

УДК 629.78

Д. Г. Groshel'ev, A. M. Kula'ubukhov

*Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара***ОДНОБАЗОВЫЙ ИНТЕРФЕРЕНЦИОННЫЙ МЕТОД  
УГЛОВОЙ ОРИЕНТАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА**

**Розглянуто однобазовий інтерференційний метод кутової орієнтації космічного апарата. Наведено оцінку точності методу кутової орієнтації.**

*Ключові слова:* космічний апарат, система кутової орієнтації.

**Рассматривается однобазовый интерференционный метод угловой ориентации космического аппарата. Приведена оценка точности метода угловой ориентации.**

*Ключевые слова:* космический аппарат, система угловой ориентации.

**The single interferometer bases angle altitude method of space craft is concerned. The estimation angle orientation method is showed.**

*Key word:* space craft, angle orientation system.

**Введение.** Задача определения углового положения возникает при выполнении большинства миссий космическими аппаратами (КА). Так, например, выполнение геодезической привязки снимка невозможно без знания углового положения КА с высокой точностью (порядка десятков угловых секунд [2]). В задачах стыковки космических аппаратов на орбите требуется наличие точной информации как о линейных параметрах движения центров масс (ц. м.) космических объектов, так и об их взаимном угловом положении.

Классическими путями решения задачи определения углового положения КА является использование информации от астросистем, солнечных датчиков, магнитометров, построителей инфракрасных и гировертикалей. Перспективными путями является, например, определение углового положения КА по снимкам земной поверхности [2].

Для повышения надежности, сокращения оборудования, устанавливаемого на КА, активно используются результаты комплексирования измерений, выполненных в различные моменты времени.

Начиная с 80-х годов XX века для решения задач определения углового положения КА стали рассматривать методы интерферометрии. Очевидно, одной из основных причин такого подхода является наличие высокостабильных тактовых генераторов, устанавливаемых на навигационных космических аппаратах, а также работа в диапазоне 1–1,5 ГГц. Однако, как правило, для определения углового положения КА по показаниям интерферометра рассматривалась установка двух баз на борту КА под некоторым (близким к прямому) углом друг к другу [1]. Позже стали появляться работы по определению пространственного углового положения подвижного объекта с использованием одной базы антенн [3]. Однако полное методическое обеспечение для реализации данного метода отсутствует.

**Постановка задачи.** Рассмотрим метод угловой ориентации, позволяющий по данным однобазового интерферометра путем комплексирования информации о сдвиге фаз в различные моменты времени определить угловое положение КА.

Предположим, что на борту целевого КА установлена однобазовая интерференционная система, параметры антенной системы известны с заданной точностью, координаты ц. м. целевого КА и радиомаяков (навигационных аппаратов, спутников связи и т. д.) известны с заданной точностью, на борту целевого КА установлены минимум три датчика угловой скорости (ДУС), выполняющие определение угловой

скорости аппарата в проекциях на оси связанной системы координат относительно осей базовой системы координат. Предположим, что параметры антенн радиомаяков согласованы по частотному диапазону с параметрами антенной системы целевого КА. Предположим, что фазовая неоднозначность, вызванная превышением длины базы антенн целевого КА над длиной волны сигналов радиомаяков устранена [3]. Необходимо на основании определения сдвига фаз сигналов радиомаяков в интерферометре, координат целевого КА и радиомаяков, а также показаний ДУС определить угловое положение целевого КА в базовой системе координат.

Орбитальная система координат (ОСК) – неинерциальная правая, ортогональная система координат, начало располагается в центре Земли. Ось  $X$  направлена вдоль радиус-вектора, ось  $Y$  лежит в плоскости орбиты и направлена в сторону движения КА, ось  $Z$  дополняет до правой системы координат.

Связанная система координат (ССК) – неинерциальная правая система, жестко связанная с корпусом КА, начало координат располагается в центре масс КА при нулевых углах ориентации относительно орбитальной системы координат совпадает с последней.

Базовая система координат (БСК) – ортогональная правая инерциальная система координат. Ориентация осей произвольная.

Базовая система координат в общем случае может быть неинерциальной, однако при этом необходима информация о параметрах движения ц. м. КА и вокруг ц. м. относительно БСК.

Промежуточная система координат (ПСК) – неинерциальная правая система координат, угловая ориентация которой известна в БСК и ССК.

#### **Математическая модель однобазового интерференционного метода угловой ориентации**

Предположим, что в результате измерений найдены сдвиги фаз в антенной однобазовой системе целевого КА в моменты времени  $t_1, t_2$  (влияние частоты Доплера исключено из измерений) минимум по трем одновременно наблюдаемым радиомаякам (в каждый из моментов времени). Тогда положение базы антенн в БСК в каждый из моментов может быть определено известным соотношением интерферометрии:

$$\begin{cases} \frac{\vec{b}(t_i) \cdot \vec{l}_1(t_i)}{|\vec{l}_1(t_i)|} = \frac{\lambda_1}{2 \cdot \pi \cdot B} \cdot \Delta\varphi_1; \\ \frac{\vec{b}(t_i) \cdot \vec{l}_2(t_i)}{|\vec{l}_2(t_i)|} = \frac{\lambda_2}{2 \cdot \pi \cdot B} \cdot \Delta\varphi_2; \\ \frac{\vec{b}(t_i) \cdot \vec{l}_3(t_i)}{|\vec{l}_3(t_i)|} = \frac{\lambda_3}{2 \cdot \pi \cdot B} \cdot \Delta\varphi_3, \end{cases} \quad (1)$$

где  $\vec{l}_j(t_i), |\vec{l}_j(t_i)|, j = \overrightarrow{1,3}, i = \overrightarrow{1,2}$  – вектор, направления и его модуль на  $j$ -й радиомаяк от первой антенны;  $\vec{b}(t_i)$  – искомое единичное направление в БСК базы антенн (направлено от первой антенны ко второй);  $B$  – модуль длины базы антенн;  $\Delta\varphi_1, \Delta\varphi_2, \Delta\varphi_3$  – измеренные сдвиги фаз во второй относительно первой антенны целевого КА от первого, второго, третьего радиомаяков соответственно;  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  – длины волн радиосигналов первого, второго, третьего радиомаяков.

Для связи результатов измерений, выполненных в два последовательных момента времени, воспользуемся кинематическими уравнениями Пуассона:

$$\dot{\lambda} = \frac{1}{2} \cdot \lambda \circ w, \quad \lambda(t_2) = \lambda(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{2} \cdot \lambda \circ w \cdot dt, \quad \lambda(t_1) = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

где  $\lambda$  – кватернион разворота ССК из положения, зафиксированного в БСК в момент времени  $t_1$ , в положение в момент времени  $t_2$ ;  $w$  – кватернион угловой скорости относительно БСК в проекциях на оси ССК;  $\circ$  – операция кватернионного умножения.

Координаты базы антенн в ССК в выбранные моменты времени представим выражением

$$\begin{cases} \vec{b}(t_1)_c = [x_c y_c z_c]^T; \\ \vec{b}(t_2)_c = [x_c y_c z_c]^T; \end{cases} \quad \vec{b}_{t_1}^{t_2} = \tilde{\lambda}(t_2) \circ \vec{b}(t_1)_c \circ \lambda(t_2), \quad (3)$$

где  $\vec{b}(t_1)_c$ ,  $\vec{b}(t_2)_c$  – положение единичного вектора базы в ССК в моменты времени  $t_1$ ,  $t_2$  соответственно;  $[x_c y_c z_c]^T$  – единичный вектор координат базы в проекциях на оси ССК;  $\tilde{\lambda}$  – сопряженный кватернион;  $\vec{b}_{t_1}^{t_2}$  – единичный вектор базы, переведенный из ССК, зафиксированной в момент времени  $t_1$ , в ССК, зафиксированной в момент времени  $t_2$ .

Алгоритм построения ПСК в осях БСК и ССК и определение параметров ориентации целевого КА в осях БСК приведен ниже.

$$\vec{l}_i = \vec{R}(t - \tau)_{iM} - \vec{R}(t)_{A_1}, \quad (4)$$

где  $\tau$  – время распространения сигнала от радиомаяка до первой антенны целевого КА;  $\vec{R}(t - \tau)_{iM}$ ,  $\vec{R}(t)_{A_1}$  – координаты  $i$ -го радиомаяка и первой антенны целевого КА в моменты времени  $t - \tau$  и  $t$  соответственно;  $\vec{l}_i$  – направление на  $i$ -й радиомаяк от первой антенны в БСК.

На основании выражения (1) определим положение базы антенн целевого КА в БСК в моменты времени  $t_1$ ,  $t_2$ , построим ПСК в БСК и ССК:

$$\begin{cases} \vec{X}_{ПБ} = \vec{b}_{B_i}; \\ \vec{Y}_{ПБ} = \frac{\vec{b}_{B_i} \times \vec{b}_{B_{i+1}}}{|\vec{b}_{B_i} \times \vec{b}_{B_{i+1}}|}; \\ \vec{Z}_{ПБ} = \vec{X}_{ПБ} \times \vec{Y}_{ПБ}, \end{cases} \quad (5)$$

где  $\vec{b}_{B_i}$ ,  $\vec{b}_{B_{i+1}}$  – единичные векторы направления базы антенн в БСК целевого КА в моменты времени  $t_1$ ,  $t_2$  соответственно;  $\vec{X}_{ПБ}$ ,  $\vec{Y}_{ПБ}$ ,  $\vec{Z}_{ПБ}$  – орты ПСК в проекциях на оси БСК;

$$\begin{cases} \vec{X}_{ПС} = \vec{b}_{C_{t_1}}^{t_2}; \\ \vec{Y}_{ПС} = \frac{\vec{b}_{C_{t_1}}^{t_2} \times \vec{b}_{C_{t_2}}}{|\vec{b}_{C_{t_1}}^{t_2} \times \vec{b}_{C_{t_2}}|}; \\ \vec{Z}_{ПС} = \vec{X}_{ПС} \times \vec{Y}_{ПС}, \end{cases} \quad (6)$$

где  $\vec{X}_{ПС}$ ,  $\vec{Y}_{ПС}$ ,  $\vec{Z}_{ПС}$  – орты ПСК в проекциях на оси ССК.

$$M_B^{\Pi} = \begin{bmatrix} \bar{X}_{\Pi_{B_x}} & \bar{X}_{\Pi_{B_y}} & \bar{X}_{\Pi_{B_z}} \\ \bar{Y}_{\Pi_{B_x}} & \bar{Y}_{\Pi_{B_y}} & \bar{Y}_{\Pi_{B_z}} \\ \bar{Z}_{\Pi_{B_x}} & \bar{Z}_{\Pi_{B_y}} & \bar{Z}_{\Pi_{B_z}} \end{bmatrix}, \quad M_{\Pi}^C = \begin{bmatrix} \bar{X}_{\Pi_{C_x}} & \bar{Y}_{\Pi_{C_x}} & \bar{Z}_{\Pi_{C_x}} \\ \bar{X}_{\Pi_{C_y}} & \bar{Y}_{\Pi_{C_y}} & \bar{Z}_{\Pi_{C_y}} \\ \bar{X}_{\Pi_{C_z}} & \bar{Y}_{\Pi_{C_z}} & \bar{Z}_{\Pi_{C_z}} \end{bmatrix}, \quad (7)$$

где  $M_{\Pi}^C$ ,  $M_B^{\Pi}$  – матрицы перехода от ПСК к ССК и от БСК к ПСК соответственно.

$$M_B^C = M_{\Pi}^C \cdot M_B^{\Pi}, \quad (8)$$

где  $M_B^C$  – матрица перехода от БСК к ССК.

Система уравнений для определения кватерниона разворота БСК в ССК имеет вид:

$$\begin{cases} \text{tr}(M_B^C) = 4 \cdot (\lambda_{0B}^C)^2 - 1; \\ M_{B_{2,3}}^C - M_{B_{3,2}}^C = 4 \cdot \lambda_{0B}^C \cdot \lambda_{1B}^C; \\ M_{B_{3,1}}^C - M_{B_{1,3}}^C = 4 \cdot \lambda_{0B}^C \cdot \lambda_{2B}^C; \\ M_{B_{1,2}}^C - M_{B_{2,1}}^C = 4 \cdot \lambda_{0B}^C \cdot \lambda_{3B}^C, \end{cases} \quad (9)$$

где  $\lambda_B^C$  – кватернион разворота БСК в ССК.

Углы ориентации для последовательности  $(X, Y, Z)$   $(\varphi, \psi, \theta)$  с ограничением на значение угла  $\psi \in \left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$  имеют вид:

$$M_B^C = \begin{bmatrix} C(\psi) \cdot C(\theta) & C(\varphi) \cdot S(\theta) + & S(\theta) \cdot S(\varphi) - \\ & + C(\theta) \cdot S(\psi) \times S(\varphi) & - C(\theta) \cdot C(\varphi) \times S(\psi) \\ -C(\psi) \cdot S(\theta) & C(\theta) \cdot C(\varphi) - & C(\theta) \cdot S(\varphi) + \\ & - S(\psi) \cdot S(\theta) \times S(\varphi) & + C(\varphi) \cdot S(\psi) \times S(\theta) \\ S(\psi) & -C(\psi) \cdot S(\varphi) & C(\psi) \cdot C(\varphi) \end{bmatrix}, \quad (10)$$

$$\begin{cases} \psi = \arcsin(M_{B_{3,1}}^C); \\ \theta = \arcsin \text{circ} \left( \frac{M_{B_{1,1}}^C}{C(\psi)}, -\frac{M_{B_{2,1}}^C}{C(\psi)} \right); \\ \varphi = \arcsin \text{circ} \left( \frac{M_{B_{3,3}}^C}{C(\psi)}, -\frac{M_{B_{3,2}}^C}{C(\psi)} \right), \end{cases}$$

где  $C()$ ,  $S()$  – функции косинуса и синуса от соответствующего аргумента;  $\arcsin \text{circ}()$  – функция кругового арксинуса, учитывающая значение и положение вектора на единичном тригонометрическом круге по четвертям.

### Результаты моделирования

В табл. 1 приведены исходные данные параметров движения навигационных аппаратов NavStar.

В табл. 1 обозначено:

$a$  – большая полуось орбиты КА;  $e$  – эксцентриситет орбиты КА;  $i$  – наклонение орбиты КА;  $\Omega$  – долгота восходящего узла;  $w$  – аргумент перигея орбиты КА;  $\Theta$  – истинная аномалия орбиты КА.

Таблиця 1

## Начальные значения параметров движения центра масс КА NavStar

$a$	$e$	$i$	$\Omega$	$w$	$\Theta$
км	б/р	град.	град.	град.	град.
26 561,237 058	0,011 874	54,473	238,844	327,026	7,598
26 559,763 979	0,020 885	56,279	298,803	68,505	59,138
26 560,532 469	0,021 693	56,245	351,774	298,237	109,599
26 560,627 890	0,017 567	56,388	353,315	92,800	296,298
26 560,566 205	0,011 126	55,072	48,142	89,684	130,330
26 558,634 361	0,010 034	53,710	173,752	49,423	238,832
26 561,132 295	0,007 341	53,831	110,507	330,428	174,361
26 561,088 868	0,015 449	53,442	106,116	68,357	68,543
26 560,209 047	0,011 303	54,142	234,981	42,745	192,097
26 560,182 763	0,004 955	56,423	299,155	115,682	107,322
26 559,757 833	0,012 322	57,172	359,574	189,659	297,801
26 560,732 376	0,013 004	50,890	158,065	60,118	343,882
26 560,528 417	0,004 897	53,244	231,245	73,379	241,580
26 558,740 058	0,017 870	56,176	56,731	254,898	170,601
26 561,262 271	0,006 417	56,014	297,620	241,514	118,910
26 559,233 150	0,013 483	53,214	234,325	235,614	219,432
26 559,802 961	0,006 217	53,084	234,519	244,168	174,559
26 562,133 886	0,006 564	56,272	56,345	359,787	190,244
26 560,604 295	0,019 209	53,349	174,091	231,292	280,457
26 557,916 864	0,008 428	55,089	118,910	9,777	89,511
26 558,360 542	0,007 993	54,954	294,621	187,895	66,287
26 559,347 583	0,011 239	53,765	172,785	200,847	58,155
26 562,273 895	0,007 319	55,248	115,876	228,354	136,688
26 558,712 313	0,007 678	56,184	354,955	310,701	333,636
26 561,935 565	0,004 098	56,221	55,303	3,728	321,477
26 557,799 910	0,004 390	54,109	292,564	1,981	92,389
26 558,810 432	0,002 200	55,276	116,368	296,129	296,290
26 561,049 807	0,005 568	55,897	354,786	185,948	338,892
26 562,071 926	0,002 639	54,437	233,746	11,280	178,369
26 559,309 107	0,001 763	55,576	53,348	43,394	247,230
26 561,406 217	0,000 874	54,993	173,593	15,769	4,250
26 561,406 217	0,000 874	54,993	173,593	15,769	4,250

В табл. 2 приведены исходные данные параметров движения целевого КА.

Таблиця 2

## Начальные параметры движения ц. м. целевого КА

$p$	$u$	$i$	$w$	$\Omega$	$e$
м	град.	град.	град.	град.	
6 978 137	0,035 19	90,0	323,6563	243,7576	0,0

В табл. 2 обозначено:

$p$  – фокальный параметр орбиты КА;  $u$  – аргумент широты КА.

В табл. 3 приведены параметры антенных систем, используемых при решении задачи определения углового положения целевого КА.

Таблица 3

### Параметры антенных систем радиомаяков и целевого КА

Наименование	Значение
Ширина ДН радиомаяка, град.	50
Ширина ДН антенны 1 целевого КА, град.	120
Ширина ДН антенны 2 целевого КА, град.	120
Частота несущей сигнала (для определения фазового сдвига в антеннах 1,2), ГГц	1,575 42
Координаты антенны 1 целевого КА в ССК, м	
X	0
Y	0,5
Z	0
Координаты антенны 2 целевого КА в ССК, м	
X	0
Y	-0,5
Z	0
Математическое ожидание ошибки фазы (доля от периода несущей), антенна 1	0
Математическое ожидание ошибки фазы (доля от периода несущей), антенна 2	0
Минимальный угол между базами в двух последовательных пеленгах, град.	20
Минимальный угол между радиомаяками относительно целевого КА в двух последовательных пеленгах, град.	20
Минимальный интервал между пеленгами, с	10

**Примечание.** Продольные оси антенн целевого КА ориентированы вдоль оси X ССК.

Учитывая, что навигационные аппараты ориентированы продольной осью к центру Земли, зададим параметры углового движения радиомаяков в их орбитальных системах координат (ОСК). Положим, что последовательность углов ориентации для радиомаяков соответствует принятой в выражении (10), а их угловые скорости относительно ОСК равны нулю. Примем также, что продольная ось антенны расположена вдоль радиус-вектора и направлена в противоположную сторону.

Ориентацию целевого КА зададим в БСК (последовательность поворотов соответствует принятой в выражении (10)). Примем, что аппарат вращается с постоянной угловой скоростью в БСК, а проекции ее компонент на оси ССК равны

$$w_{x_{ССК}} = w_{y_{ССК}} = w_{z_{ССК}} = 5 \frac{\text{град.}}{\text{с}}.$$

В табл. 4 приведены результаты математического моделирования при разных исходных данных, параметров точности, углового положения КА.

В табл. 4 приняты следующие обозначения:  $\lambda \approx 19$  см – длина волны несущей;  $\Delta\alpha$  – плоский угол ошибки разворота из оценочного положения в точное;  $i$  – наклонение орбиты целевого КА;  $3 \cdot \sigma_{\Delta\varphi_i} - 3 \cdot \sigma$  ошибка фазы в  $i$ -й антенне целевого КА;  $\varphi(t_0) = \psi(t_0) = \theta(t_0)$  – начальные углы ориентации целевого КА в БСК.

На основании данных табл. 4 можно сделать вывод о том, что однобазовая система угловой ориентации относится к системам угловой ориентации средней точности. Очевидно также, что грубые ошибки вызваны геометрическим фактором расположения радиомаяков. Анализ значений точности угловой ориентации

Таблиця 4

**Результаты моделирования однобазовой интерференционной системы  
угловой ориентации**

$3\sigma_{\Delta\varphi_1} = 0,002 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda}; \quad 3\sigma_{\Delta\varphi_2} = 0;$ $\varphi(t_0) = \psi(t_0) = \theta(t_0) = 0$		$3 \cdot \sigma_{\Delta\varphi_{1,2}} = 0,001 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda};$ $\varphi(t_0) = \psi(t_0) = \theta(t_0) = 0$		$3 \cdot \sigma_{\Delta\varphi_{1,2}} = 0,001 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{\lambda};$ $\varphi(t_0) = \psi(t_0) = \theta(t_0) = 45^\circ$	
<i>i</i> , град.	$\Delta\alpha$ , град.	<i>i</i> , град.	$\Delta\alpha$ , град.	<i>i</i> , град.	$\Delta\alpha$ , град.
5	1,66E-01	5	9,19E-02	5	1,45E-01
45	3,57E+00	45	3,43E+00	45	6,37E-02
75	1,48E-01	75	8,94E-02	75	1,74E-01
90	2,62E-01	85	1,96E-01	85	8,47E-02
135	1,15E-01	90	1,68E-01	90	—
175	4,55E-01	135	6,07E-02	135	4,35E-01
—	—	175	2,32E-01	175	1,77E-01

по сечениям времени показал, что грубые ошибки параметров угловой ориентации возникают в двух-трех точках выбранной орбиты целевого КА и радиомаяков. Таким образом, замена параметров оценки угловой ориентации с использованием интерференционного метода в такие моменты времени на результаты интегрирования кинематических уравнений Пуассона позволяет компенсировать грубые ошибки, обеспечивая среднеквадратические ошибки на уровне до  $\sim 0,1-0,2$  град.

#### **Выводы**

1. Разработан однобазовый интерференционный метод угловой ориентации, позволяющий по данным о сдвиге фаз в однобазовом интерферометре целевого КА от радиомаяков (других КА), путем разнесения измерений во времени, с использованием данных ДУС и информации о координатах ц. м. целевого КА и радиомаяков в БСК определить угловое положение целевого КА в БСК.

2. Разработана математическая модель однобазового интерференционного метода, учитывающая погрешности навигационного блока, ДУС, интерферометра и позволяющая выполнить исследование однобазового интерференционного метода угловой ориентации.

3. По результатам математического моделирования установлено, что предлагаемый метод может быть отнесен к системам угловой ориентации средней точности, при этом максимальная величина среднеквадратической ошибки составляет порядка 3 град.

4. Повышение точности угловой ориентации может быть обеспечено с использованием методов фильтрации. При этом погрешность угловой ориентации может быть уменьшена до 0,1 град.

#### **Библиографические ссылки**

1. Использование системы NAVSTAR для определения угловой ориентации объектов / В. Н. Абросимов, В. И. Алексеева, Ю. А. Гребенко и др. // Зарубежная радиоэлектроника. – 1989. – № 1. – С. 46–53.
2. Лебедев Д. В. Навигация и управление ориентацией малых космических аппаратов : монография / Д. В. Лебедев, А. И. Ткаченко ; НАН Украины, Междунар. НУЦ информ. технологий и систем. – К. : Наук. думка, 2006. – 298 с.
3. Патент 2122217 Российская Федерация, МПК G 01 S 5/02. Способ угловой ориентации объектов по радионавигационным сигналам космических аппаратов (варианты) / Алешечкин А. М., Фатеев Ю. Л., Чмых М. К. ; заявитель и патентообладатель Красноярск. гос. техн. ун-т. – № 97107921/09 ; заявл. 15.05.1997 ; опубл. 20.11.1998. – 12 с.

Надійшла до редколегії 05.10.2013.