

пряжений распространяются вдоль каната с подвижными границами иначе, чем в канате неизменной длины.

### Библиографические ссылки

1. Остапенко В.А. Первая краевая задача для области с подвижной границей / В.А. Остапенко // Диф. уравн. и их прилож. в физике. – Днепропетровск, 1989. – С. 4–14.
2. Остапенко В.А. Вторая краевая задача для области с подвижной границей / В.А. Остапенко // Вісник Дніпропетр. ун-ту. Серія: Математика. – 1997. – Вип. 1. – С. 3–21.
3. Остапенко В.А. Третья краевая задача для области с подвижной границей / В.А. Остапенко // Вісник Дніпропетр. ун-ту. Серія: Математика. – 1996. – Вип. 2. – С. 4–23.
4. Ostapenko V.A. Dynamic field of displacements in rods of variable length / V.A. Ostapenko // Proceedings of 8<sup>th</sup> International Conference on Dynamical Systems Theory and Applications. Lodz, Poland, – 2005. – P. 316–323.
5. Остапенко В.А. Краевая задача для стержня переменной длины, возмущаемого с подвижного верхнего конца / В.А. Остапенко // Вісник Дніпропетр. ун-ту. Серія: Механіка. – 2006. – №2/1. – С. 182–198.
6. Горошко О.А. Введение в механику деформируемых одномерных тел переменной длины / О.А. Горошко, Г.Н. Савин. – К., 1971. – 224 с.

Надійшла до редколегії 25.02.11

УДК 621.311.245:534.322.3

Г.И. Сокол, Т.В. Тузниченко

*Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара*

## ВОЛНОВЫЕ ПРОЦЕССЫ В ВОЗДУШНЫХ ПОЛОСТЯХ БАШНИ ВЕТРОАГРЕГАТОВ С УЧЁТОМ НЕЛИНЕЙНЫХ ЭФФЕКТОВ

Отримані рівняння, які описують амплітуду звукового тиску другої гармоніки та її зміну при розповсюдженні у повітряних об'ємах секцій башти вітроустановки. Записані аналітичні вирази, які дозволяють знайти координату  $x_{max}$  на продольній вісі поперечного перетину секції конічної форми, де друга гармоніка звукового тиску досягає свого максимуму.

*Ключові слова:* хвильові процеси, нелінійні ефекти, координата максимуму другої гармоніки, повітряні об'єми секцій вежі, конічна форма, горизонтально вісьова вітроустановка.

Получены уравнения, описывающие амплитуду звукового давления второй гармоники и ее изменение при распространении в воздушных полостях секций башни ветроустановки. Записаны аналитические выражения, позволяющие определить координату  $x_{max}$  поперечного сечения секций конической формы, где вторая гармоника звукового давления достигает своего максимума.

*Ключевые слова:* волновые процессы, нелинейные эффекты, координата максимума второй гармоники, воздушные полости секций башни, коническая форма, горизонтально осевая ветроустановка.

Equations describing the amplitude of the sound pressure of the second harmonic and its change during the propagation in air cavities of the tower windmill sections are received. The analytical expressions to determine the coordinate of the cross-sectional  $x_{max}$  conical sections are written, where the second harmonic of the sound pressure reaches its maximum.

*Key words:* wave processes, nonlinear effects, the coordinate of the second-harmonic maximum, air spaces of the tower sections, conical shape, horizontal axis wind turbine.

© Г.И. Сокол, Т.В. Тузниченко, 2011

**Введение.** Развивающиеся новые способы получения энергии с использованием ветровых потоков считаются экологически чистыми [1; 2; 3]. Но уже на стадии эскизного проектирования ветроэнергетической установки (ВЭУ), решается проблема обеспечения низких уровней интенсивности шумов и обеспечение защиты окружающей среды от шумового загрязнения. Анализ шума ВЭУ предполагает теоретические исследования на основе моделей процесса генерирования и экспериментальные исследования с измерением характеристик. Он необходим для разработки мероприятий, направленных на снижение уровня звукового давления (УЗД) до требуемого по санитарным нормам Украины [4]. Нормы являются обязательными для организаций, которые заняты проектированием, производством и эксплуатацией устройств, являющихся источником производственного шума, инфра- и ультразвука, передающиеся через атмосферу, и влияющие на человека в процессе его трудовой деятельности.

В таком ракурсе актуальность проблемы снижения шумов от ВЭУ не вызывает сомнений, так как необходимо исключить вредное влияние шумов на людей на прилегающих территориях, в жилых постройках, а также на живых обитателей природы. Особенно важно решить проблему снижения УЗД шумов на инфразвуковых частотах.

**Постановка задачи.** Рассмотрим башню ВЭУ типа 250С и 500С с точки зрения акустики. Она представляет собой три полых конических секции. Верхняя ее секция, на которой установлена головка с механизмами, имеет диаметры 2200 мм и 1691 мм, длину 15285 мм. Средняя секция имеет диаметры 2200 мм и 2600 мм, длину 8855 мм. Нижняя секция выполнена длиной 8860 мм и имеет диаметры 2600 мм и 3200 мм. Секции башни ВЭУ имеют форму конических труб, приближенных к цилиндру.

Возбудителем акустических колебаний в верхней секции башни является шум от механизмов, работающих в головке ВЭУ. В средней и в нижней секциях акустические колебания возбуждаются шумами, передающимися из предыдущей секции.

Рассмотрим вариант линейной акустики, когда соблюдается критерий, согласно которому при распространении акустической волны величина числа Маха акустическое ( $M_{ак}$ ) значительно меньше 0,01 [5].

Аналитическая зависимость, описывающая падение амплитуды звукового давления  $p_i$  любой гармоники, распространяющейся вдоль оси секции конической формы башни ветроустановки, определяется также, как в теории, описывающей распространение звука в рупорах [6]. Поэтому в случае линейного приближения изменение амплитуды звукового давления  $p_i$  имеет вид

$$p_i = p_{mi} \frac{x_0}{x+x_0}, \quad (1)$$

где  $p_{mi}$  – амплитуды в горле;  $x$  – координата вдоль оси  $O-O$  конической секции башни;  $x_0$  – координата, определяющая положение начального сечения усеченного конуса секции башни от вершины конуса (положение горла). Расположение оси башни и координаты сечений представлены на рис. 1.

В случае линейного приближения для первой  $p_1$  и второй  $p_2$  гармоник имеем выражения

$$p_1 = p_{m1} \frac{x_0}{x+x_0}, \quad p_2 = p_{m2} \frac{x_0}{x+x_0}. \quad (2)$$

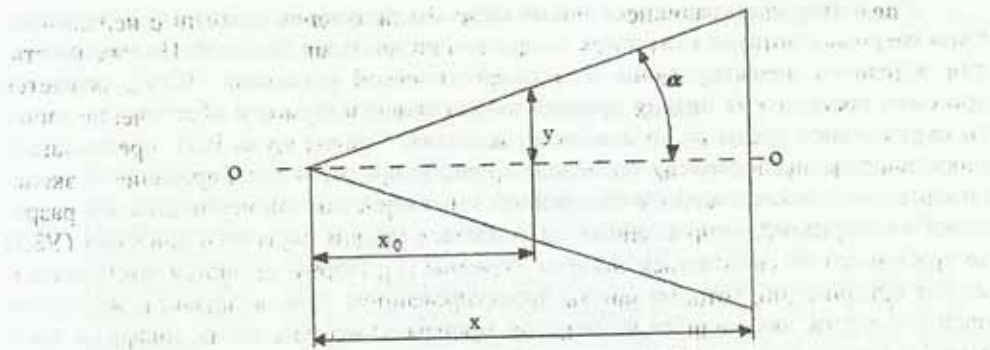


Рис. 1. Секция башни конической формы

На рис. 2 представлены кривые изменения звукового давления  $p$  внутри трубы переменного сечения для случаев, когда сравниваются расчетные значения и полученные при экспериментальных исследованиях путем измерений.

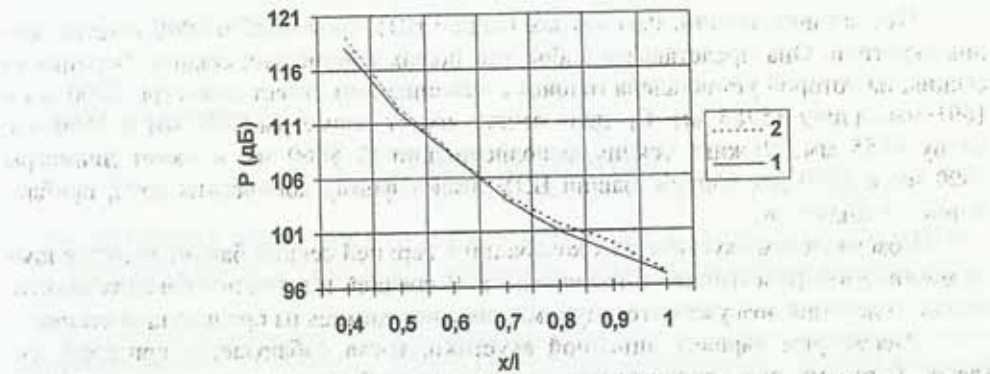


Рис. 2. Изменение амплитуды звукового давления первой гармоники  $p_1$  при ее малом начальном значении в горле рупора  $p_{m1}$  ( $Max \ll 0,01$ ):  
кривая 1 – расчетные данные;  
кривая 2 – экспериментальные;  $l$  – длина рупора

Линейный случай позволил ранее [7] рассчитать также частоту резонансных колебаний инфразвуковых и звуковых волн в приближении, когда секции башни представляют собой конуса конечной длины.

В случае, если в верхнем сечении воздушной полости секций башни возбуждается волна большой амплитуды, то акустический процесс распространения звука меняет свой характер. Он является уже нелинейным. Теперь необходимо учитывать возникновение и распространение звука в виде высших гармоник.

Целью настоящей работы является создание методики учета нелинейных эффектов при распространении акустических волн в воздушных полостях секций башни ветроэнергетических установок.

### 1. Методика расчета нелинейных эффектов в воздушных полостях секций башни ветроэнергетической установки.

1.1. Условия проявления нелинейных эффектов при реализации плоской волны конечной амплитуды. Интенсивные звуковые волны качественно отличаются от малоамплитудных возмущений, описываемых в приближении линейной

акустики [5]. При распространении интенсивной волны происходит постепенное изменение формы волны вследствие разницы в скоростях движения различных участков ее профиля. Точки, отвечающие большему сжатию, движутся быстрее, в результате чего крутизна фронтов сжатия растет. Эволюцию формы волны можно рассматривать как изменение ее спектрального состава: увеличение крутизны фронтов соответствует нарастанию высокочастотных гармоник. Процессу нелинейного увеличения крутизны фронтов противодействуют диссипация энергии волны и дисперсия скорости ее распространения.

Влияние диссипативных эффектов, вязкости и теплопроводности, приводит к сглаживанию профиля волны, уменьшению градиентов скорости и температуры, более быстрому затуханию высокочастотных компонентов спектра волны. К размытию крутизны фронтов приводит и влияние дисперсии звука вследствие «разбегания» различных гармоник, движущихся с разными скоростями. Поэтому распространение интенсивного акустического возмущения определяется конкуренцией нелинейности, диссипации и дисперсии. Относительную роль этих факторов выясняют, исследуя уравнение Корте Вега – де Вриза – Бюргерса [5]. Анализ его решения для случая плоской волны, распространяющейся в неограниченном пространстве, показывает, что нелинейность порождает вторую гармонику. При отсутствии дисперсии амплитуда второй гармоники сначала растет, достигая максимума на расстоянии

$$x_{\max} = \ln 2 / (2\delta\omega^2), \quad (3)$$

(здесь  $\delta$  – коэффициент диссипации,  $\omega$  – круговая частота), а затем экспоненциально затухает. Эволюция профиля нелинейной плоской волны, приводящая к появлению максимумов, представлена на рис. 3 [5]. На рис. 3 обозначено  $\xi$  – колебательная скорость.

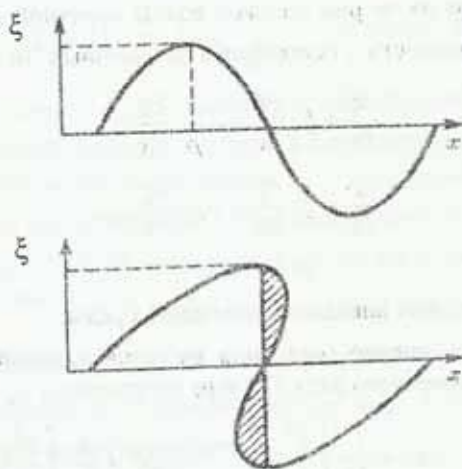


Рис. 3. Изменение профиля волны конечной амплитуды в процессе распространения

**1.2. Нелинейные колебания в воздушных полостях секций башни при распространении волны конечной амплитуды.** Рассмотрим распространение звука внутри секций башни в нелинейном приближении. Нелинейность характеризуется перекачкой энергии первой гармоники в высшие, причём 90 % всей энергии перекачивается во вторую гармонику. Разработаем методику расчета амплитуды

второй гармоники при распространении шумов с высоким УЗД в воздушных полостях секций башни.

Основанием для модели волноводного распространения второй гармоники в секциях башни следующее: при числе оборотов вала мультипликатора 1500 об/мин, частота генерируемого звука равна 238 Гц. Частота второй гармоники – 476 Гц, длина волны – 0,7 м. На длине секций башни 15285 мм, 8855 мм и 8860 мм укладывается более десяти длин волн второй гармоники.

Рассмотрим процесс изменения амплитуды звукового давления во второй гармонике  $p_2$  вдоль оси конической секции не только за счет изменения осевого сечения ( $p_{2\text{лин}}$ ), но и за счет проявления нелинейных эффектов ( $p_{2\text{нелин}}$ ). Интенсивные звуковые волны качественно отличаются от малоамплитудных возмущений линейной акустики тем, что часть энергии волны основного тона перекачивается в гармоники высших порядков. Амплитуда второй гармоники по мере пробега волны изменяется по закону [8]

$$p_2 = C \cdot p_1^2 \cdot x, \quad (4)$$

$$C = \frac{1}{4} \cdot \frac{\gamma + 1}{\gamma \cdot P_0} \cdot \frac{\omega}{c_0}, \quad (5)$$

где  $C$  – параметр;  $\gamma$  – отношение теплоемкостей при постоянном давлении и при постоянном объеме;  $P_0$  – атмосферное давление;  $c_0$  – скорость звука в среде.

Для определения передаточной функции скорости звукового давления во второй гармонике необходимо проинтегрировать (4) по  $x$ . Тогда имеем

$$\frac{dp_2}{dx} = C \cdot p_1^2. \quad (6)$$

Приведем сведения из теории плоской волны конечной амплитуды [9]. Уравнения движения, неразрывности и состояния в переменных Эйлера

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} + \xi \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial p}{\partial x},$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \xi \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} = -\rho \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x},$$

$$p = p(\rho),$$

где  $\rho = \rho_0 + \Delta\rho(x, t)$  – полная локальная плотность среды.

В общем случае уравнение состояния является нелинейным и может быть представлено в виде бесконечного ряда Тейлора по степеням  $\Delta\rho$

$$p = P - P_0 = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{\rho=\rho_0} \cdot \Delta\rho + \frac{1}{2!} \cdot \left( \frac{\partial^2 p}{\partial \rho^2} \right)_{\rho=\rho_0} \cdot \Delta\rho^2 + \frac{1}{3!} \cdot \left( \frac{\partial^3 p}{\partial \rho^3} \right)_{\rho=\rho_0} \cdot \Delta\rho^3 + \dots$$

Оценка нелинейных членов в уравнениях при синусоидальном возмущении

$$\left| \xi \cdot \frac{\partial \xi}{\partial x} \right|_{\max} \approx b = \frac{\omega \cdot \xi_{\max}^2}{c_0}; \quad \left| \frac{\partial \xi}{\partial t} \right| \approx a = \omega \cdot \xi_{\max}; \quad \left| \frac{b}{a} \right| = \frac{\xi_{\max}}{c_0};$$

$$\left| \xi \cdot \frac{\partial \rho}{\partial x} \right|_{\max} \approx b' = \frac{\omega \cdot \xi_{\max} \cdot \rho_{\max}}{c_0}; \quad \left| \frac{\partial \rho}{\partial t} \right| \approx a' = \omega \cdot \rho_{\max}; \quad \frac{b'}{a'} = \frac{\xi_{\max}}{c_0}.$$

Отношение нелинейного члена к линейному составляет величину, значение которой равно акустическому числу Маха ( $M_{ak}$ )

$$M_{ak} = \frac{\dot{\xi}_{max}}{c_0} = \frac{P_{max}}{P_0},$$

где  $c_0$  – «локальная» или «местная» скорость звука, характеризующая процесс распространения волны конечной амплитуды

$$c = \left( \frac{\partial p}{\partial \rho} \right)^{0,5}.$$

Связь между скоростью звука  $c$  и локальной скоростью звука  $c_0$

$$c = c_0 + \frac{\gamma - 1}{2} \cdot \dot{\xi}.$$

Для адиабатических процессов, когда в качестве уравнения состояния может служить уравнение Пуассона [9], вводится понятие нелинейного параметра среды  $\varepsilon_0$ , который равен

$$\varepsilon_0 = (\gamma + 1) / 2.$$

Уравнение прямой плоской волны конечной амплитуды приобретает вид [9]

$$\dot{\xi}(x, t) = \dot{\xi}_{max} \cdot \sin \omega \cdot \left[ t - \frac{x}{(c_0 + \varepsilon_0 \cdot \dot{\xi})} \right].$$

Спектр волны определяется рядом Фурье для пилообразной функции

$$\dot{\xi}(x, t) = \frac{2}{\pi} \cdot \dot{\xi}'_{max} \cdot \sum_{m=1}^{\infty} \frac{1}{m} \cdot \sin m(\omega t - kx),$$

где  $m$  – номер гармоники;  $\dot{\xi}'_{max}$  – амплитуда пилообразной волны, то есть пиковое значение колебательной скорости, которое в идеальной картине соответствует значению амплитуды синусоидальной волны  $\dot{\xi}_{max}$  у источника. Спектральный состав пилообразной волны представляется в виде ряда Фурье [9].

$$\dot{\xi}(x, t) = \dot{\xi}_{max} \cdot \left[ 0,88 \cdot \sin(\omega t - kx) + 0,35 \cdot \sin 2 \cdot (\omega t - kx) + \right. \\ \left. + 0,2 \cdot \sin 3 \cdot (\omega t - kx) + 0,14 \cdot \sin 4 \cdot (\omega t - kx) + \dots \right],$$

где  $\dot{\xi}_{max}$  – амплитуда колебательной скорости первой гармоники у источника.

Между амплитудой пилообразной волны  $\dot{\xi}_{max}$  и амплитудой её первой гармоники ( $m=1$ ) имеет место соотношение

$$\dot{\xi}_{max1} = 0,88 \cdot \dot{\xi}'_{max},$$

а между амплитудой второй гармоники ( $m=2$ ) и амплитудой пилообразной волны связь записывается в виде:

$$\dot{\xi}_{max2} = 0,35 \cdot \dot{\xi}'_{max}.$$

**1.3. Методика исследований второй гармоники в воздушных полостях секций башни как в волноводах конической формы.** Согласно методике, предложенной В.В. Фурдуевым в [8] для распространения звука с учетом нелинейных

эффектов в рупорах, определим  $p_2$  для случая распространения волны конечной амплитуды в воздушных полостях секций конической формы в башне ветроагрегата.

Учтем изменение амплитуды звукового давления  $p_i$  в любой гармонике в воздушных полостях секций конической формы в случае линейного приближения, тогда передаточная функция скорости изменения звукового давления есть производная по  $x$  от выражения (1). Запишем

$$\frac{dp_i}{dx} = -p_{mi} \frac{x_0}{(x+x_0)^2} = -p_i \frac{1}{(x+x_0)}, \text{ где } i = 1, 2, \dots \quad (7)$$

Передаточная функция скорости изменения амплитуды звукового давления во второй гармонике по мере пробега волны вдоль оси конической секции с учетом нелинейных эффектов (4) изменяется как

$$\frac{dp_2}{dx} = C \cdot p_{m1}^2 \frac{x_0^2}{(x+x_0)^2}. \quad (8)$$

Запись суммарного изменения амплитуды второй гармоники вдоль оси трубы конической формы с учетом линейного и нелинейного членов (7) и (8) приводит к неоднородному линейному дифференциальному уравнению

$$\frac{dp_2}{dx} + \frac{1}{(x+x_0)} p_2 = C \cdot p_{m1}^2 \frac{x_0^2}{(x+x_0)^2}. \quad (9)$$

Решив его [10], найдем аналитическую зависимость, описывающую изменение амплитуды второй гармоники при распространении ее вдоль конической секции с учетом нелинейной добавки:

$$p_{2\text{кон}} = \frac{C p_{m1}^2 \ln(x+x_0) x_0^2}{x+x_0} + \frac{D}{x+x_0} \quad (10)$$

Неизвестную произвольную постоянную  $D$  находим, подчиняя решение (10) уравнения (9) граничному условию:

$$p_{2\text{кон}} = 0, \text{ при } x = 0. \quad (11)$$

Легко проверить, что решение уравнения (9), удовлетворяющее граничному условию (11), имеет вид

$$p_{2\text{кон}} = C p_{m1}^2 \frac{x_0^2}{(x+x_0)} \ln\left(\frac{x+x_0}{x_0}\right), \quad (12)$$

**2. Определение координаты  $x_{\text{max}}$  положения максимумов вторых гармоник для трех секций башни ВЭУ.** Для определения расстояния  $x_{\text{max}}$  от горла до точки, в которой вторая гармоника звукового давления достигает своего максимального значения, воспользуемся необходимым условием экстремума [10]. А затем найдем  $x_{\text{max}}$  для секции конической формы. Производная от функции звукового давления амплитуды второй гармоники, представленной формулой (12), имеет вид

$$\frac{dp_2}{dx} = \frac{C \cdot p_{m1}^2 \cdot x^2_0 \left[ 1 - \ln \left( \frac{x}{x_0} + 1 \right) \right]}{(x + x_0)^2}$$

Приравняв ее к нулю. Тогда для определения  $x_{max}$  имеем уравнение

$$1 - \ln \left( \frac{x}{x_0} + 1 \right) = 0.$$

Отсюда

$$x_{max} = x_0 \cdot (e - 1) = (y_0 / \operatorname{tg} \alpha) \cdot (e - 1) = 1.7 (y_0 / \operatorname{tg} \alpha),$$

поскольку  $x_0 = y_0 / \operatorname{tg} \alpha$ . Фактически  $y_0$  – это радиус сечения горла конической секции. Легко видеть, что чем больше угол раствора конуса секции, тем ближе к горлу возникает максимум второй гармоники.

**3. Результаты расчетов.** На рисунке 4 представлены результаты расчетов изменения амплитуд вторых гармоник в воздушных полостях трех секций башни.

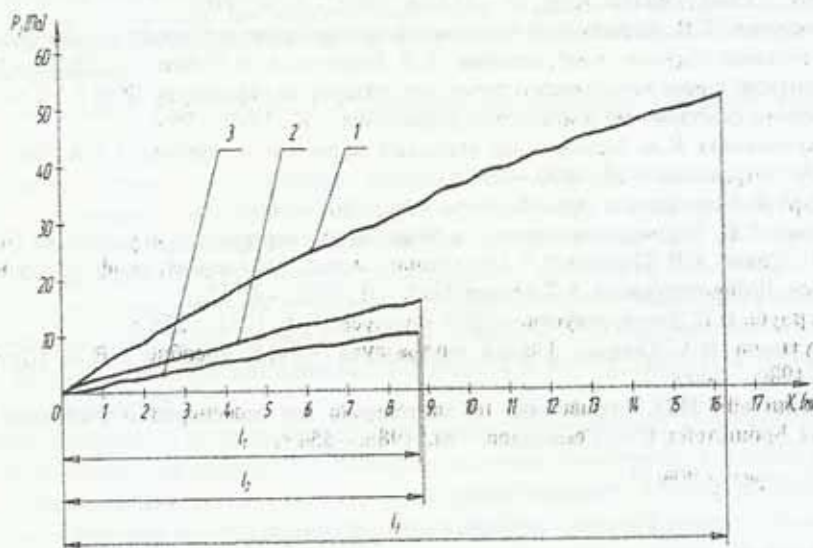


Рис. 4. Изменения амплитуд вторых гармоник в воздушных полостях трех секций башни: 1 – нижняя, 2 – средняя, 3 – верхняя

Из рис. 4 видно, что в секциях конической формы вторая гармоника, приближаясь к устью, падает очень незначительно. Получено, что амплитуда второй гармоники существенно возрастает от узкого к широкому сечению секций, увеличиваясь на 20 дБ. Это требует проведения мероприятий по гашению второй гармоники. Ввиду того, что угол раствора конусов секций в данном случае мал, то есть форма секций почти цилиндрическая, максимум находится на значительном расстоянии от горла секции и выражен неярко.

**Выводы.** Для случая секций башни ветроэнергетической установки конической формы как волноводов получено уравнение, описывающее амплитуду звукового давления второй гармоники, проявляющуюся при генерировании шумом механизмов головки волны конечной амплитуды, и найдено его решение.



Получено аналитическое выражение, позволяющее определить координату  $x_{max}$  поперечного сечения секций конической формы, где вторая гармоника звукового давления достигает своего максимума. Из анализа математического соотношения между координатой, где располагается максимум звукового давления второй гармоники, радиусом сечения узкой части секции и углом раствора конуса сделан вывод, что максимум второй гармоники располагается тем ближе к горлу секции, чем больше угол раствора конуса.

Разработана методика расчета величины звукового давления в воздушных полостях секций башни с учетом нелинейных эффектов. Методика позволяет выявить сечение секции, где необходимо установить гасители звука.

### Библиографические ссылки

1. Відновлювальна енергетика XXI століття. // Матер. 10-ї ювілейної міжнар. наук.-практ. конф. 14–18 вересня 2009 року, пансіонат «Енергетик». СМТ Миколаївка, АР Крим, Україна. – Крим, 2009. – 300 с.
2. 3rd EAST EUROPEAN Conference on WIND ENGINEERING «3rd EECWE'2002»: program. // Conf.: Ukraine, Kyiv, 21 – 25 May, 2002. – Kyiv, 2002.
3. Безручко, К.В. Автономные наземные энергетические установки на возобновляемых источниках энергии : учеб. пособие / К.В. Безручко, С.В. Губин. – Х., 2007. – 310 с.
4. Санітарні норми виробничого шуму, ультразвуку та інфразвуку ДСН 3.3 6. 037 – 99 // Головне санітарно епідеміологічне управління. – К., 1999. – 79 с.
5. Наугольных К.А. Нелинейные волновые процессы в акустике / К.А. Наугольных, Л.А. Островский. – М., 1990. – 237 с.
6. Морз Ф. Колебания и звук / Ф. Морз. – М., 1948. – 660 с.
7. Сокол Г.И. Резонансные явления в башне ветроэнергетической установки ВЕУ-250 / Г.И. Сокол, Е.В. Пасечный // 4-та міжнар. молод. наук.-практ. конф. «Людина і космос»: Дніпропетровськ, 5–7 червня 2002. – Д., 2002. – С. 472.
8. Фурдуев В.В. Электроакустика / В.В. Фурдуев. – М., 1948. – 256 с.
9. Шутилов В.А. Основы физики ультразвука : учеб. пособие / В.А. Шутилов. – Л., 1980. – 280 с.
10. Бронштейн И.Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся вузов / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев. – М., 1986. – 554 с.

Надійшла до редакції 30.06.10.

УДК 532.516

А.С. Самедов

Национальная Академия Авиации Азербайджана

### РАСЧЕТНЫЕ МЕТОДЫ ТЕПЛОВОЙ ЗАЩИТЫ ЭЛЕМЕНТОВ АВИАЦИОННЫХ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Приведены результаты исследований по разработке эффективных расчетных методов газодинамики и теплообмена в турбинах авиационных двигателей. Для постановки и решения задач применен прямой подход с использованием как интегральных, так и дифференциальных методов, доведенных до численной реализации. Граничные условия теплообмена определены из решения соответствующих интегральных уравнений и эмпирических соотношений. Достоверность разработанных методик подтверждена расчетно-экспериментальными

© А.С. Самедов, 2011