

11. **Petrenko O. N.** “Problem of Automatic Control and Parameters Monitor System Designing for the Electrical Propulsion Engine Modules”, Processing of the Fourth Ukraine-Russia-China Symposium on Space Science and Technology, Vol. 1, P. 349–351, September 12–17, 1996, Kiev, Ukraine.

12. **Petrenko O. N.** “The Problem of Control and Monitor Units Development for the Electrical Propulsion Modules” / Petrenko O. N., Prisiakov V. F. // Processing of the First IAA Symposium on Realistic Near-term Advanced Scientific Space Missions, June 25–27, 1996, Torino, Italy.

Надійшла до редколегії 06.10.2017

УДК 537.52, 629.78

А. Н. Петренко, В. П. Малайчук

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

АЛГОРИТМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО КОНТРОЛЯ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ РАКЕТНЫХ ДВИГАТЕЛЬНЫХ УСТАНОВОК

Рассмотрены алгоритмы автоматического контроля текущих параметров электрических ракетных двигательных установок. Представлены алгоритмы обнаружения скачкообразных изменений информативных признаков при различном объеме априорной информации, а также изменения информативных признаков в виде линейных трендов.

Ключевые слова: электрическая ракетная двигательная установка, измерение параметров, автоматический контроль, алгоритмы контроля.

Розглянуто алгоритми автоматичного контролю поточних параметрів електричних ракетних двигунних установок. Представлені алгоритми виявлення ступеневих змін інформативних ознак при різному обсязі априорної інформації, а також змін інформативних ознак у вигляді лінійних трендів.

Ключові слова: електрична ракетна двигунна установка, вимірювання параметрів, автоматичний контроль, алгоритми контролю.

Algorithms of the parameters automatic control of the electric propulsion engine unit are described. The algorithms for detecting jump-like changes in informative features for different volumes of apriority information and changes of the information features in a form of the linear trends are presented.

Keywords: electric propulsion engine unit, measurements of the parameters, automatic control, algorithms of control.

Известно, что параметры и характеристики электрических ракетных двигательных установок (ЭРДУ) изменяются с течением времени [1; 3]. Отсюда вытекает задача автоматического контроля параметров подсистем ЭРДУ в процессе их функционирования. Для автоматического контроля параметров подсистем ЭРДУ используются измерения информативных признаков, которые характеризуют функционирование и работоспособность установок.

Моделью таких измерений может служить последовательность случайных величин – одномерный случайный сигнал $X(1), X(2), X(3), \dots, X(k)$ или последовательность случайных векторов $[X(1)], [X(2)], \dots, [X(k)]$ – многомерный дискретный случайный сигнал, где $[X(k)] = [X_1(k), X_2(k), \dots, X_m(k)]^T$; T – знак транспонирования. Свойства дискретных сигналов и их использование для

решения задач прогнозирования и управления рассмотрены в работе [2]. Очевидно, что измеренные сигналы содержат информацию о состоянии подсистем ЭРДУ и могут использоваться для решения задач контроля.

1. Задача обнаружения скачков информативных признаков подсистем ЭРДУ при нормальных измерениях в условиях неопределенности исходных данных.

Предположим, что для некоторого информативного признака, характеризующего состояние двигательной установки, известны только математическое ожидание a_1 и дисперсия σ^2 . Решающее правило запишем в виде $Z(k) \geq Z_0$, где $Z(k)$ вычисляется по формуле

$$Z(k) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X(k-i) - a_1).$$

Очевидно, что математическое ожидание $M[Z(k) / 0]$ на участке $1 \leq k < k_1$ равно нулю, а дисперсия $D[Z(k)] = (1/n) \sigma^2$. Определим вероятность ложной тревоги

$$P_{JT} = 1 - \int_{-Z_0}^{Z_0} W(Z/0) dZ = 2 \left(1 - \Phi \left(\frac{Z_0}{\sqrt{D}} \right) \right). \quad (1)$$

Из (1) следует расчетное соотношение для вычисления порога

$$Z_0 = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Phi^{(-1)} \left(1 - \frac{P_{JT}}{2} \right). \quad (2)$$

На участке $k \geq (k_1 + n - 1)$ математическое ожидание $Z(k)$ равно

$$M[Z(k)] = a_2 - a_1 = \Delta a.$$

Следовательно, для вычисления вероятности принятия решения о наличии скачка P_{pc} получим формулу

$$P_{pc} = 1 - \int_{-Z_0}^{Z_0} W(Z) dZ = 1 - \Phi \left[q\sqrt{n} + \Phi^{(-1)} \left(1 - \frac{P_{JT}}{2} \right) \right] + \Phi \left[q\sqrt{n} - \Phi^{(-1)} \left(1 - \frac{P_{JT}}{2} \right) \right], \quad (3)$$

где $q = \Delta a / \sigma$.

Если дисперсия $D[Z(k)]$ информативного признака неизвестна, то ее можно заменить оценкой, которую можно получить в виде

$$D^*[Z(k)] = \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n (X(k-i) - a_1)^2. \quad (4)$$

Порог запишем в виде

$$Z_0^*(k) = \sqrt{D^*(k)} \Phi^{(-1)} \left(1 - \frac{m}{2} \right) \quad (5)$$

На рис. 1 представлены результаты вычислительного эксперимента: исходные сигналы $X(k)$, $Z(k)$, порог $Z_0(k)$ и вероятности принятия решения $P_{pc}(k)$ для двух случаев – $DZ(k) = \sigma^2 / n$ и $DZ(k) = D^*(k)$. Как видно из представленных графиков, отсутствие информации о дисперсии слабо влияет на возможности обнаружения скачка.

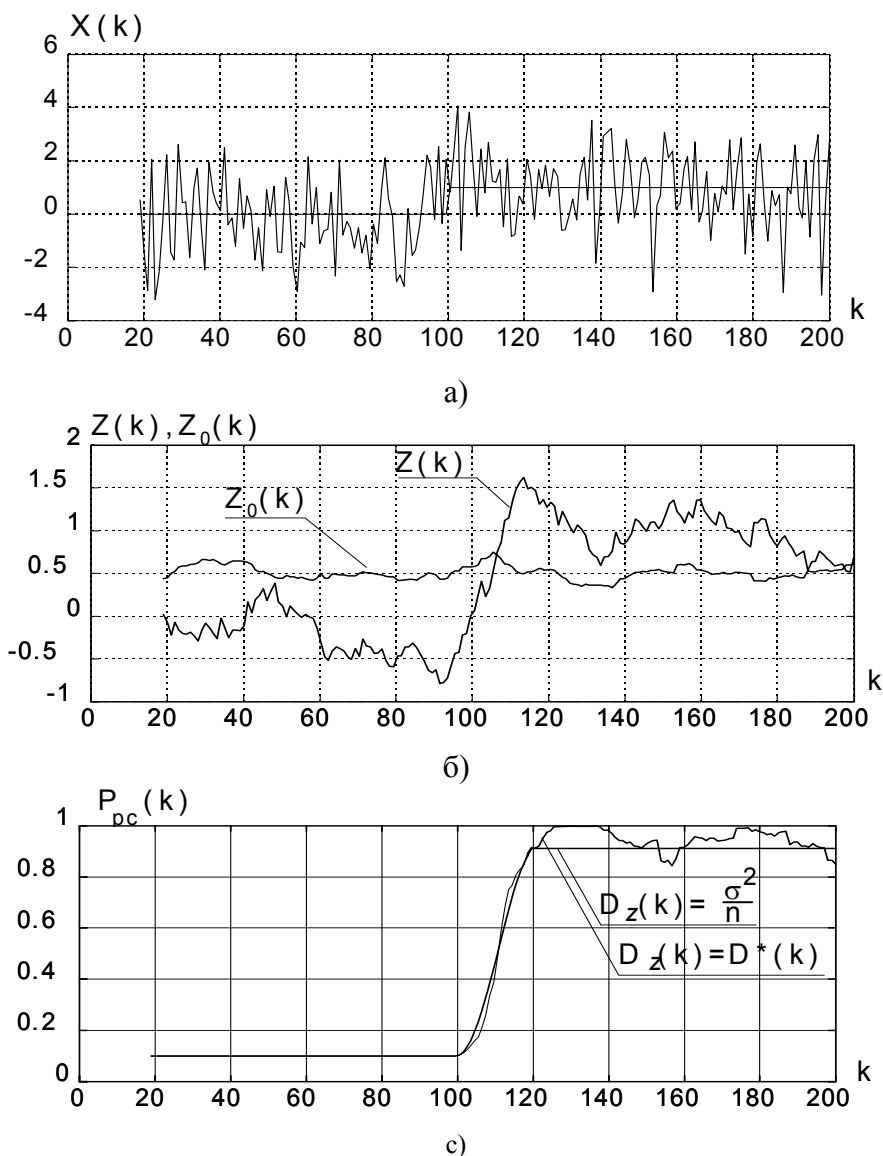


Рис. 1. Результаты моделирования процесса обнаружения скачкообразного изменения сигнала (a_1 и σ_2 неизвестны)

Если неизвестны параметры информативного признака a_1 и a_2 , измерения $X(k)$ равны $X(k) = a_1 + \Delta X(k)$, $k < k_1$, $X(k) = a_2 + \Delta X(k)$, $k \geq k_1$; неизвестны момент k_1 и направление скачка (больше, меньше), то рассмотренные выше алгоритмы обработки измерений не могут быть использованы. Поэтому разделим окно пополам и выделим две выборки: $X(k - n / 2)$, $X(k - n / 2 + 1)$, ..., $X(k - 1)$ и $X(k)$, $X(k + 1)$, ..., $X(k + n / 2 - 1)$.

Определим средние значения для каждой из выборок измерений

$$y_1(k) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n/2} X(k-i), \quad y_2(k) = \frac{2}{n} \sum_{i=1}^{n/2} X(k+i-1).$$

Разность полученных средних $Z(k) = y_2(k) - y_1(k)$ может служить показателем однородности контролируемой выборки $X(k)$. При отсутствии скачка математическое ожидание $Z(k)$ равно нулю, а дисперсия – $(4/n)\sigma^2$.

Если использовать решающее правило в виде $|Z(k)| \geq Z_0$, то $m = 2 \left[1 - \Phi^{(-1)} \left(\frac{Z_0 \sqrt{n}}{2\sigma} \right) \right]$. Из этого выражения определим значение порога

$Z_0 = \frac{2}{\sqrt{n}} \sigma \Phi^{(-1)} \left(1 - \frac{m}{2} \right)$. Вероятность принятия решения о наличии скачка P_{pc}

зависит от математического ожидания $Z(k)$, значение которого изменяется в переходной зоне $(k_1 - n/2) \leq k \leq (k_1 + n/2 - 1)$ по закону равнобедренного треугольника

$$M_2(k) = \begin{cases} \Delta a + \frac{2\Delta a}{n}(k - k_1), & (k_1 - \frac{n}{2}) \leq k \leq k_1, \\ \Delta a - \frac{2\Delta a}{n}(k - k_1), & k_1 \leq k \leq (k_1 + \frac{n}{2}). \end{cases} \quad (6)$$

Следовательно, в этой зоне

$$P_{pc}(k) = 1 - \Phi \left[\frac{M_2(k)\sqrt{n}}{2} + \Phi^{(-1)} \left(1 - \frac{m}{2} \right) \right] + \Phi \left[\frac{M_2(k)\sqrt{n}}{2} - \Phi^{(-1)} \left(1 - \frac{m}{2} \right) \right].$$

В момент $k = k_1$ математическое ожидание $M_2(k)$ максимально и равно Δa . В этот же момент времени принимает максимальное значение и вероятность $P_{pc}(k)$

$$P_{pc}(k) = 1 - \Phi \left[\frac{q\sqrt{n}}{2} + \Phi^{(-1)} \left(1 - \frac{m}{2} \right) \right] + \Phi \left[\frac{q\sqrt{n}}{2} - \Phi^{(-1)} \left(1 - \frac{m}{2} \right) \right]. \quad (7)$$

Если дисперсия измерительного шума неизвестна, то ее можно заменить оценкой:

$$D_Z^*(k) = \frac{4}{n^2} \left[\sum_{i=1}^{n/2} \left((X(k-i) - y_1(k))^2 + (X(k+i-1) - y_2(k))^2 \right) \right]. \quad (8)$$

Для порога сравнения получим

$$Z_0^*(k) = \sqrt{D_Z^*(k)} \Phi^{(-1)} \left(1 - \frac{m}{2} \right). \quad (9)$$

На рис. 2 представлены результаты вычислительного эксперимента обнаружения скачка по разности средних значений, если a_1, a_2 и σ^2 неизвестны.

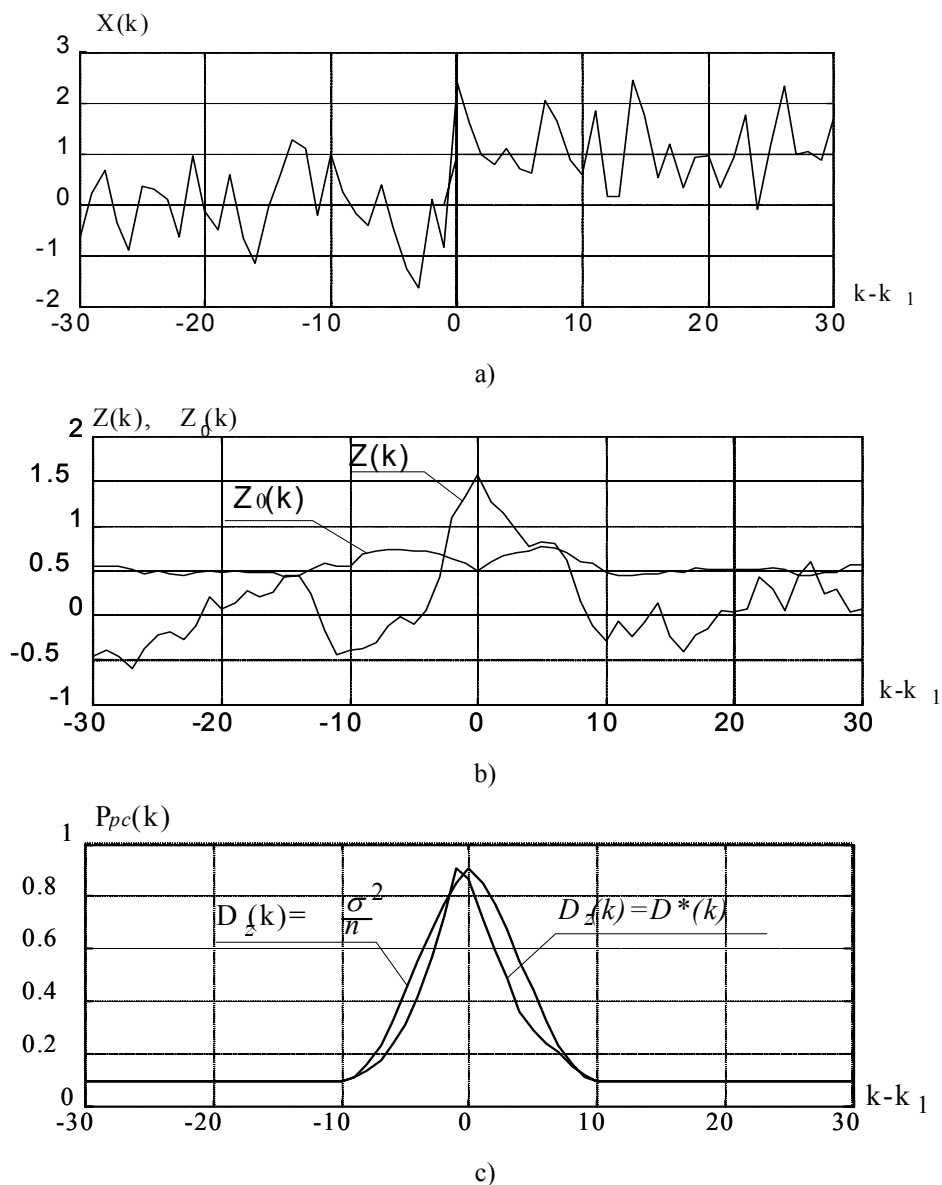


Рис. 2. Результаты моделирования процесса обнаружения скачкообразного изменения сигнала (a_1, a_2, σ^2 неизвестны)

2. Задача обнаружения линейного и квадратичного трендов в контролируемых параметрах электрических ракетных двигательных установок.

Наряду со скачкообразными изменениями параметров контролируемых процессов в электрических ракетных двигательных установках возможны их медленные изменения [6–8]. Моделью таких процессов может служить линейный тренд, который можно представить в виде

$$U(k) = a_0 + a_1k. \tag{10}$$

Медленные изменения контролируемых параметров могут перерастать в быстрые. В этом случае они могут описываться квадратичным уравнением вида

$$U(k) = a_0 + a_1k + a_2k^2. \tag{11}$$

Обработка измерений таких контролируемых процессов, искаженных шумовыми помехами, состоит в том, чтобы обнаружить момент начала линейного или квадратичного тренда и оценить его параметры. Модель измерителя в этом случае запишем в виде $X(k) = U(k) + \Delta X(k)$. Полагаем, что $\Delta X(k)$ – последовательность нормальных случайных величин с нулевым математическим ожиданием. В работах [4; 5] рассмотрены различные критерии обнаружения трендов. Предполагается, что лучшим из них является критерий, основанный на ранговой корреляции R_i между порядком случайных величин во времени и их порядком по амплитуде.

Рассмотрим выборку случайных величин в пределах подвижного окна

$$X(k-n+1), X(k-n+2), \dots, X(k-j), \dots, X(k-1), X(k), (j = 1, 2, \dots, n).$$

Введем в рассмотрение функцию

$$H_{ij}(k) = \begin{cases} 1, & X(k-i+1) \geq X(k-j+1), i < j, \\ 0, & X(k-i+1) < X(k-j+1), i < j. \end{cases}$$

Подсчитаем число пар, для которых $X(k-i+1) \geq X(k-j+1), i < j$,

$$Q(k) = \sum_{i < j}^n H_{ij}(k). \quad (12)$$

Последнее выражение можно записать в виде

$$Q(k) = \frac{1}{2} \sum_{i < j}^n [1 + \text{sign}(X(k-i+1) - X(k-j+1))]. \quad (13)$$

Если разность $X(k-i+1) - X(k-j+1) = Z_{ij}$ является случайной величиной с нулевым математическим ожиданием и симметричным законом распределения, то математическое ожидание величины $Q(k)$ равно

$M[Q(k)] = \frac{n(n-1)}{4}$, так как математическое ожидание

$M[\text{sign}(X(k-i+1) - X(k-j+1))] = 0$. Как показано в работе [5], дисперсия $Q(k)$

зависит только от размеров окна $D[Q(k)] = \frac{n(n-1)(2n+5)}{72}$.

Отношение $Q(k) / M[Q(k)]$ характеризует степень связи между случайными величинами $X(k-i+1)$ и $X(k-j+1)$. Коэффициент ранговой корреляции записывается в виде

$$r(k) = 1 - \frac{4Q(k)}{n(n-1)}. \quad (14)$$

Если тренда нет и $X(k)$ – независимые случайные величины с симметричным распределением, то плотность вероятности $W(r)$ аппроксимируется нормальным законом с нулевым математическим ожиданием

и дисперсией $D(r) = \frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}$. При наличии тренда в пределах окна

$X(k) = a_0 + a_1 k + \Delta X(k)$ математическое ожидание $M[H_{ij}(k)]$ равно вероятности того, что $Z_{ij} = (X_i - X_j) \geq 0$. Если $X(k)$ – нормальные случайные величины, то Z_{ij} имеет нормальное распределение с математическим ожиданием $M[Z_{ij}] = a_1(j-i)$ и дисперсией $D[Z_{ij}] = 2\sigma_x^2$.

Следовательно,

$$M[H_{ij}(k)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{1}{\sqrt{2\sigma_x^2}} \int_0^\infty e^{-\frac{(Z - a_1(j-i))^2}{4\sigma_x^2}} dZ = \Phi\left[\frac{a_1(j-i)}{\sqrt{2}\sigma_x}\right],$$

$$M[Q(k)] = \sum_{i < j}^n M[H_{ij}(k)].$$

В результате получаем $M[Q(k)] = \sum_{i < j}^n \left[1 - \Phi\left(\frac{a_1(j-i)}{\sqrt{2}\sigma_x}\right) \right]$.

Это выражение можно преобразовать к виду

$$\begin{aligned} M[Q(k)] &= \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \left[1 - \Phi\left(\frac{a_1(j-i)}{\sqrt{2}\sigma_x}\right) \right] = \\ &= \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=1}^{n-i} \left[1 - \Phi\left(\frac{a_1 j}{\sqrt{2}\sigma_x}\right) \right] = \\ &= \frac{n(n-1)}{2} - \sum_{i=1}^{n-1} i \cdot \Phi\left(\frac{a_1(n-i)}{\sqrt{2}\sigma_x}\right). \end{aligned}$$

Таким образом, при наличии линейного тренда коэффициент ранговой корреляции является нормальной случайной величиной с математическим ожиданием

$$a_r = M[r_k] = \frac{4}{n(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} i \cdot \Phi\left(\frac{q}{\sqrt{2}}\left(1 - \frac{i}{n}\right)\right) - 1, \quad (15)$$

где $q = na_1 / \sigma_x$ – отношение сигнал / шум (na_1 – изменение сигнала за счет тренда в пределах подвижного окна).

Если решения принимаются по критерию Неймана – Пирсона $|r(k)| \geq r_0$, то значение порога определяется по заданной величине вероятности ложной тревоги

$$r_0 = \sqrt{D_r} \cdot \Phi^{(-1)}\left(1 - \frac{P_{ЛТ}}{2}\right) = \sqrt{\frac{2(2n+5)}{9n(n-1)}} \cdot \Phi^{(-1)}\left(1 - \frac{P_{ЛТ}}{2}\right). \quad (16)$$

Вероятность обнаружения тренда можно оценить по формуле

$$P_{от} = 1 - \Phi\left(\frac{a_r + r_0}{\sqrt{D_r}}\right) + \Phi\left(\frac{a_r - r_0}{\sqrt{D_r}}\right). \quad (17)$$

При $q \rightarrow \infty$, $a_r \rightarrow 1$ можно оценить предельные возможности обнаружения трендов

$$P_{от} = 1 - \Phi\left(\frac{3\sqrt{n(n-1)}}{\sqrt{4n+10}} + \Phi^{(-1)}\left(1 - \frac{P_{лт}}{2}\right)\right) + \Phi\left(\frac{3\sqrt{n(n-1)}}{\sqrt{4n+10}} - \Phi^{(-1)}\left(1 - \frac{P_{лт}}{2}\right)\right).$$

На рис. 3 представленны предельные характеристики обнаружения, из которых следует что при вероятности ложной тревоги $P_{лт} > 0,1$ размер подвижного окна должен выбираться не менее 10 ($n \geq 10$), а при вероятности ложной тревоги $P_{лт} > 0,001$ – не менее 20 ($n \geq 20$). Зависимости вероятности обнаружения трендов от отношения сигнал-шум представлены на рис. 4, из которых следует, что для уверенного обнаружения должно выполняться условие: $q > (3...5)$.

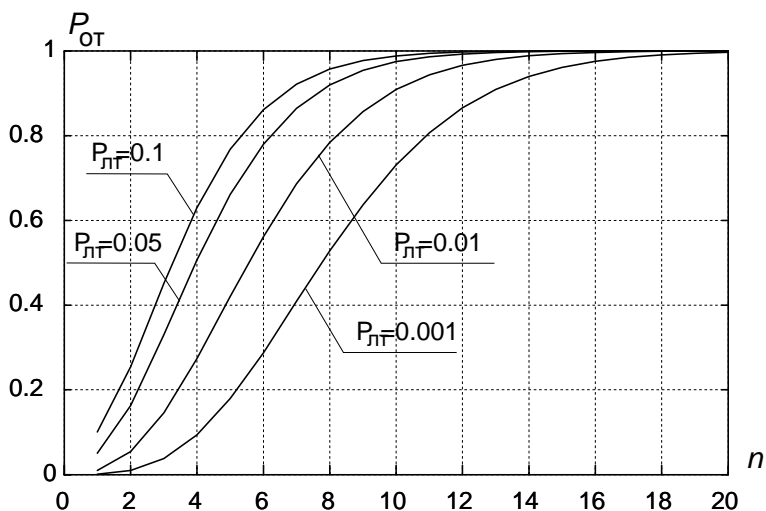


Рис. 3. Предельные характеристики обнаружения трендов в измеряемых сигналах электрических ракетных двигательных установок

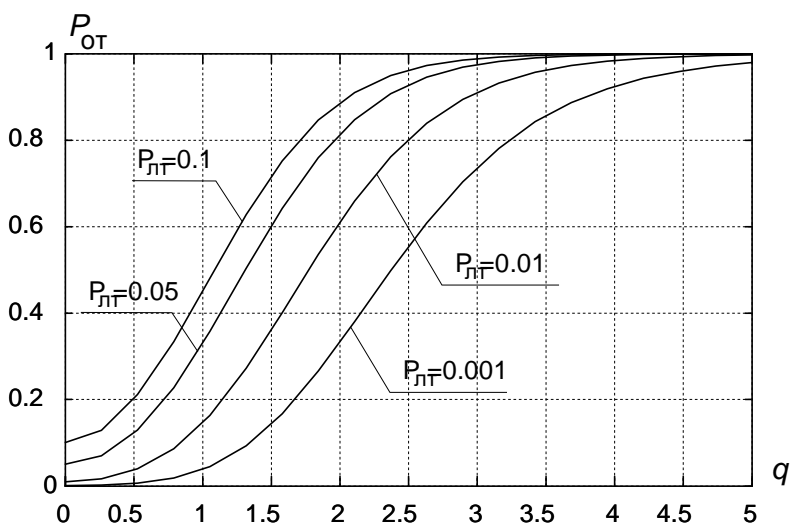


Рис. 4. Характеристики обнаружения трендов ($n = 20$)

Выводы. Рассмотрены алгоритмы автоматического контроля переменных, характеризующих текущее состояние электрических ракетных двигательных установок. Предложены алгоритмы, обеспечивающие обнаружение скачкообразного изменения информативных признаков подсистем ЭРДУ, а также изменения информативных признаков в виде трендов. Предложенные алгоритмы автоматического контроля могут быть использованы при разработке различных типов электрических ракетных двигательных установок.

Библиографические ссылки

1. **Архипов А. С.** Стационарные плазменные двигатели Морозова / А. С. Архипов, В. П. Ким, Е. К. Сидоренко. – М. : МАИ, 2012. – 292 с.
2. **Бокс Дж.** Анализ временных рядов, прогноз и управление / Дж. Бокс, Г. Дженкинс. – М. : Мир, 1974.
3. **Бугрова А. И.** Плазменные ускорители и ионные инжекторы / А. И. Бугрова, В. П. Ким ; под общ. ред. Н. П. Козлова, А. И. Морозова. – М. : Наука, 1984. – 272 с.
4. Обнаружение изменения свойств сигналов и динамических систем / под ред. М. Бассавиль, А. Банвениста. – М. : Мир, 1989.
5. Технические средства диагностирования : справочник / В. В. Клюев и др. ; под общ. ред. В. В. Клюева. – М. : Машиностроение, 1989.
6. **Petrenko O. N.** Results of Research of Steady Work Modes of Stationary Plasma Thrusters”, Processing of the 47th International Astronautical Congress, IAF-96-S.3.03, Beijing, China, 7–11 October, 1996.
7. **Petrenko O. N.** “Problem of Automatic Control and Parameters Monitor System Designing for the Electrical Propulsion Engine Modules”, Processing of the Fourth Ukraine-Russia-China Symposium on Space Science and Technology, Vol. 1, P. 349–351, September 12–17, 1996, Kiev, Ukraine.
8. **Petrenko O. N.** “The Problem of Control and Monitor Units Development for the Electrical Propulsion Modules” / Petrenko O. N., Prisiakov V. F. // Processing of the First IAA Symposium on Realistic Near-term Advanced Scientific Space Missions, June 25–27, 1996, Torino, Italy.

Надійшла до редколегії 06.10.2017

УДК 669.45 + 669.046.558

С. А. Полишко

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара

СТАБИЛИЗАЦИЯ ХИМИЧЕСКОГО СОСТАВА ПРИ ВЫПЛАВКЕ КОЛЕСНОЙ СТАЛИ КЛАССА «С»

Рассмотрены основные причины появления брака колесных сталей класса «С». Исследована структура и неметаллические включения в данной стали, определен разброс химического состава и выявлены причины возникновения ликватов. Указаны пути снижения концентрации вредных примесей и повышения качества готовой продукции.

Ключевые слова: стабилизация, колесная сталь класса «С», структура, неметаллические включения.