = R_D \left(1 + \frac{R_D}{R} \right) + \frac{(2\pi \bar{f})^2}{R(C_D T)^2}, \quad \Delta_2 = \frac{(2\pi \bar{f})}{(C_D T)},$$

$$B_U = \frac{\Delta_2}{\Delta} A_I + \frac{\Delta_1}{\Delta} B_I, \quad \Delta = \left(1 + \frac{R_D}{R} \right)^2 + \frac{(2\pi \bar{f})^2}{(R C_D T)^2}. \quad (22)$$

Выпишем формулу для полного тока

$$j = -S \frac{D_{H_2O}}{h} \left\{ 2\gamma N_0 F \frac{d^- d^+ k}{d^- d^+ + (d^- + d^+) k} (\phi_C - \phi_B) + \frac{\epsilon_0 \epsilon_G}{h^2} \frac{1}{2} \frac{d(\phi_C - \phi_B)}{dt} \right\}. \quad (23)$$

В этой формуле участвуют значения потенциалов в точках В и С со стороны жидкости. Примем, что параметры двойных слоев одинаковы, тогда найденная связь

скачков потенциала с протекающим общим током на границах будет также одинакова. Теперь, используя формулы (22), найдем связь общего тока с задаваемым синусоидальным напряжением. Подставляя все найденные выше соотношения в формулу (23), найдем амплитуды активного и реактивного токов в слое жидкости с учетом двойных слоев на электродах. После несложных преобразований, получим

$$A_I = S \frac{D_{H_2O}}{h} \frac{2(1+\alpha)\sigma + (2\pi\bar{f})^2 \beta (\varepsilon_0 \varepsilon_G / h^2)}{(2\pi\bar{f})^2 \beta^2 + (1+\alpha)^2} a, \\ B_I = S \frac{D_{H_2O}}{h} 2\pi\bar{f} \frac{(1+\alpha)(\varepsilon_0 \varepsilon_G / h^2) - 2\sigma\beta}{(2\pi\bar{f})^2 \beta^2 + (1+\alpha)^2} a, \quad (24)$$

где
$$\sigma = \gamma N_0 \frac{d^- d^+ k}{d^- d^+ + (d^- + d^+) k} F,$$

$$\alpha = 2S \frac{D_{H_2O}}{h} \left[\sigma \frac{\Delta_1}{\Delta} - \frac{(2\pi\bar{f})^2}{\Delta} \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_G}{2C_D T h^2} \right], \quad \beta = 2S \frac{D_{H_2O}}{h} \left[\frac{\sigma}{\Delta C_D T} + \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_G}{2h^2} \frac{\Delta_1}{\Delta} \right].$$

Важной характеристикой при измерении электрических свойств материалов является так называемый «тангенс потерь», равный отношению активной и реактивной амплитуд $tg\delta = A_I/B_I$ или обратная ей величина «тангенс фазового сдвига» $tg\varphi = B_I/A_I$. Используя формулы (24), будем иметь для $tg\varphi$

$$tg\varphi = 2\pi\bar{f} \left\{ \sigma + 2S \frac{D_{H_2O}}{h} \frac{\Delta_1}{\Delta} \left[\sigma^2 + (2\pi\bar{f})^2 \left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_G}{2D_{H_2O}} \right)^2 \right] \right\}^{-1} \cdot \\ \cdot \frac{1}{2} \left\{ \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_G}{D_{H_2O}} - 4S \frac{D_{H_2O}}{h \Delta C_D} \left[\sigma^2 + (2\pi\bar{f})^2 \left(\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_G}{2D_{H_2O}} \right)^2 \right] \right\} \quad (25)$$

В этой формуле хорошо видны, параметры, относящиеся к рабочему объему, и величины Δ, Δ_1, C_D , характеризующие влияние двойного электрического слоя. Это выражение можно переписать в критериальном виде

$$tg\varphi = 2\pi\bar{f}\lambda \frac{\left\{ 1 - \chi_R \left[1 + 1 / (2\pi\bar{f}\lambda)^2 \right] \right\}}{\left\{ 1 + 2\chi_A \left[1 + (2\pi\bar{f}\lambda)^2 \right] \right\}}, \quad (26)$$

где $\lambda = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_G}{2\sigma D_{H_2O}}$, $\chi_A = S \frac{D_{H_2O}}{h} \frac{\Delta_1}{\Delta} \sigma$ – характеризует отношение активных сопротивлений двойного электрического слоя и рабочего слоя жидкости, $\chi_R = (2\pi\bar{f})^2 S \frac{\varepsilon_0 \varepsilon_G}{h \Delta C_D}$ – отношение реактивных сопротивлений слоев. Если считать,

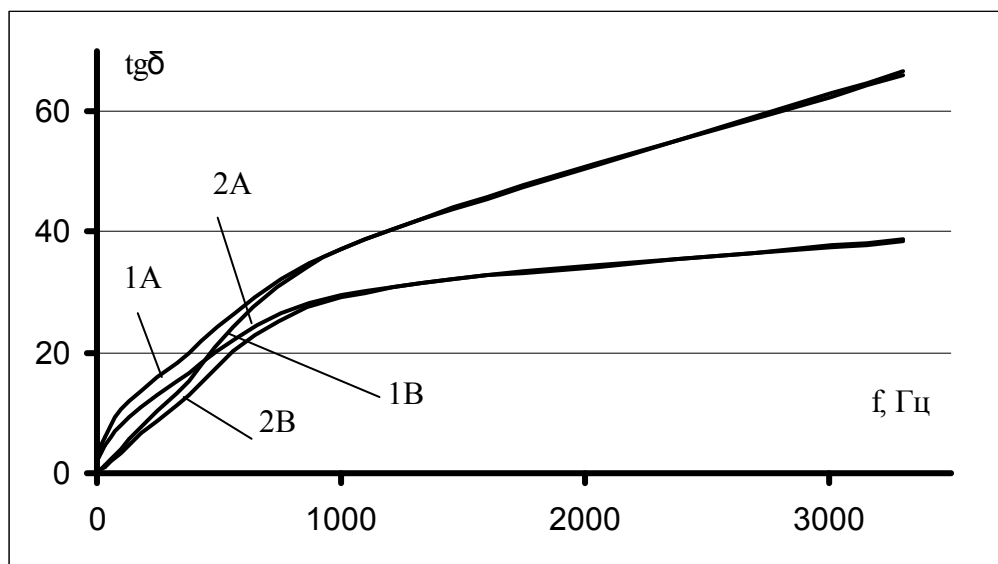
что введенные параметры двойного слоя не меняются с частотой, то при $f = 0$ $\chi_R = 0$, $\chi_A = S \frac{D_{H_2O}}{h} \sigma \frac{R_D R}{(R + R_D)}$, а при $f \rightarrow \infty$, $\chi_A = S \frac{D_{H_2O}}{h} \sigma R$. В реальности

эти параметры зависят от частот, но установление этих зависимостей требует тщательных экспериментов.

Сравнение теоретических и экспериментальных результатов. С целью проверки теоретических построений были выполнены измерения амплитудно-частотных и фазо-частотных характеристик ИЯ, изображенной на рис. 1А. Особенности примененной электронной измерительной схемы продиктовали выбор непосредственно регистрируемых величин, в качестве которых были использованы активная и реактивная составляющие полного тока через ИЯ, что соответствует параллельной эквивалентной схеме. От токов легко перейти к проводимостям, что дает возможность определить эффективные значения сопротивления и емкости ИЯ. Однако, эти величины носят несколько условный характер, так как в другой равноправной эквивалентной схеме – последовательной, они имеют другие значения. Для того, чтобы не зависеть от выбора той или иной схемы обычно используют другие величины, имеющие, в силу инвариантности, более фундаментальный физический смысл, а именно – модуль полного сопротивления (проводимости) и тангенс угла фазового сдвига полного тока относительно напряжения. Последний вычисляется как отношение реактивной и активной составляющей полного тока или напряжения (в зависимости от используемой схемы замещения). В диэлькометрии и кулонометрии чаще используется тангенс угла δ , дополнительного к углу фазового сдвига φ , называемый «тангенсом потерь». Таким образом, последовательность действий в эксперименте была следующей: измерялись составляющие тока, по ним рассчитывались активные и реактивные проводимости и находилось их отношение, равное тангенсу потерь. Кроме частотных зависимостей было исследовано влияние ширины межэлектродного зазора, для чего использовался дифференциальный датчик с отношением величин зазоров равным 1,75. Испытательный сигнал представлял собой переменное напряжение с постоянной амплитудой 80 мВ и частотным диапазоном 0.01 ÷ 3300 Гц. Выбор величины амплитуды являлся компромиссом между хорошим разрешением, с одной стороны, и отсутствием нагрева электролита, с другой.

Для фазовых измерений использовался метод эллипса [6] с применением 2-х канального осциллографа. Указанный метод позволил единообразно провести измерения во всем рассматриваемом частотном диапазоне, включая и инфранизкие частоты.

На рис. 2 показаны экспериментальные кривые 1А, 2А и их аппроксимации (кривые 1В и 2В), сделанные в соответствии с формулой (25) при $\chi_R = 0$. Из формулы (25) видно, что при $\chi_R = 0$ в выражении участвуют две величины λ и χ_A , содержащие масштаб длины h в знаменателе. Принимая, что при изменении длины рабочего участка все остальные величины должны быть одинаковыми, в нашем случае пересчет кривых связан только с величиной h , которая в эксперименте изменяется в 1,75 раза. Однако, для получения более точной аппроксимации, пришлось корректировать и другие величины. В результате было получено: для случая А (узкий зазор) $\lambda = 0.0055$, $\chi_A = 0.00015$; для случая В (широкий зазор) $\lambda = 0.0065$, $\chi_A = 0.000101 / 1.75$.

Рис. 2. Зависимость $tg\varphi$ от частоты

Обращает на себя внимание наличие двух четко различимых областей, отличающихся наклоном и характером изменения. Первая из них, низкочастотная, определяется наличием приэлектродного двойного слоя, обладающего большой емкостью и относительно большим сопротивлением. В высокочастотной области влияние двойного слоя постепенно сходит на нет и основным действующим фактором является геометрическая емкость ИЯ и активная проводимость промежутка. Из рисунков видно, что примерно с $f \approx 700$ Гц, аппроксимационные кривые количественно хорошо совпадают с экспериментальными величинами. На низких частотах совпадение лишь качественное. Это объясняется неполной адекватностью модели чрезвычайно сложным приэлектродным процессам. С другой стороны качественное совпадение теоретических и экспериментальных кривых свидетельствует о том, что модель правильно описывает основные явления ионообмена на электродах.

Заключение. В результате выполненного исследования показано, что соответствие теории и эксперимента можно признать удовлетворительным (принимая во внимание, что измеряемые величины в значительной степени зависят от неконтролируемого состояния поверхности электродов). Таким образом, рассмотренная математическая модель может быть расширена на более сложные среды.

Библиографические ссылки

1. **Тареев Б.М.** Физика диэлектрических материалов / Б.М. Тареев – М., – 1982. 320 с.
2. **Борисова М.Э.** Физика диэлектриков / М.Э. Борисова, С.Н. Койков. – Л., – 1979. – 240 с.
3. **Антропов Л.И.** Теоретическая электрохимия / Л.И. Антропов – М., – 1984. – 519 с.
4. **Елисеев В.И.** Тепломассообмен в пузырьке, движущемся в многокомпонентном растворе / В.И. Елисеев // Вісник Дніпропетр. ун-ту. Механіка. 2003, Вип. 7, Т. 1. – С. 20 – 26.
5. **Поливанов К.М.** Теоретические основы электротехники. Часть третья / К.М. Поливанов – М., – 1969. – 352 с.
6. Измерения в электронике. Справочник. /под ред. В.А. Кузнецова. – М., – 1987. – 512 с.

Надійшла до редколегії 11.11.09