УДК 681.5

DOI: 10.15421/451913

СИНТЕЗ АДАПТИВНОЙ СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ ЛЕТАТЕЛЬНЫМ АППАРАТОМ С МНОГОМЕРНЫМ ПИ-РЕГУЛЯТОРОМ

А.В. Тищенко, А.М. Кулабухов, В.А. Масальський

Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара, пр. Гагарина 72, г. Днепр, 49010, Украина

Анотація. У статті представлений синтез адаптивної системи автоматичного керування (САК) для літального апарату (ЛА) з багатовимірним ПІ-регулятором, який автоматично пере налаштовується і забезпечує мінімальні статичну і середньоквадратичну похибки керування при мінімальних витратах енергії на формування керуючого впливу. Синтез алгоритмів системи автоматичного керування виконується у результаті рішення задачі умовної мінімізації квадратичного функціоналу узагальненої роботи (з урахуванням обмежень на змінні стану та управляючі впливи, які задані диференціальними рівняннями моделі об'єкта керування (ОК) і нерівностями). Математичний опис багато-мірного ОК здійснюють за допомогою моделі ОК в просторі станів, яка автоматично враховує взаємний вплив окремих контурів керування друг на друга. В якості змінних стану ЛА використовують лінійні переміщення, швидкості і прискорення центру мас ЛА і кутові переміщення, швидкості і прискорення обертального руху ЛА відносно центру мас. Матричне рівняння динаміки ЛА утворено системою нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку сил і моментів сил, що діють на ЛА. Для забезпечення мінімальної статичної похибки керування до складу САК включені інтегратори (для кожного керуючого впливу). Алгоритм формування керуючих впливів ОК, що забезпечує заявлені властивості САУ, досягається в результаті рішення задачі умовної мінімізації функціоналу узагальненої роботи. Завдання умовної мінімізації функціоналу з обмеженнями виконується за допомогою принципу максимуму. Отримана двоточкова крайова задача перетворюється методом інваріантного занурення в задачу Коші для оптимальних значень змінних стану. Оцінку характеристик конкретної адаптивної САУ для космічного апарату передбачається отримати в результаті подальших дослідженнях методом математичного моделювання.

Ключові слова: СИНТЕЗ, АДАПТАЦІЯ, АВТОМАТИЧНЕ УПРАВЛІННЯ, ЛІТАЛЬНИЙ АПАРАТ.

Аннотация. В статье представлен синтез функциональной схемы адаптивной системы автоматического управления (САУ) для управления летательным аппаратом (ЛА) с автоматически перенастраиваемым многомерным ПИ-регулятором, которая обеспечивает минимальную статическую и минимальную среднеквадратическую погрешности управления при минимальных затратах энергии на формирование управляющего воздействия.

Ключевые слова: СИНТЕЗ, АДАПТАЦИЯ, АВТОМАТИЧЕСКОЕ УПРАВЛЕНИЕ, ЛЕТАТЕЛЬНЫЙ АППАРАТ.

Annotation. The article presents the synthesis of a functional diagram of an adaptive automatic control system (ACS) for controlling an aircraft with an automatically reconfigurable multidimensional PI controller, which provides the minimum static and minimum mean square error of control with minimal energy consumption for the formation of the control exposure. The synthesis of ACS algorithms is performed as a result of solving the problem of conditionally minimizing the quadratic functional of the generalized work (taking into account restrictions on state variables and control actions given by differential equations of the control object (CO) and inequalities). The mathematical description of the multidimensional CO is carried out using the CO model in the state space, which automatically takes into account the mutual influence of individual control loops on each other. As the state variables of the aircraft, linear displacements, speeds and accelerations of the center of mass of the aircraft, and angular displacements, speeds and accelerations of the rotational movement of the aircraft relative to the center of mass are used. The matrix equation of dynamics of the aircraft is formed by a system of nonlinear differential equations of the first order of forces and moments of forces acting on the aircraft. To ensure the minimum static control error, integrators are included in the ACS (for each control action). The algorithm for the formation of control actions of the extended CO, providing the declared properties of the ACS, is obtained as a result of solving the problem of conditional minimization of the generalized work functional. The task of conditional minimization of a functional with constraints is performed by the maximum principle. The resulting two-point boundary value problem is transformed by the invariant immersion method into a Cauchy problem for optimal values of state variables. The evaluation of the characteristics of a specific adaptive ACS for the spacecraft is expected to be obtained as a result of further research by mathematical modeling.

Key words: SYNTHESIS, ADAPTATION, AUTOMATIC CONTROL SYSTEM, AIRCRAFT.

Введение

Для синтеза систем автоматического управления (САУ) летательными аппаратами (ЛА) обычно применяют упрощенные линейные модели, описывающие движение ЛА в окрестности выбранного программного режима полета. При этом в большинстве случаев используют математическое описание изолированного продольного и изолированного бокового движений ЛА с помощью передаточных функций [1]. Передаточную функцию (по определению) можно получить только для одномерного объекта управления (ОУ) с одним входным и одним выходным сигналами, если происходящие в нем процессы описывает линейное дифференциальное (или алгебраическое) уравнение с постоянными параметрами. Но в процессе полета масса ЛА и плотность атмосферы существенно изменяются, поэтому модель пространственного движения ЛА должна содержать уравнения с переменными параметрами. Кроме того, ЛА – многомерный объект с несколькими входными, управляющими и выходными сигналами. Переменные состояния пространственного движения ЛА связаны между собой, входными и управляющими воздействиями нелинейными функциональными зависимостями и оказывают взаимное влияние друг на друга [2]. В процессе полета на ЛА действуют аэродинамические силы и моменты, неконтролируемым образом изменяющиеся во времени. Поэтому, для управления многомерными объектами с переменными параметрами и возмущающими воздействиями, которые неконтролируемым образом изменяются во времени, применяют адаптивные САУ. В процессе управления адаптивная САУ выполняет идентификацию текущих значений изменяющихся параметров модели ОУ и возмущающих воздействий. Полученная информация используется в алгоритме управления, синтез которого выполняют в результате решения задачи условной минимизации (максимизации) интегрального показателя качества управления [3].

Постановка задачи

Рассмотрим задачу синтеза адаптивной САУ с автоматически перенастраиваемым многомерным пропорционально-интегральным (ПИ) регулятором для управления ЛА, которая обеспечивает минимальную статическую и минимальную среднеквадратическую погрешности управления при минимальных затратах энергии на формирование управляющего воздействия.

Решение задачи

Синтез алгоритмов такой САУ выполняют в результате решения задачи условной минимизации квадратичного функционала обобщенной работы (с учетом ограничений на переменные состояния и управляющие воздействия, заданные дифференциальными уравнениями модели ОУ и неравенствами). Математическое описание многомерного ОУ осуществляют с помощью модели ОУ в пространстве состояний (линейной или нелинейной), которая автоматически учитывает взаимное влияние отдельных контуров управления друг на друга (в отличие от передаточных функций) [3].

Предлагается следующая функциональная схема адаптивной САУ с многомерным ПИ-регулятором приведенная на рис. 1. На ней модули вычислителя обмениваются информацией (на рис. 1 каналы обмена информацией модулей вычислителя не показаны).

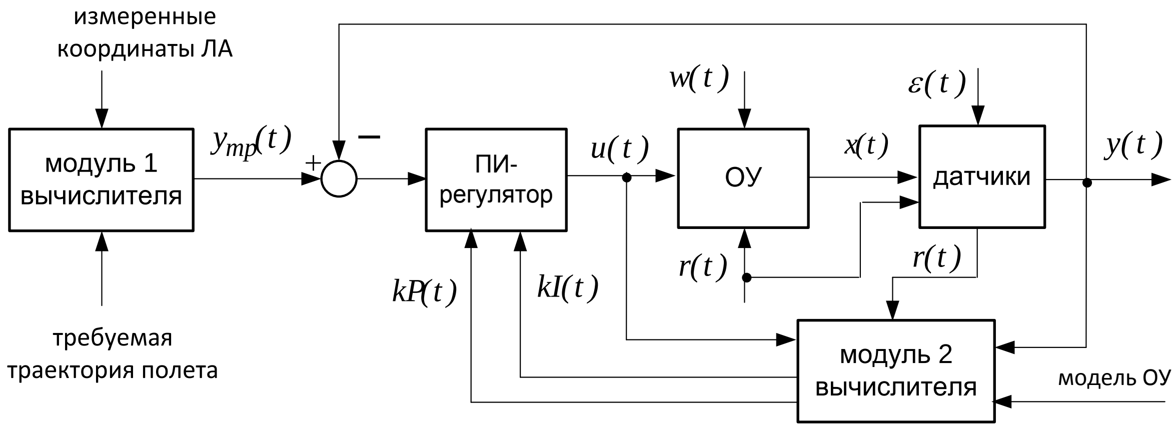

Рисунок 1 – Функциональная схема адаптивной САУ с многомерным ПИ-регулятором

Модель ОУ в пространстве состояний содержит уравнения динамики

$$\dot{x}(t) = f\left(x(t), u(t), r(t)\right) + G \cdot w(t) \qquad (1)$$

и наблюдения

$$y(t) = q\left(x(t)\right) + \varepsilon(t) \qquad (2)$$

где: $x(t)$ – вектор переменных состояния;

$u(t)$ – вектор управляющих воздействий;

$r(t)$ – вектор контролируемых входных воздействий;

$w(t)$ – вектор неконтролируемых (возмущающих) воздействий;

$y(t)$ – вектор выходных сигналов датчиков;

$q\left(x(t)\right)$ – вектор статических характеристик датчиков;

$\varepsilon(t)$ – вектор погрешностей измерений.

В качестве переменных состояния ЛА используют линейные перемещения, скорости и ускорения центра масс ЛА, и угловые перемещения, скорости и ускорения вращательного движения ЛА относительно центра масс. Матричное уравнение динамики ЛА (1.1) образовано системой нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка сил и моментов сил, действующих на ЛА. Эти уравнения обычно составляют с помощью законов сохранения количества движения и момента количества движения.

Уравнение наблюдения (2) описывает функциональные зависимости выходных сигналов датчиков от переменных состояния. Требуемую траекторию полета ЛА задают в стартовой системе координат и текущие значения координат ЛА измеряют в стартовой системе координат. А другую часть переменных состояния (скорость полета, угловые скорости и угловые перемещения) измеряют в связанной системе координат. Поэтому при составлении уравнения наблюдения (2) следует использовать статические характеристики датчиков и уравнения преобразования координат ЛА.

Функциональные зависимости переменных состояния от аэродинамических сил и моментов, входящие в уравнения движения ЛА, определяют при продувках ЛА (или модели ЛА) в аэродинамической трубе и уточняют по экспериментальным данным, полученным при выполнении стендовых и летных испытаний, обычно с помощью метода наименьших квадратов (МНК)[4].

Для обеспечения минимальной статической погрешности управления в состав САУ следует включить интеграторы (для каждого управляющего воздействия). Процессы, происходящие в интеграторах, описывает дифференциальное уравнение:

$$\dot{u}(t) = \frac{1}{\tau} \cdot \Delta U \cdot \xi(t);$$
$$\Delta U_{j,j} = \Delta u_{\text{доп}_j} \qquad (3)$$

где: $u(t)$ – вектор управляющих воздействий;

ΔU – диагональная матрица, элементами которой являются допустимые приращения управляющих воздействий $\Delta u_{\text{доп}_j}$ за промежуток времени τ;

$\xi(t)$ – вектор входных сигналов интеграторов, подлежащих определению в результате решения задачи синтеза САУ.

Таким образом, последовательно соединенные интеграторы (многомерный И-регулятор), объект управления и датчики образуют расширенный объект управления с вектором управляющих воздействий $\xi(t)$ (рис. 2).

Алгоритм формирования управляющих воздействий $\xi(t)$ расширенного ОУ, обеспечивающего заявленные свойства САУ, получают в результате решения задачи условной минимизации функционала обобщенной работы (ФОР) [3]:

$$J_{\text{фор}}(x,u,\xi) = \frac{0.5}{\tau} \cdot \int_{t_0}^{t_k} \left\{ \left[y_{\text{тр}}(t) - y(t)\right]^T \cdot E^{-1} \cdot \left[y_{\text{тр}}(t) - y(t)\right] + \mu \cdot \xi(t)^T \cdot \xi(t) \right\} dt \qquad (4)$$

по переменным $x(t)$, $u(t)$ и $\xi(t)$,

где $0 < \mu \leq 1$ – весовой коэффициент, определяющий удельный вклад второго слагаемого ФОР в интегральный показатель эффективности САУ (параметр регуляризации функционала (4) регуляризованного МНК); минимизации функционала (4) происходит с учетом ограничений, заданных уравнениями динамики ОУ (1), (3), уравнением наблюдения (2) и неравенствами

$$u_{min_j} \leq u_j(t) \leq u_{max_j};$$
$$j = 1, 2, \ldots, \mathrm{m} \qquad (5)$$

где: $y_{mp}(t)$ – вектор требуемых значений управляемых переменных (задание САУ);

E – диагональная матрица нормирующих множителей

$$E_{j,j} = \sigma_j^2 \qquad (6)$$

σ_j – предел основной погрешности j–го датчика (с выходным сигналом $y_j(t)$).

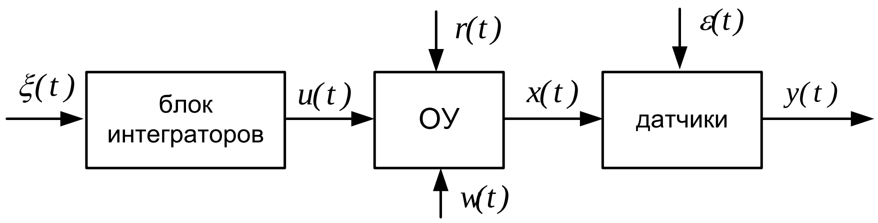

Рисунок 2 – Функциональная схема разомкнутой САУ

Задачу условной минимизации функционала (4) с ограничениями (1) - (3) выполним с помощью принципа максимума и преобразуем полученную двухточечную краевую задачу методом инвариантного погружения в задачу Коши для оптимальных значений $x_{opm}(t)$ переменных состояния $x(t)$ ОУ [3]:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_{opm}(t) \\ \dot{u}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f\left(x_{opm}(t), u(t), r(t)\right) + G \cdot w(t) \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{\tau} \cdot P(t) \cdot \begin{bmatrix} C(t)^T \\ 0 \end{bmatrix} \cdot E^{-1} \cdot \left[y_{mp}(t) - y(t)\right] \qquad (7)$$

с начальными условиями:

$$\begin{bmatrix} x_{opm}(t_0) \\ u(t_0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x(t_0) \\ 0 \end{bmatrix},$$

где: $P(t)$ – матрица вспомогательных переменных, текущие значения которых вычисляют численным интегрированием матричного уравнения Риккати:

$$\dot{P}(t) = A(t) \cdot P(t) + P(t) \cdot A(t) - \frac{1}{\tau} \cdot P(t) \cdot Q(t) \cdot P(t) + \frac{1}{\tau \cdot \mu} \cdot L; \quad P(t_0) = I;$$

$$A(t) = \begin{bmatrix} F(t) & B(t) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; Q(t) = \begin{bmatrix} C(t)^T \cdot E^{-1} \cdot C(t) & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; L = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \Delta U \cdot \Delta U^T \end{bmatrix}; \tag{8}$$

$$F(t) = \frac{\partial f(x_{изм}(t), u(t), r(t))}{\partial x_{изм}(t)}; \; B(t) = \frac{\partial f(x_{изм}(t), u(t), r(t))}{\partial u(t)}; \; C(t) = \frac{\partial q(x_{изм}(t))}{\partial x_{изм}(t)};$$

где I – единичная матрица;

$x_{изм}(t)$ – вектор, образованный измеренными значениями переменных состояния ОУ.

Матричное уравнение (7) после выполнения операций умножения матриц, входящих во второе слагаемое правой части этого уравнения, можно разделить на два уравнения:

$$\dot{x}_{opm}(t) = f(x_{opm}(t), u(t), r(t)) + G \cdot w(t) + K(t) \cdot (y_{mp}(t) - y(t)) \tag{9}$$

$$\dot{u}(t) = kI(t) \cdot (y_{mp}(t) - y(t)) \tag{10}$$

где: $K(t)$ и $kI(t)$ – матрицы, текущие значения которых вычисляют по уравнению:

$$\begin{bmatrix} K(t) \\ kI(t) \end{bmatrix} = \frac{1}{\tau} \cdot P(t) \cdot \begin{bmatrix} C(t)^T \\ 0 \end{bmatrix} \cdot E^{-1} \tag{11}$$

Если на входы ОУ подавать оптимальные управляющие сигналы $u_{opm_j}(t)$, обращающие в минимум ФОР (4), то переменные состояния ОУ будут принимать свои оптимальные значения $x_{opm}(t)$ [5].

При этом уравнение динамики (1) с оптимальными управляющими сигналами примет вид:

$$\dot{x}_{opm}(t) = f\left(x_{opm}(t), u_{opm}(t), r(t)\right) + G \cdot w(t) \tag{12}$$

Решения дифференциальных уравнений (9) и (10) с одинаковыми начальными условиями совпадут, если

$$u_{opm}(t) = kP(t) \cdot \left(y_{mp}(t) - y(t)\right) + u(t) \tag{13}$$

где:

$$kP(t) = [B(t)^T \cdot B(t)]^{-1} \cdot B(t)^T \cdot K(t) \tag{14}$$

Р. Калман доказал, что система оптимального управления, использующая в алгоритме формирования управляющих воздействий уравнение Риккати (8), асимптотически устойчива, если матрица Гессе

$$\Gamma(t) = P(t) \cdot Q(t) \cdot P(t)$$

положительно полуопределенная [3].

В рассматриваемом случае это условие устойчивости выполняется при любых значениях параметра регуляризации $\mu \neq 0$. Необходимый запас устойчивости можно обеспечить варьированием величины параметра регуляризации μ [3].

Функционал (4) образован суммой квадратов слагаемых, поэтому управляющие воздействия $u_{opm}(t)$, обращающие ФОР (4) в минимум, обращают в минимум каждое слагаемое этого функционала. Первое слагаемое ФОР (4) пропорционально квадрату среднеквадратической погрешности управления. Второе слагаемое подынтегрального выражения ФОР (4) образовано суммой квадратов входных сигналов $\xi_j(t)$ интеграторов САУ (3). Квадрат сигнала $\xi_j(t)$ пропорционален мощности, затраченной на его формирование. Следовательно, второе слагаемое ФОР (4) пропорционально энергии, затраченной на формирование входных сигналов $\xi_j(t)$ интегрирующих блоков (3), и, поэтому, пропорционально энергии, затраченной на формирование выходных сигналов $u_j(t)$ интегрирующих блоков (3) – управляющих сигналов ОУ. Таким образом, действительно, управляющие сигналы $u_{opm}(t)$, сформированные по алгоритму (9)÷(14), полученному в результате решения задачи минимизации ФОР (4) с ограничениями (1) - (3), обеспечивают минимальную среднеквадратическую и минимальную статическую погрешности управления при минимальных затратах энергии на формирование управляющих сигналов.

Из уравнений (9) - (14) следует, что вектор оптимальных управляющих воздействий, обращающий в минимум ФОР (4), формирует автоматически перенастраиваемый многомерный ПИ-регулятор. Параметры многомерного ПИ-регулятора вычисляют по уравнениям (11), (14), в которых используется матрица вспомогательных функций $P(t)$. Текущие значения матрицы $P(t)$ вычисляют численным интегрированием уравнения Риккати (8).

Модуль 1 вычислителя на функциональной схеме (рис.1) должен формировать требуемые значения вектора управляемых переменных $y_{mp}(t)$ (углов тангажа, рысканья и крена) с использованием отклонений текущих значений координат ЛА от требуемой траектории полета.

Выводы

Предложен метод синтеза адаптивной САУ с автоматически перенастраиваемым многомерным ПИ-регулятором.

Синтезирована функциональная схема адаптивной САУ которая обеспечивает минимальную статическую и минимальную среднеквадратическую погрешности управления при минимальных затратах энергии на формирование управляющего воздействия.

Оценку характеристик конкретной адаптивной САУ для космического аппарата предполагается получить в результате дальнейших исследованиях методом математического моделирования.

Библиографические ссылки

1. Александров А.Г. Методы построения систем автоматического управления. М.: Физматлит, 2008. 232 с.
2. Гольцов А.С. Методы оптимизации и адаптивного управления в машиностроении. Волгоград: ВолгГТУ, 2009. 168 с.
3. Калман Р., Фарб П., Арбиб М. Очерки по математической теории систем. М.:Единореал, 2004. 400 с.
4. Nhan T. Nguyen Model-Reference Adaptive Control Springer, 2018 - Technology & Engineering - 444 pages.

5. Yongchun Xie, Huang Huang, Yong Hu, Zhang G. Q. Applications of advanced control methods in spacecrafts: progress, challenges, and future prospects. Frontiers of Information Technology & Electronic Engineering, 2016.

Надійшла до редколегії 14.11.2019р.

Ведомости про авторов

Тищенко Арамаіс Вікторович, Україна. Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара. Аспірант. Сфера інтересів - системи керування і телекомунікації

Кулабухов Анатолій Михайлович, Україна. Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара. Завідувач кафедри систем автоматизованого управління, кандидат технічних наук, доцент. Сфера інтересів - системи керування і телекомунікації

Масальский Віктор Олександрович, Україна. Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара. Аспірант. Сфера інтересів – супутниковий зв’язок