

УДК 62-233.3; 629.76-531.7

Г. И. Сокол, Е. В. Горбенко

*Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара***ДИНАМИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛНОВЫХ ПЕРЕДАЧ  
(К 85-ЛЕТИЮ КАНД. ТЕХН. НАУК, ДОЦ. ОСИПОВОЙ О.М.)**

Визначено динамічні навантаження в гнучкому колесі хвильової зубчастої передачі, що дозволило забезпечити надійне функціонування приводів космічних літальних апаратів. Проведені дослідження перехідних процесів у хвильовій передачі дозволили встановити умови, при яких динамічні навантаження в гнучкому колесі близькі до статичних. Динамічні навантаження залежать від відношення часу прикладання зовнішніх моментів до періоду власних коливань пружної системи.

**Ключові слова:** динамічні навантаження, гнучке колесо, хвильова зубчаста передача, перехідні процеси.

Определены динамические нагрузки в гибком колесе волновой зубчатой передачи, что позволило обеспечить надежное функционирование приводов космических летательных аппаратов. Проведенные исследования переходных процессов в волновой передаче позволили установить условия, при которых динамические нагрузки в гибком колесе близки к статическим. Динамические нагрузки зависят от отношения времени приложения внешних моментов к периоду собственных колебаний упругой системы.

**Ключевые слова:** динамические нагрузки, гибкое колесо, волновая зубчатая передача, переходные процессы.

Determined by dynamic loads in a flexible wheel wave gearing, thus ensuring reliable operation of the drive for spacecraft. Conducted a study of transients in the wave transmission possible to establish conditions under which the dynamic loads in a flexible wheel close to static. Dynamic loads depend on the ratio of time of application of external moments of the period of natural oscillations of an elastic system.

**Key words:** dynamic loads, flexible wheel, the wave gear, transformation processes.

**Введение.** Определение динамических нагрузок в гибком колесе волновой зубчатой передачи позволяет обеспечить надежное функционирование приводов космических летательных аппаратов.

Продолжительность работы волновой передачи (рис. 1–3) в значительной мере зависит от правильного выбора параметров гибкого колеса, для определения которых необходимо знать величину и характер изменения моментов сил упругости в гибком колесе. Максимальный момент сил упругости в гибком колесе возникает во время переходного процесса при резком изменении момента сил движущих и сил сопротивления.



Рис. 1. Волновой редуктор электродвигателя АО41-6 (общий вид)

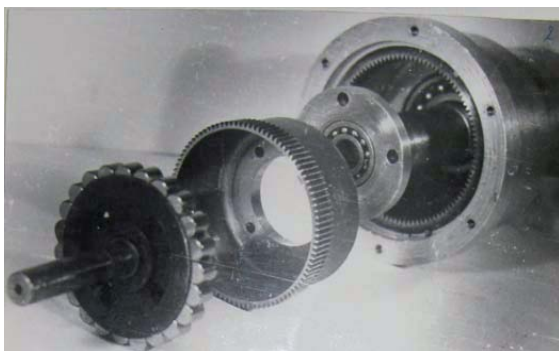


Рис. 2. Волновой редуктор  
(в разобранном виде)



Рис. 3. Волновой редуктор  
(вид со стороны крепления к двигателю)

**Основная часть.** Исследование переходных процессов в волновой передаче позволяет установить условия, при которых динамические нагрузки в гибком колесе были бы близки к статическим. Динамические нагрузки зависят от отношения времени приложения внешних моментов к периоду собственных колебаний упругой системы [1].

При составлении расчетной схемы рассмотрим наиболее распространенный тип волнового зубчатого привода, кинематическая схема которого приведена на рис. 4. Как видно из схемы, масса вала электродвигателя связана с гибким колесом через генератор деформаций. Не останавливаясь на особенностях этой связи для различных типов генераторов деформаций, будем считать, что в первом приближении эта связь эквивалентна внешнему зубчатому зацеплению с передаточным числом  $i$ . При жестком креплении электродвигателя к корпусу изделия и принятом выше упрощении относительно связи генератора деформаций с гибким колесом расчетную схему волнового зубчатого привода можно представить как двухмассовую (рис. 5).

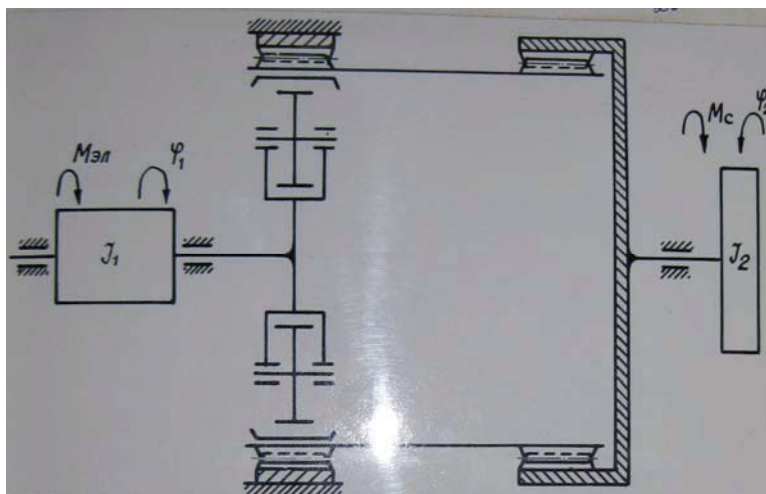


Рис. 4. Кинематическая схема волнового зубчатого привода

Эта расчетная схема получена методом приведения масс, исходя из равенства кинетических энергий механизма и модели. На рис. 5 обозначены:  $J_1$  – приведенный момент инерции системы из двигателя, муфты и генератора деформаций;  $J_2$  – приведенный момент инерции конструкции из масс, соединенных с тихоходным валом. При этом предполагается, что момент инерции деталей, жестко соединенных с корпусом редуктора, несоизмеримо больше момента инерции масс подвижных частей установки.

Если двигатель асинхронный и подобран по той мощности, которую способен передать редуктор, то приведенный к тихоходному валу момент инерции массы его ротора может значительно превосходить момент инерции массы подвижных деталей установки, приведенный к тихоходному валу редуктора. Для высокооборотного электродвигателя с малым моментом инерции ротора и большими размерами редуктора расчетная схема может рассматриваться как одномассовая. Схема будет иметь вид, изображенный на рис. 6.

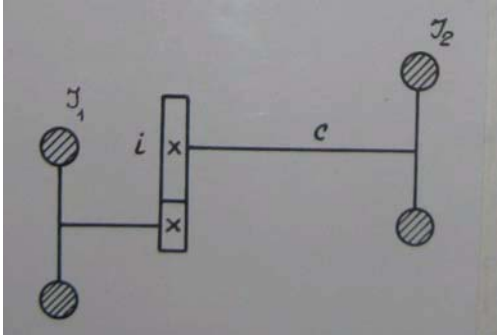


Рис. 5. Расчетная схема волнового зубчатого привода

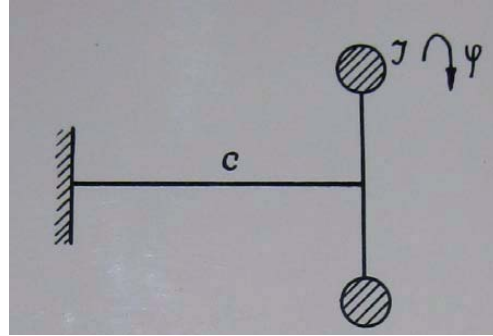


Рис. 6. Одномассовая расчетная схема

Приведенная крутильная жесткость эквивалентной расчетной системы представляет собой отношение крутящего момента, приложенного к тихоходному валу редуктора, к углу поворота этого вала в месте приложения момента относительно корпуса редуктора при фиксированном положении генератора деформаций. Ее величина может быть вычислена из формулы

$$\frac{1}{C} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}, \quad (1)$$

где  $C$  – приведенная крутильная жесткость редуктора;  $C_i$  – жесткости элементов конструкции, приведенные к углу поворота тихоходного вала;  $i=1, 2, \dots, n$  – число элементов конструкции, последовательно участвующих в деформации.

В качестве элементов конструкции, участвующих в деформации кручения, будем рассматривать зубья муфты, жесткого и гибкого колес, цилиндрическую часть гибкого колеса и тихоходный вал. Жесткость рабочих зубьев гибкого и жесткого колес по углу поворота тихоходного вала  $C_1$  определим следующим образом. Рассмотрим каждый зуб жесткого и гибкого колес как отдельную консольную балку. В силу того, что сечение ее неодинаково по длине, упрощенно считаем ее балкой равного сопротивления. При этом основание зуба гибкого колеса принимаем достаточно жестким, хотя фактически толщина его не только соизмерима с толщиной зуба, но и может быть меньше ее. Это допущение должно дать нам завышенное значение жесткости, однако в пользу принятого допущения является наличие гибкого подкладного кольца, плотно посаженного в гибкое колесо. Число зубьев гибкого колеса, находящихся в зацеплении, будем считать  $\chi z_2$ . Для простоты подсчета принимаем, что окружная сила в зацеплении в среднем приложена на диаметре начальной окружности и равномерно распределена по зубьям, находящимся в зацеплении. При указанных допущениях, используя расчетную схему по рис. 7, получим следующее выражение для  $C_1$ :

$$C_1 = \frac{M_{кр} R_{н.о.г.}}{2\delta_3}, \quad (2)$$

где  $M_{кр}$  – крутящий момент на тихоходном валу;  $R_{н.о.г.}$  – радиус начальной окружности гибкого колеса;  $\delta_3$  – деформация зуба в окружном направлении.

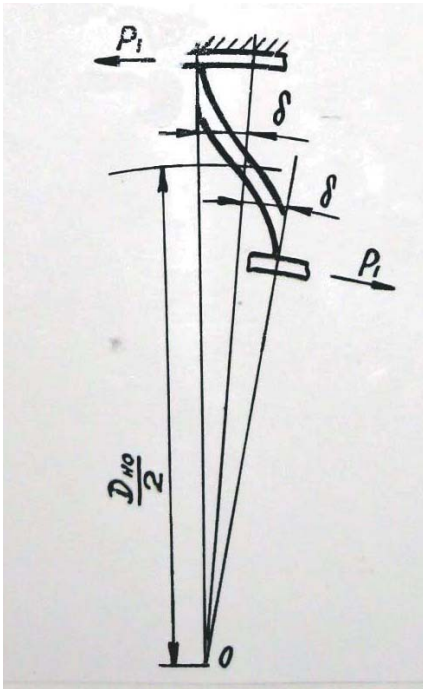


Рис. 7. Расчетная схема

Заменяя  $M_{кр}$  на  $P_l R_{н.о.г.} \chi z_2$  и подставляя в выражение (2), получим:

$$\delta_3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{P_l l^3}{EJ}, \quad (3)$$

где  $P_l$  – окружная сила в зацеплении, приходящаяся на одну пару зубьев, находящихся в зацеплении;  $\chi$  – доля зубьев гибкого колеса, находящихся в зацеплении;  $l$  – плечо приложения окружной силы, равное в рассматриваемом случае  $1,25m$ ;  $E$  – модуль упругости материала колес;  $J = \frac{ba^3}{12}$  – момент инерции площади основания зуба;  $a$  – толщина зуба у корня;  $b$  – длина зуба.

Полагая приближенно  $a = 2m$  и, заменяя  $R_{н.о.г.}$  на  $0,5mz_2$ , после подстановки получаем окончательную формулу для  $C_1$  в виде

$$C_1 = 0,064m^2 z_2^3 b_1 E \chi. \quad (4)$$

Крутильную жесткость цилиндрической части гибкого колеса определим как жесткость полого тонкостенного вала, не принимая во внимание особенности геометрической формы гибкого колеса. При таком упрощении

$$C_2 = \frac{\pi G d_b^3 \delta}{4L}, \quad (5)$$

где  $G$  – модуль сдвига;  $d_b$  – внутренний диаметр гибкого колеса;  $L$  – расстояние между серединами зубчатых венцов;  $\delta$  – толщина стенки.

Жесткость зубьев соединительной муфты по углу поворота тихоходного вала  $C_3$  определяется аналогично  $C_1$ , жесткость тихоходного вала  $C_4$  – известным способом. Жесткость венца и диска зубчатой полумуфты считаем несоизмеримо большей по сравнению с учитываемыми величинами.

Числовые значения  $C_1, C_2, C_3, C_4$  для исследуемого волнового зубчатого редуктора с цилиндрическим колесом следующие:

$$C_1 = 9,32 \cdot 10^8 \text{ кг/см} \text{ – при учете 25\% зубьев, находящихся в зацеплении;}$$

$$C_2 = 3,14 \cdot 10^6 \text{ кг/см;}$$

$$C_3 = 2,07 \cdot 10^9 \text{ кг/см} \text{ – при учете 75\% зубьев, находящихся в зацеплении;}$$

$$C_4 = 0,59 \cdot 10^6 \text{ кг/см.}$$

Приведенная жесткость привода  $C = 4,95 \cdot 10^5 \text{ кг/см}$ .

При переходе с одного режима работы машины на другой, то есть при изменении моментов сил движущих и сил сопротивления, угол закручивания гибкого колеса меняется. Это может вызвать значительные перенапряжения в материале гибкого колеса. Конструктору важно знать значение максимального угла закручивания гибкого колеса. Это определяет уровень напряжения в нем и коэффициент запаса прочности. Величина максимального угла закручивания зависит от продолжительности времени приложения и закона изменения внешних моментов, а также ряда конструктивных факторов. При исследовании будем рассматривать случаи возрастания нагрузки по различным законам от нуля до максимума.

Под коэффициентом динамичности  $\eta$  понимается отношение максимальной деформации, вызванной нагрузкой во время переходного режима, к значе-

нию статической деформации. Коэффициент динамичности в функции отношения времени приложения силы к периоду собственных колебаний системы является универсальной динамической характеристикой для данного закона приложения нагрузки [2].

Для данной двухмассовой расчетной схемы коэффициент динамичности не может иметь значение больше двух, а с увеличением параметра  $\lambda = \frac{\tau}{T}$  его значение уменьшается ( $\tau$  – время возрастания нагрузки;  $T$  – период собственных колебаний системы).

Можно, конечно, просто принимать этот коэффициент равным двум и прочность при этом будет обеспечена, но завышенное значение коэффициента запаса прочности не способствует созданию рациональной конструкции. В процессе проектирования волнового зубчатого привода фактор динамичности приобретает важное значение. При определении толщины стенки по крутящему моменту в случае необоснованно завышенного запаса прочности толщина стенки также получается завышенной. Это приводит к увеличению изгибных напряжений, зачастую являющихся причиной разрушения гибкого колеса. Этим объясняется стремление получить уточненные значения коэффициента динамичности волнового зубчатого привода при различных законах нарастания внешних сил с учетом рассеивания энергии при колебаниях [3].

Определим коэффициент динамичности волнового зубчатого привода для случая, когда расчетная крутильная схема может быть представлена как одно-массовая. Для упрощения задачи будем считать, что соединение гибкого колеса с тихоходным валом жесткое, средняя линия статической характеристики привода – прямая. Для исследования динамических процессов в волновом зубчатом приводе во время нарастания внешнего момента запишем дифференциальное уравнение:

$$\ddot{\phi} + 2n\dot{\phi} + p^2\phi = \frac{M(t)}{J_2}, \quad (6)$$

где  $\phi = \phi_2 - \phi_1$ ;  $p^2 = \frac{C}{J_2}$ ;  $\frac{1}{i}\phi_1$  и  $\phi_2$  – углы поворота рабочего зубчатого венца гибкого колеса и конца тихоходного вала соответственно;  $C$  – приведенная крутильная жесткость рассматриваемой системы;  $p$  – круговая частота собственных колебаний массы без учета рассеивания энергии в системе;  $M(t)$  – внешний возмущающий момент, приложенный к массе  $J_2$ ;  $n$  – коэффициент затухания, учитывающий наличие гистерезисных потерь в материале гибкого колеса.

Как известно, статическая характеристика гибкого колеса волнового редуктора, снятая при закрепленном генераторе деформаций, имеет вид петли гистерезиса, средняя линия которой – прямая. Это подтверждается исследованиями на экспериментальном редукторе, техническая характеристика которого приводится ниже. Зависимость площади петли гистерезиса от максимального угла закручивания гибкого колеса по результатам проведенных экспериментов с цилиндрическим гибким колесом достаточно точно совпадает с параболой, что позволяет считать момент сил неупругого сопротивления пропорциональным скорости закручивания гибкого колеса. Численное значение коэффициента  $n$  может быть определено из декремента колебания по статической характеристике известным способом.

При изменении режима нагрузки привода угол закручивания гибкого колеса, определяющий уровень напряжений в нем, меняется. Очевидно, что наиболее опасным случаем изменения нагрузки является ее возрастание. Поэтому в дальнейшем будем рассматривать только случаи возрастания нагрузки по различным законам. Под коэффициентом динамичности понимается отношение максимальной деформации, вызванной некоторой нагрузкой при ее изменении по опреде-

ленному закону, к статической деформации, вызванной той же нагрузкой. Величина коэффициента динамичности волнового зубчатого привода зависит, таким образом, от закона и скорости приложения нагрузки, а также от ряда факторов, определяемых конструкцией привода.

График коэффициента динамичности в функции относительного (по отношению к периоду собственных колебаний массы  $I_2$ ) времени возрастания нагрузки представляет собой универсальную динамическую характеристику привода для данного закона приложения нагрузки, позволяющую учесть при проектировании перенапряжения в деталях волновой зубчатой передачи, вызванные увеличением крутящего момента по известному закону. Впервые графики коэффициента динамичности для одномассовой консервативной системы были предложены акад. Шиманским Ю. А. для прямолинейного и квадратичного законов возрастания нагрузки. Согласно этим графикам коэффициент динамичности во время переходных режимов нагрузки не может иметь значение больше 2 и уменьшается с увеличением относительного времени возрастания нагрузки. При проектировании можно принимать этот коэффициент равным двум, и прочность при этом будет обеспечена, но искусственное завышение запаса прочности не способствует созданию рациональной конструкции. Учет в проектировочном расчете фактора динамичности приобретает тем более важное значение, что надежного метода расчета на прочность наиболее сложной детали – гибкого колеса – пока не создано. При определении толщины стенки по крутящему моменту в случае необоснованно завышенного запаса прочности толщина стенки также получается завышенной, что приводит к увеличению изгибных напряжений, зачастую являющихся причиной разрушения гибкого колеса. Этим объясняется стремление авторов учесть при рассмотрении динамики переходного процесса, вызванного увеличением крутящего момента, рассеивание энергии в гибком колесе при колебаниях угла закручивания и получить, таким образом, уточненные значения коэффициента динамичности. Исследование зависимости коэффициента затухания от размеров и материала гибкого колеса выходит за рамки проведенного исследования и представляет самостоятельную задачу.

Численное значение  $n$  может быть определено из выражения для декремента колебания с помощью статической характеристики известным способом. Общее решение уравнения имеет вид

$$\phi = e^{-nt} (C_1 \cos p_1 t + C_2 \sin p_1 t) + \frac{e^{-nt}}{J_2 p_1} \int_0^t e^{n\xi} M(\xi) \sin p_1 (t - \xi) d\xi, \quad (7)$$

где  $p_1 = \sqrt{p^2 - n^2}$  – частота собственных затухающих колебаний;  $C_1$  и  $C_2$  – произвольные постоянные при  $t = 0$ ,  $\phi = 0$  и  $\dot{\phi} = 0$ ,  $C_1 = C_2 = 0$ ;  $M(\xi)$  – момент внешних сил.

Переменная под знаком интеграла заменена, поскольку  $t$  является пределом интегрирования.

Рассмотрим следующие законы возрастания нагрузки: прямолинейный, синусоидальный, косинусоидальный.

1. Прямолинейный закон изменения момента внешних сил (рис. 8, а).

$$M(\xi) = \begin{cases} M \frac{\xi}{T} (\xi \leq T) \\ M (\xi > T) \end{cases}. \quad (8)$$

Так как при прямолинейном законе возрастания нагрузки максимальное значение угла закручивания достигается при  $t > T$  выбираем начало отсчета времени так, чтобы начальные условия при решении уравнения (6) были нулевыми и, раз-

бывая интеграл в правой части (7) на два интеграла, соответствующие характеру изменения момента  $M(\xi)$  во времени, получаем решение

$$\begin{aligned} \phi &= \frac{e^{-nt}}{Jp_1} \int_0^T e^{n\xi} M_{\max} \frac{\xi}{T} \sin p_1(t - \xi) d\xi + \frac{e^{-nt}}{Jp_1} \int_T^t e^{n\xi} M_{\max} \sin p_1(t - \xi) d\xi = \\ &= \phi_{cm} \left\{ \begin{aligned} &1 + \frac{e^{-n(t-T)}}{Tp^2} \left[ \frac{p_1^2 - n^2}{p_1} \sin p_1(t - T) - 2n \cos p_1(t - T) \right] - \\ &\frac{e^{-nt}}{Tp^2} \left( \frac{p_1^2 - n^2}{p_1} \sin p_1 t - 2n \cos p_1 t \right) \end{aligned} \right\}. \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\phi_{cm} = \frac{M}{J_2 p^2}$  – угол закручивания, соответствующий статическому нагружению привода моментом  $M$ .

2. Синусоидальный закон изменения внешнего момента (рис. 8, б)

$$M(\xi) = \begin{cases} M \sin \frac{\pi}{2} \frac{\xi}{T} (\xi \leq T) \\ M (\xi > T) \end{cases}. \quad (10)$$

Решение уравнения (6) при нулевых начальных условиях для этого закона имеет вид

$$\phi = \phi_{cm} \frac{p^2}{2p_1} \left\{ \begin{aligned} &\left[ \frac{n}{n^2 + \left(p_1 + \frac{\pi}{2T}\right)^2} - \frac{n}{n^2 + \left(p_1 - \frac{\pi}{2T}\right)^2} \right] \left( \cos \frac{\pi}{2T} t - e^{-nt} \cos p_1 t \right) + \\ &\frac{p_1 + \frac{\pi}{2T}}{n^2 + \left(p_1 + \frac{\pi}{2T}\right)^2} \left( \sin \frac{\pi}{2T} t + e^{-nt} \sin p_1 t \right) + \\ &\frac{p_1 - \frac{\pi}{2T}}{n^2 + \left(p_1 - \frac{\pi}{2T}\right)^2} \left( \sin \frac{\pi}{2T} t - e^{-nt} \sin p_1 t \right) \end{aligned} \right\}, \quad (11)$$

при  $t \leq T$ .

На промежутке  $t > T$  получаем решение в виде

$$\phi = \phi_{cm} \left\{ \begin{aligned} &1 + \frac{np^2}{2p_1} e^{-n(t-T)} \left[ \frac{1}{n^2 + \left(p_1 + \frac{\pi}{2T}\right)^2} + \frac{1}{n^2 + \left(p_1 - \frac{\pi}{2T}\right)^2} - \frac{2}{p^2} \right] \sin p_1(t - T) + \\ &\frac{p^2}{2p_1} e^{-n(t-T)} \left[ \frac{p_1 - \frac{\pi}{2T}}{n^2 + \left(p_1 - \frac{\pi}{2T}\right)^2} + \frac{p_1 + \frac{\pi}{2T}}{n^2 + \left(p_1 - \frac{\pi}{2T}\right)^2} - \frac{2p_1}{p^2} \right] \cos p_1(t - T) + \\ &\frac{p^2}{2p_1} \left[ \frac{p_1 + \frac{\pi}{2T}}{n^2 + \left(p_1 + \frac{\pi}{2T}\right)^2} - \frac{p_1 - \frac{\pi}{2T}}{n^2 + \left(p_1 - \frac{\pi}{2T}\right)^2} \right] e^{-nt} \sin p_1 t + \\ &\frac{np^2}{2p_1} \left[ \frac{1}{n^2 + \left(p_1 - \frac{\pi}{2T}\right)^2} - \frac{1}{n^2 + \left(p_1 + \frac{\pi}{2T}\right)^2} \right] e^{-nt} \cos p_1 t \end{aligned} \right\}. \quad (12)$$

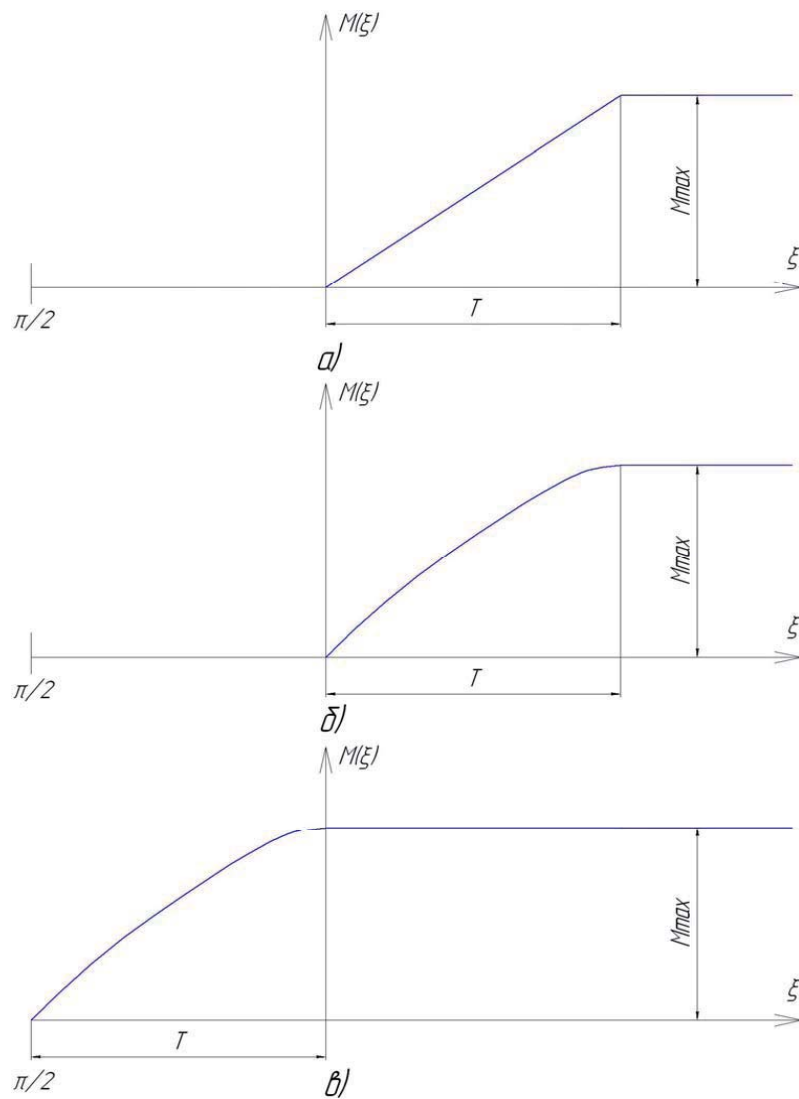


Рис. 8. Законы изменения внешнего момента

3. Косинусоидальный закон изменения внешнего момента (рис. 8, в)

$$M(\xi) = \begin{cases} M \cos \frac{\pi}{4} \frac{\xi}{T} (\xi \leq T) \\ M (\xi > T) \end{cases}. \quad (13)$$

Решение уравнения (6) при нулевых начальных условиях для этого закона имеет вид

$$\phi = \phi_{cm} \frac{p^2}{2p_1} \left\{ \left[ \frac{n}{n^2 + \left(p_1 + \frac{\pi}{4T}\right)^2} - \frac{n}{n^2 + \left(p_1 - \frac{\pi}{4T}\right)^2} \right] \left( e^{-nt} \sin p_1 t - \sin \frac{\pi}{4T} t \right) + \frac{p_1 + \frac{\pi}{4T}}{n^2 + \left(p_1 + \frac{\pi}{4T}\right)^2} \left( \cos \frac{\pi}{4T} t + e^{-nt} \cos p_1 t \right) + \frac{p_1 - \frac{\pi}{4T}}{n^2 + \left(p_1 - \frac{\pi}{4T}\right)^2} \left( \cos \frac{\pi}{4T} t - e^{-nt} \cos p_1 t \right) \right\}, \quad (14)$$

при  $t \leq T$ .



На промежутке  $t > T$  получаем решение в виде

$$\phi = \phi_{cm} \left\{ \begin{array}{l} 1 + \frac{np^2}{2p_1} e^{-n(t-T)} \left[ \frac{1}{n^2 + \left(p_1 + \frac{\pi}{4T}\right)^2} + \frac{1}{n^2 + \left(p_1 - \frac{\pi}{4T}\right)^2} - \frac{2}{p^2} \right] \sin p_1(t-T) + \\ + \frac{p^2}{2p_1} e^{-n(t-T)} \left[ \frac{p_1 - \frac{\pi}{4T}}{n^2 + \left(p_1 - \frac{\pi}{4T}\right)^2} + \frac{p_1 + \frac{\pi}{4T}}{n^2 + \left(p_1 - 4\frac{\pi}{2T}\right)^2} - \frac{2p_1}{p^2} \right] \cos p_1(t-T) + \\ + \frac{p^2}{2p_1} \left[ \frac{p_1 + \frac{\pi}{4T}}{n^2 + \left(p_1 + \frac{\pi}{4T}\right)^2} - \frac{p_1 - \frac{\pi}{4T}}{n^2 + \left(p_1 - \frac{\pi}{4T}\right)^2} \right] e^{-nt} \sin p_1 t + \\ + \frac{np^2}{2p_1} \left[ \frac{1}{n^2 + \left(p_1 - \frac{\pi}{4T}\right)^2} - \frac{1}{n^2 + \left(p_1 + \frac{\pi}{4T}\right)^2} \right] e^{-nt} \cos p_1 t \end{array} \right\}. \quad (15)$$

Для того чтобы изменение момента  $M(\xi)$  по косинусоидальному закону имело физический смысл, в конструкции механизма необходимо предусмотреть начальный сдвиг фаз на  $\frac{\pi}{2}$ .

Для получения общих аналитических выражений коэффициента динамичности  $K$  волнового зубчатого привода нужно найти максимумы отношения  $\frac{\phi}{\phi_{cm}}$  из приведенных решений (9), (12), (15). Параметр  $\lambda$  равен отношению времени нарастания внешнего момента к периоду собственных колебаний. В зависимости от значений  $\lambda$  максимум угла  $\phi$  для синусоидального закона может быть при двух фазах: либо в промежутке  $0 \leq t \leq T$ , либо в промежутке  $t > T$ . Из графиков (рис. 9 – 14) видно, что при  $\lambda \geq 5$  динамическая добавка будет мала и нагружение гибкого колеса волнового зубчатого привода будет близким к статическому.

Приведенные здесь точные решения для  $\phi$  довольно громоздки и при практическом использовании почти всегда могут быть заменены приближенными, если учесть, что  $p = p_1$ , и произвести оценку амплитуд отдельных колебательных составляющих решения. Однако, даже при таком упрощении получение аналитического выражения для коэффициента динамичности является очень сложным для прямолинейного и синусоидального законов. Поэтому приходится строить графики для коэффициента динамичности  $K$  путем просчета на ЭЦВМ переходных процессов в рассматриваемой системе и определять максимальное значение  $\phi$  из этого расчета. Ввиду громоздкости такого метода приводятся графики  $K$  для сравнительно узкого диапазона частот  $p$  и затуханий  $n$ .

Графики коэффициентов динамичности для приведенных законов изменения внешних сил приведены на рис. 9 – 14.

Эксперимент проводился с двумя типами гибких колес: цилиндрическим и колоколообразным. Зацепление колес эвольвентное ( $\alpha = 20$  град), модуль  $m = 0,5$  мм, цилиндрическое колесо корригированное. Передаточное число редуктора  $i = 99$  при числах зубьев гибких колес  $\Delta = 0,4$  мм, отношение длины гибкого колеса к диаметру  $L/D = 0,8$ .

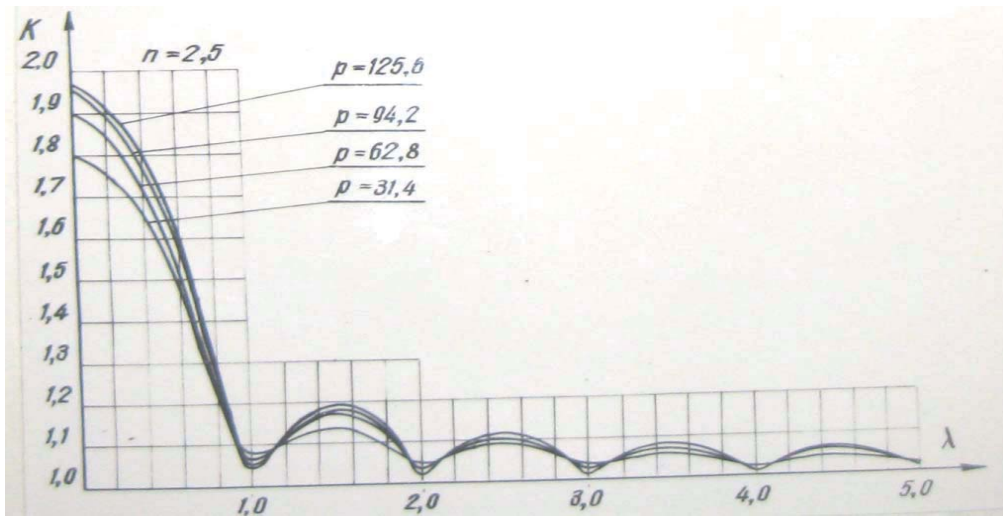


Рис. 9. Прямолинейный закон, цилиндрическое колесо

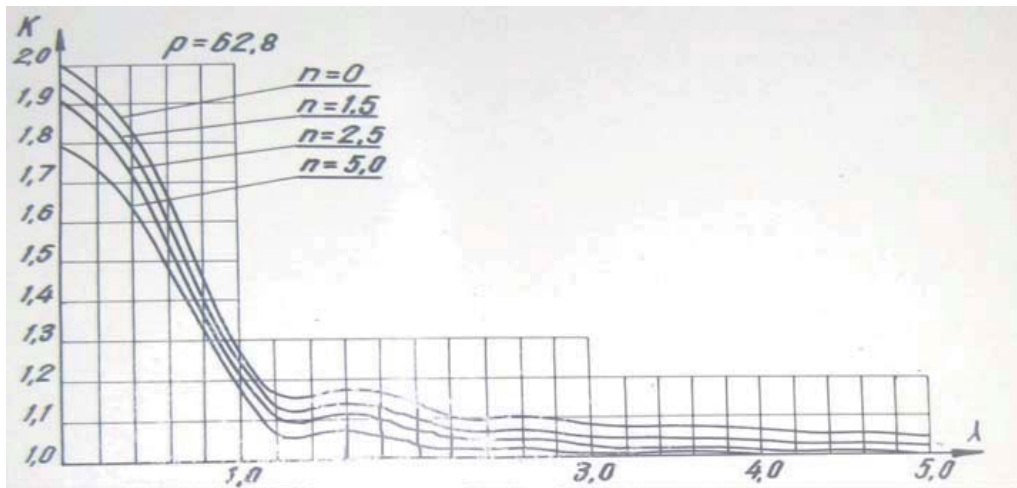


Рис. 10. Прямолинейный закон, колоколообразное колесо

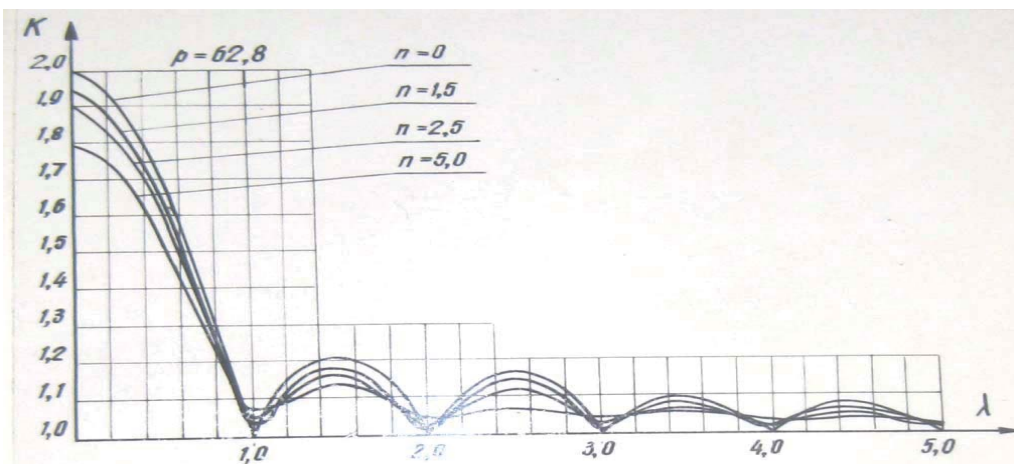


Рис. 11. Синусоидальный закон, цилиндрическое колесо

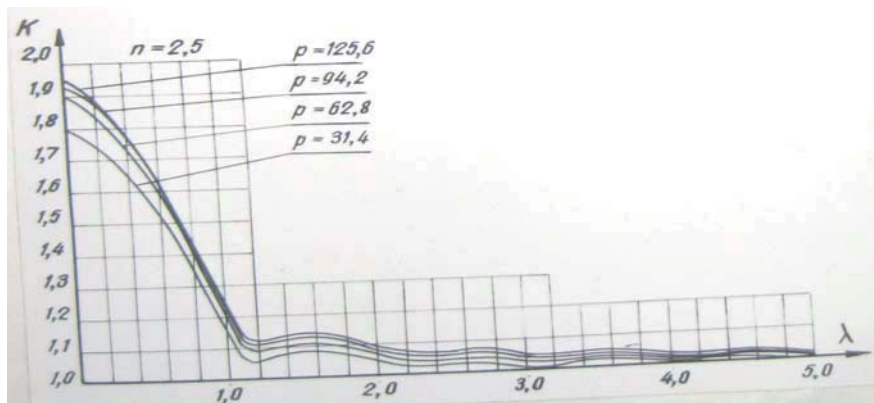


Рис. 12. Синусоидальный закон, колоколообразное колесо

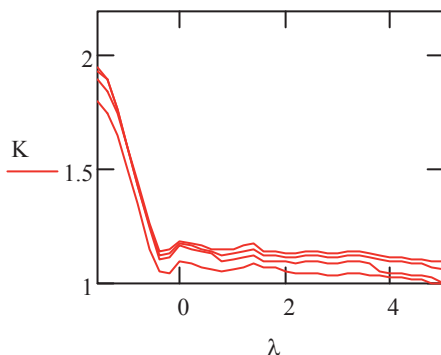


Рис. 13. Косинусоидальный закон, цилиндрическое колесо

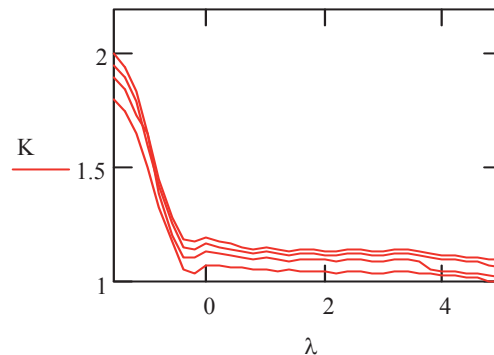


Рис. 14. Косинусоидальный закон, колоколообразное колесо

Генератор деформаций – четырехроlikовый с подкладным кольцом, угол между роliками – 70 град. Цилиндрическое колесо соединяется с тихоходным валом зубчатый зацеплением, имеющим модуль  $m = 0,5$  мм и число зубьев  $z = 205$ , зацепление на муфте с коррекцией ( $\xi = +0,3$ ). Колокообразное колесо крепится торцом к фланцу тихоходного вала болтами и заштифтовано. С целью использования подкладных колец различной толщины использовано разжимное устройство, заменяющее генератор деформаций и имитирующее его при определении коэффициента динамичности на переходных режимах нагрузки. Приведенные результаты относятся к подкладному кольцу с толщиной 0,5 мм, имеющему с двух сторон реборды по 0,3 мм.

Эксперимент проводился следующим образом. Корпус редуктора жестко закреплен на массивном фундаменте. На тихоходном валу закреплен рычаг, шарнирно соединенный одним концом с подвижной катушкой электродинамического вибратора. Таким образом, реализуется одномассовая крутильная схема, обеспечивающая возможность регистрации свободных колебаний после приложения к рычагу усилия по заданному закону, так как подвижная катушка кинематически не связана с магнитопроводом. Недостатком выбранной схемы является не совсем полная идентичность рабочим условиям привода по двум причинам: гибкое колесо не вращается и затухание при колебаниях превышает гистерезисные потери, учтенные в уравнении (6), на величину демпфирования, вызванного движением замкнутой катушки в магнитном поле. Последнее обстоятельство учтено при построении теоретических кривых сравнения. Реализация закона воз-

растания нагрузки осуществляется так. Магнитопровод вибратора запитывается постоянным током, а в подвижную катушку подается единичный импульс тока, передний фронт которого меняется по заданному закону. Этот импульс создается специальным формирующим устройством, представляющим собой электронное реле с регулируемым временем срабатывания, при использовании низкочастотного генератора сигналов типа НГПК и через усилитель постоянного тока подается на обмотку подвижной катушки. Статическая характеристика примененного электродинамического вибратора линейна, максимальная сила – 15 кг. Плечо приложения силы в стенде – 1000 мм. Угол закручивания гибкого колеса фиксируется тензометрическими датчиками, наклеенными на цилиндрической части гибких колес и, кроме того, замеряется индукционным датчиком, регистрирующим перемещение конца рычага при колебаниях. Значения коэффициентов динамичности, определенные по тензодатчикам, оказались несколько выше, чем по перемещению рычага, поэтому в приведенных графиках использованы именно эти значения [3, 4].

Как видно из графиков на рис. 9–14, совпадение результатов эксперимента с теоретическими кривыми вполне удовлетворительное. Это подтверждает возможность использования для динамических расчетов волнового зубчатого привода одномассовой расчетной схемы. Превышение экспериментального значения  $K$  по сравнению с теоретическим и может быть объяснено наличием зазора в соединении гибкого колеса с тихоходным валом.

**Выводы.** 1. Рассмотрено динамическое исследование волновых зубчатых передач. Исследование переходных процессов в волновой передаче позволяет установить условия, при которых динамические нагрузки в гибком колесе были бы близки к статическим.

2. Рассмотрены прямолинейные, синусоидальные, косинусоидальные законы возрастания нагрузки.

3. Установлено, что изменение момента  $M(\xi)$  по косинусоидальному закону имеет физический смысл в конструкции механизма при начальных сдвигах фаз на  $\frac{\pi}{2}$ .

4. При  $\lambda \geq 5$  динамическая добавка мала и нагружение гибкого колеса волнового зубчатого привода будет близким к статическому.

#### Библиографические ссылки

1. **Осипова О. М.** Исследование концепций напряжения у зубьев гибких колес волновой передачи / О. М. Осипова // Известия вузов. Сер.: Машиностроение. – 1965. – № 11. – С. 11–20.

2. **Косько И. К.** Определение коэффициента динамичности волнового зубчатого привода во время переходных режимов нагрузки / И. К. Косько, О. М. Осипова, Ю. И. Виноградов // Вопросы прочности, надежности и разрушения механических систем: сб. статей. – Д., 1969. – С. 180–184.

3. **Осипова О. М.** Определение коэффициента динамичности волнового зубчатого привода при пуске / О. М. Осипова, Ю. И. Виноградов // Вопросы прочности, надежности и разрушения механических систем: сб. статей. – Д., 1969. – С. 184–187.

4. **Осипова О. М.** Установка для динамических испытаний волновых редукторов / О. М. Осипова, И. Н. Николайчук // Вопросы прочности, надежности и разрушения механических систем: сб. статей. – Д., 1969. – С. 188–191.

*Надійшла до редколегії 19.10.2011.*