

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ НАВИГАЦИИ И УГЛОВОЙ ОРИЕНТАЦИИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА

И. А. Сидоров, А. А. Манойленко

Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара, пр. Гагарина 72, г. Днепр, 49010, Украина, e-mail: aamz5@meta.ua

Анотация. На данный час відзначається підвищений інтерес до створення бесплатформених інерціальних навігаційних систем (БІНС), які складають інформаційне ядро сучасних бортових комплексів орієнтації та навігації космічних апаратів (КА). Виникає актуальне завдання, яке зв'язане з розробкою високоточних алгоритмів оцінювання і фільтрації даних з датчиків параметрів руху КА, математичної моделі БІНС, розрахунком її похибок та аналізом впливу похибок на характеристики системи навігації і орієнтації КА. Запропоновано математичну модель для вирішення завдання навігації і кутової орієнтації малого КА, оснащеного електромагнітними органами керування, з урахуванням фільтрації "зашумлених" даних магнітометра. Задані вимоги до точності кутової орієнтації і стабілізації КА в режимі підтримки тривісної орієнтації КА в орбітальній системі координат (ОСК) і до тривалості режиму гасіння кутових швидкостей, одержуваних КА при відділенні від ракети-носія (РН), і режиму початкового побудови тривісної орієнтації КА в ОСК. Математична модель включає: модель руху центру мас КА в оскулюючих елементах орбіти з заданими параметрами, модель кутового руху КА навколо центру мас, модель магнітного поля Землі (МПЗ) і модель фільтрації даних магнітометра. В якості алгоритму фільтрації даних з магнітометра про складові вектора магнітної індукції МПЗ, використаний однопараметричний алгоритм експоненціального згладжування (експоненціального змінного середнього), який належить до класу фільтрів першого порядку з нескінченною імпульсною характеристикою. Наведено результати чисельного моделювання динамічних процесів навігації та кутової орієнтації КА після відділення від РН з урахуванням фільтрації даних магнітометра, отримана оцінка точності кутової орієнтації і стабілізації КА.

Ключові слова: КОСМІЧНИЙ АППАРАТ, НАВИГАЦІЯ, ОРИЄНТАЦІЯ, ФІЛЬТРАЦІЯ, ТОЧНІСТЬ.

Аннотация. Предложена математическая модель для решения задачи навигации и угловой ориентации малого космического аппарата (КА) с учетом фильтрации данных магнитометра. Проведена оценка точности угловой ориентации и стабилизации КА, оснащенного электромагнитными органами управления.

Ключевые слова: КОСМИЧЕСКИЙ АППАРАТ, НАВИГАЦИЯ, ОРИЕНТАЦИЯ, ФИЛЬТРАЦИЯ, ТОЧНОСТЬ.

Abstract. Currently, there is an increased interest in the creation of strapdown inertial navigation systems (SINS), which make up the information core of modern airborne systems for the orientation and navigation of spacecraft (SC). An urgent problem arises, which is associated with the development of high-precision algorithms for estimating and filtering data from the sensors of the SC motion parameters, the mathematical model of the SINS, calculating its errors and analyzing the effect of errors on the characteristics of the navigation system and orientation of the SC. A mathematical model is proposed for solving the problem of navigation and angular orientation of a small SC equipped with electromagnetic control elements, taking into account the filtering of "noisy" magnetometer data. The requirements are set for the accuracy of the angular orientation and stabilization of the SC in the mode of maintaining the triaxial orientation of the SC in the orbital coordinate system (OCS) and for the duration of the damping mode of the angular velocities obtained by the SC during separation from the launch vehicle (LV), and the mode of the initial construction of the triaxial orientation of the SC in OCS. The mathematical model includes: a model of the motion of the center of mass of the SC in the osculating elements of the orbit with specified parameters, a model of the angular motion of the SC around the center of mass, a model of the Earth's magnetic field (EMF) and a model of filtering magnetometer data. As an algorithm for filtering data from a magnetometer on the components of the magnetic induction vector of the EMF, a one-parameter algorithm of exponential smoothing (exponential moving average) is used, which belongs to the class of first-order filters with an infinite impulse response. The results of numerical simulation of the dynamic processes of navigation and the angular orientation of the SC after separation from the LV taking into account the filtering of magnetometer data by the method of exponential smoothing using mathematical models are presented, and the accuracy of the angular orientation and stabilization of the SC is estimated.

Keywords: SPACECRAFT, NAVIGATION, ORIENTATION, FILTERING, ACCURACY.

Введение

Проблемам разработки высокоточных систем наведения, навигации, управления малых спутников на орбите и их элементов посвящено множество работ, в частности [4 – 7].

В качестве объекта управления рассматривается малый космический аппарат (КА), оснащенный тремя управляющими электромагнитами (УЭМ) и трехосным магнитометром (ММ).

Заданы следующие требования к точности угловой ориентации и стабилизации КА: в режиме поддержания трехосной ориентации в орбитальной системе координат (ОСК) точность должна быть не хуже ± 5 град (по крену, тангажу и рысканию) при угловых скоростях в связанной системе координат (ССК) не хуже $\pm 0,01$ град / с.

При этом продолжительность режима гашения угловых скоростей, получаемых КА при отделении от ракеты-носителя (РН), и режима первоначального построения трехосной ориентации КА в ОСК должна быть минимально возможной, но не более 250 минут.

Величины проекций вектора угловой скорости КА на оси ССК после отделения от РН, обусловленные ошибками стабилизации и возмущениями за счет процесса отделения, могут составлять: в канале крена и тангажа в пределах ± 4 град / с; в канале рыскания в пределах ± 2 град / с.

Постановка задачи

Требуется сформировать математическую модель для решения задачи навигации и угловой ориентации КА с учетом фильтрации “зашумленных” данных магнитометра и провести оценку точности угловой ориентации и стабилизации КА.

Математическая модель движения центра масс КА в оскулирующих элементах орбиты

Рассмотрим следующие системы координат:

1) $O_1X_0Y_0Z_0$ – орбитальная система координат. Начало O_1 совпадает с центром масс КА, ось O_1Z_0 направлена по радиус-вектору r , соединяющему центр Земли с центром масс КА, ось O_1X_0 расположена в плоскости орбиты КА и направлена в сторону орбитального движения, ось O_1Y_0 дополняет систему до правой;

2) $O_1X_1Y_1Z_1$ – связанная с центром масс O_1 КА система координат, оси которой направлены по главным центральным осям инерции КА.

Положение ССК относительно ОСК задается матрицей A , элементы которой зависят от углов ориентации КА по крену φ , тангажу θ и рысканию ψ .

Элементы матрицы перехода из ССК в ОСК имеют вид [2]:

$$\begin{aligned} a_{11} &= \cos \psi \cdot \cos \theta + \sin \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi; \\ a_{12} &= -\sin \psi \cdot \cos \theta + \cos \psi \cdot \sin \theta \cdot \sin \varphi; \\ a_{13} &= \sin \theta \cdot \cos \varphi; \\ a_{21} &= \cos \varphi \cdot \sin \psi; \\ a_{22} &= \cos \varphi \cdot \cos \psi; \\ a_{23} &= -\sin \varphi; \\ a_{31} &= -\cos \psi \cdot \sin \theta + \sin \psi \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi; \\ a_{32} &= \sin \psi \cdot \sin \theta + \cos \psi \cdot \cos \theta \cdot \sin \varphi; \\ a_{33} &= \cos \varphi \cdot \cos \theta. \end{aligned} \quad (1)$$

Матрица перехода A^T из ОСК в ССК получается транспонированием матрицы A .

Введем в рассмотрение следующие переменные (оскулирующие элементы):

a – большая полуось орбиты КА;

e – эксцентриситет орбиты КА;

i – наклонение орбиты КА;

Ω – долгота восходящего узла орбиты КА;

ω – аргумент перицентра орбиты КА;

v – истинная аномалия орбиты КА.

Уравнения движения центра масс КА в оскулирующих элементах орбиты имеют вид [1; 2]:

$$\frac{dp}{dt} = 2 \sqrt{\frac{p}{\mu}} r T;$$

$$\frac{de}{dt} = \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left[S \sin v + T \cos v \left(1 + \frac{r}{p} \right) + T e \frac{r}{p} \right];$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{r}{\sqrt{\mu p}} W \cos u; \quad (2)$$

$$\frac{d\Omega}{dt} = \frac{r}{\sqrt{\mu p}} W \frac{\sin u}{\sin i};$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left[-\frac{1}{e} S \cos v + \frac{1}{e} T \sin v \left(1 + \frac{r}{p} \right) - W \frac{r}{p} \operatorname{ctg} i \cdot \sin u \right];$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{\sqrt{\mu p}}{r^2} + \sqrt{\frac{p}{\mu}} \left[\frac{1}{e} S \cos v - \frac{1}{e} T \sin v \left(1 + \frac{r}{p} \right) \right];$$

где $S = F \sin i$ – проекция возмущающей силы F , действующей на КА, направленная по нормали к траектории (по радиус-вектору r);

$T = 0$ – проекция возмущающей силы F , действующей на КА, направленная по трансверсали к траектории;

$W = F \cos i$ – проекция возмущающей силы F , действующей на КА, направленная по бинормали к траектории;

$$F = g \sin i = \frac{\mu}{r^2} \sin i;$$

g – ускорение силы земного притяжения;

$p = a(1 - e^2)$ – фокальный параметр орбиты КА;

$$r = \frac{p}{1 + e \cdot \cos v} \text{ – полярный радиус;}$$

$u = \omega + v$ – аргумент широты восходящего узла орбиты КА;

$$\mu = 0,3986 \cdot 10^{15} \frac{m^3}{c^2} \text{ – гравитационная}$$

постоянная Земли.

Учитывая достаточно малые изменения во времени переменных a , e , i , Ω , ω для круговых орбит, будем рассматривать только уравнение для истинной аномалии орбиты КА, как быстро изменяющейся переменной, в виде:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{\mu}{p}}.$$

Параметры орбиты КА

Орбита КА – околосолнечная, солнечно-синхронная приполярная с

номинальными параметрами при первом прохождении КА восходящего узла:

– большая полуось, a	7046 км;
– эксцентриситет, e	0,001;
– наклонение, i	98°;
– долгота восходящего узла, Ω	240°;
– аргумент широты перигея, ω	69°;
– истинная аномалия, v	83°;
– высота орбиты, h	675 км.

Математическая модель углового движения КА вокруг центра масс

1) Уравнения углового движения КА относительно центра масс в форме Эйлера [1; 2]:

$$\begin{aligned} \dot{I}_x \omega_x + (I_z - I_y) \omega_z \omega_y &= M_x^y + M_x^z; \\ \dot{I}_y \omega_y + (I_x - I_z) \omega_x \omega_z &= M_y^x + M_y^z; \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \dot{I}_z \omega_z + (I_y - I_x) \omega_y \omega_x &= M_z^y + M_z^x; \\ \dot{\varphi} &= \omega_x \cos \psi - \omega_y \sin \psi; \\ \dot{\theta} &= \frac{1}{\cos \varphi} (\omega_x \sin \psi + \omega_y \cos \psi) - \omega_o; \end{aligned} \quad (4)$$

$$\dot{\psi} = \omega_z + (\theta + \omega_o) \sin \varphi;$$

$$I_x = 1,44 \text{ кгс} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2; I_y = 1,55 \text{ кгс} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2; I_z = 1,27 \text{ кгс} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^2$$

– моменты инерции КА относительно главных центральных осей; ω_o – средняя орбитальная угловая скорость КА; φ, θ, ψ – углы отклонения КА в ОСК по крену, тангажу и рысканию соответственно;

2) Величины действующих на КА моментов сил:

– гравитационный момент:

$$\begin{aligned} M_x^z &= 3\omega_o^2 (I_z - I_y) a_{32} a_{33} \\ M_y^z &= 3\omega_o^2 (I_x - I_z) a_{31} a_{33}; \\ M_z^z &= 3\omega_o^2 (I_y - I_x) a_{31} a_{32}; \end{aligned} \quad (5)$$

где a_{31}, a_{32}, a_{33} – элементы матрицы A ;

$\omega_o = \sqrt{\frac{\mu}{r^3}}$ – средняя орбитальная угловая скорость КА, $\omega_o \approx 0,0612$ град/с;

$\mu = 0,3986 \cdot 10^{15} \frac{m^3}{c^2}$ – гравитационная постоянная Земли.

– требуемый управляющий момент, необходимый для отработки угловых рассогласований ССК и ОСК и угловых скоростей КА в ССК:

$$\begin{aligned} f_x &= K_1(a_{23} - a_{32}) - K_2\omega_x; \\ f_y &= K_1(a_{31} - a_{13}) - K_2\omega_y; \\ f_z &= K_1(a_{12} - a_{21}) - K_2\omega_z; \end{aligned} \quad (6)$$

– требуемый магнитный момент:

$$\begin{aligned} F_x &= -\frac{K}{H^2}(H_z f_y - H_y f_z); \\ F_y &= -\frac{K}{H^2}(H_x f_z - H_z f_x); \\ F_z &= -\frac{K}{H^2}(H_y f_x - H_x f_y); \end{aligned} \quad (7)$$

– располагаемый механический управляющий момент от взаимодействия УЭМ с МПЗ:

$$\begin{aligned} M_x^y &= \frac{K}{H^2} \cdot \left[-(H_y^2 + H_z^2) f_x + H_x (H_z f_z + H_y f_y) \right]; \\ M_y^y &= \frac{K}{H^2} \cdot \left[-(H_z^2 + H_x^2) f_y + H_y (H_x f_x + H_z f_z) \right]; \\ M_z^y &= \frac{K}{H^2} \cdot \left[-(H_x^2 + H_y^2) f_z + H_z (H_y f_y + H_x f_x) \right]; \end{aligned} \quad (8)$$

где F_x, F_y, F_z – собственные

магнитные моменты УЭМ, не более $10 \text{ А} \cdot \text{м}^2$;

H_x, H_y, H_z – компоненты вектора напряженности МПЗ в проекциях на оси ССК; $H^2 = H_x^2 + H_y^2 + H_z^2$.

K_1, K_2, K_y – коэффициенты усиления системы ориентации КА, $K_y = -0,1$; $K_1 = 0,005$; $K_2 = 1,0$.

Математическая модель МПЗ

1) Проекция вектора напряженности МПЗ на оси ОСК (для дипольной модели Земли), А/м [1; 2]:

$$\begin{aligned} H_{x0} &= \frac{\mu_1}{r^3} \sin i \cos u; \\ H_{y0} &= \frac{\mu_1}{r^3} \cos i; \\ H_{z0} &= -2 \frac{\mu_1}{r^3} \sin i \sin u; \end{aligned} \quad (9)$$

2) Проекция вектора напряженности МПЗ на оси ССК, А / м:

$$(H_x, H_y, H_z) = A^T \cdot (H_{x0}, H_{y0}, H_{z0}); \quad (10)$$

3) Проекция вектора магнитной индукции МПЗ на оси ССК, Н / (А м):

$$\begin{aligned} B_x &= \mu_0 H_x + \delta B_x; \\ B_y &= \mu_0 H_y + \delta B_y; \\ B_z &= \mu_0 H_z + \delta B_z; \end{aligned} \quad (11)$$

где $\mu_0 = 1,256637 \cdot 10^{-6}$ – магнитная постоянная, Н / А²;

$\mu_1 = 0,3 R_3^3 79,6$ – постоянная, А см³ / м;

$\mu_e = \mu_0 \mu_1 = 7,87 \cdot 10^{15}$ – постоянная, Тс м³;

i – наклонение орбиты КА, рад;

$u = \omega + v \approx \omega_0 t$ – аргумент широты восходящего узла орбиты КА (полярный угол), рад;

ω – аргумент перигея, рад;

v – истинная аномалия, рад;

$\omega_0 = \sqrt{\frac{\mu}{r^3}}$ – средняя орбитальная

угловая скорость КА; $\omega_0 \approx 0,0612$ град / с;

$R_3 = 6371$ – средний радиус Земли, км;

r – расстояние от центра Земли до центра масс КА, км.

Величины $\delta B_x, \delta B_y, \delta B_z$ имеют случайный характер, распределены по нормальному закону, характеризуют “неидеальность” работы магнитометра, находятся в пределах $\pm 1\%$ от номинальных значений. Диапазон измерений составляющих вектора магнитной индукции ± 65 мкТл. Частота опроса магнитометра 10 Гц.

Математическая модель фильтрации данных магнитометра

В качестве алгоритма фильтрации “зашумленных” данных о составляющих вектора магнитной индукции МПЗ, поступающих с магнитометра, применим однопараметрический алгоритм экспоненциального сглаживания (экспоненциального скользящего среднего) [3]. Экспоненциальное скользящее среднее принадлежит классу БИХ-фильтров первого порядка с бесконечной импульсной характеристикой.

На вход фильтра последовательно поступают члены исходного временного ряда, а на выходе формируются значения экспоненциального скользящего среднего.

Пусть задан временной ряд b_1, b_2, \dots, b_n . Экспоненциальное сглаживание ряда осуществляется по рекуррентной формуле (модель Брауна):

$$b'_i = (1 - \gamma)b'_{i-1} + \gamma b_i, \quad (12)$$

где b'_i – значение величины после обработки на текущий момент времени;

b'_{i-1} – величины после обработки на предыдущий момент времени;

b_i – текущее значение фильтруемой величины;

$0 < \gamma < 1$ – параметр фильтра, подбирается экспериментально, определяет степень сглаживания. Чем меньше γ , тем сильнее будет сглаживаться входной сигнал.

Результаты моделирования

С использованием математических моделей (1) – (12) проведено численное моделирование на ПЭВМ динамических процессов навигации и угловой ориентации КА после отделения от РН с учетом фильтрации данных магнитометра методом экспоненциального сглаживания.

Из результатов моделирования следует, что требуемая точность угловой ориентации и стабилизации КА после отделения от РН достигается через ~ 9500 секунд.

На рис. 1, 2 приведены значения угла ориентации КА в ОСК по тангажу и угловой скорости КА в ССК на временном интервале 9500 – 18000 с.

На рис. 3, 4 приведены значения величины разности “фильтрованных” и “зашумленных” сигналов с магнитометра о проекциях V_x , V_z вектора магнитной индукции МПЗ на оси ССК.

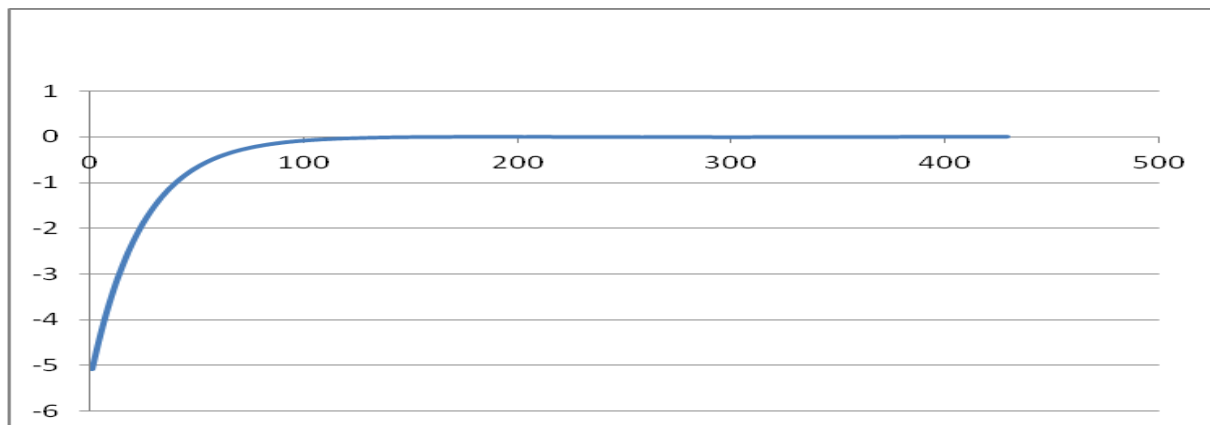


Рисунок 1 – Значение угла ориентации КА в ОСК по тангажу

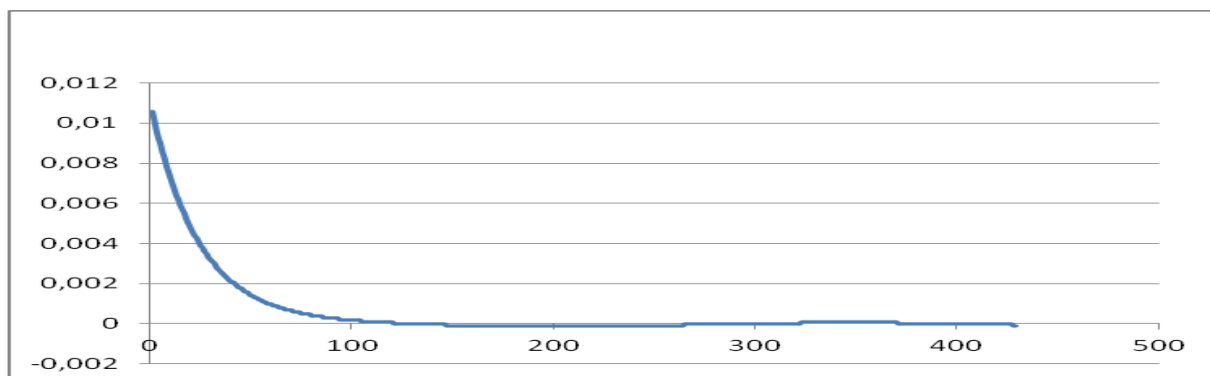


Рисунок 2 – Значение угловой скорости КА в ССК по тангажу

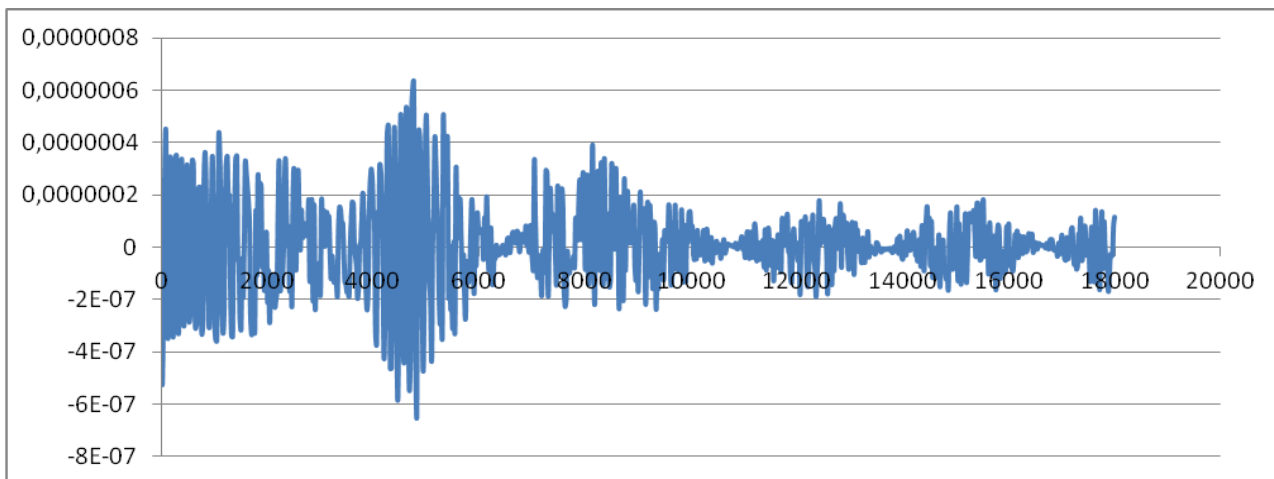


Рисунок 3 – Значения величины разности “фильтрованных” и “зашумленных” сигналов с магнитометра о проекции V_x вектора магнитной индукции МПЗ на оси ССК

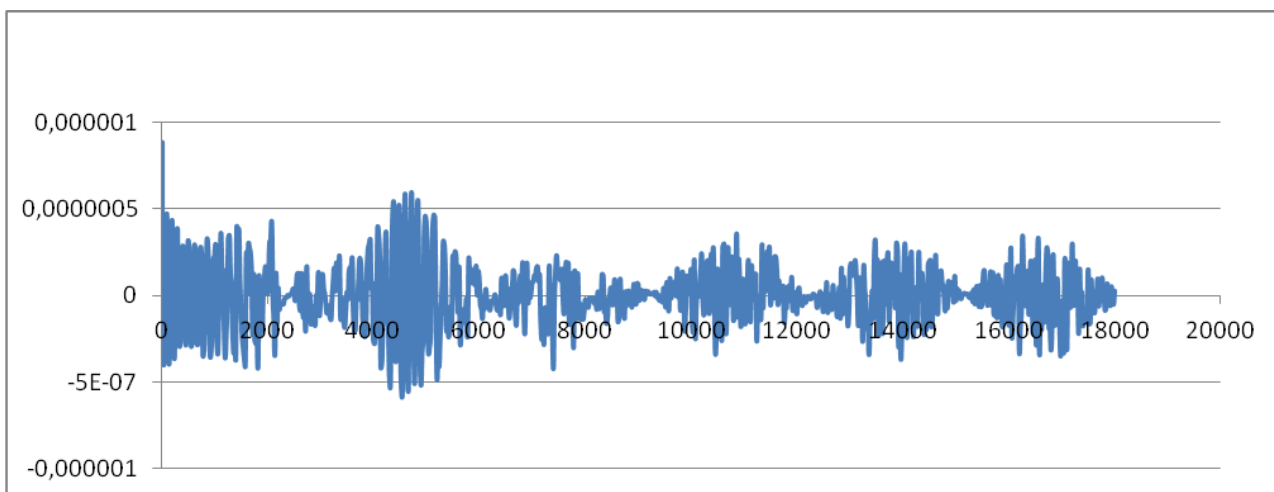


Рисунок 4 – Значения величины разности “фильтрованных” и “зашумленных” сигналов с магнитометра о проекции V_z вектора магнитной индукции МПЗ на оси ССК

На рис. 5 приведена величина модуля разности значений угла ориентации КА в ОСК по тангажу, полученных для расчетных случаев с фильтрацией данных

магнитометра и без фильтрации, на рис. 6 – величина модуля разности значений для угловой скорости КА в ССК по тангажу.

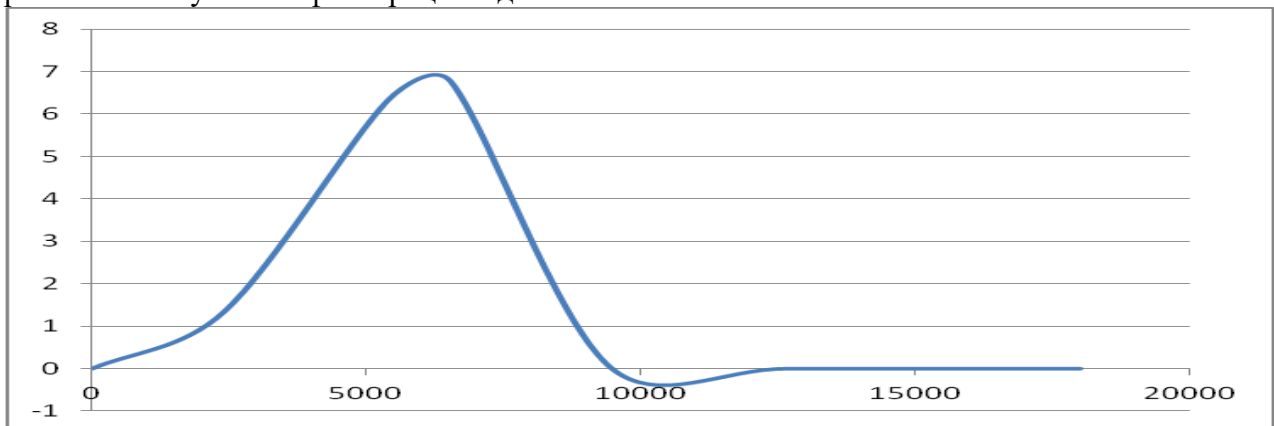


Рисунок 5 – Величина модуля разности значений угла ориентации КА в ОСК по тангажу, полученных для случаев с фильтрацией данных магнитометра и без фильтрации

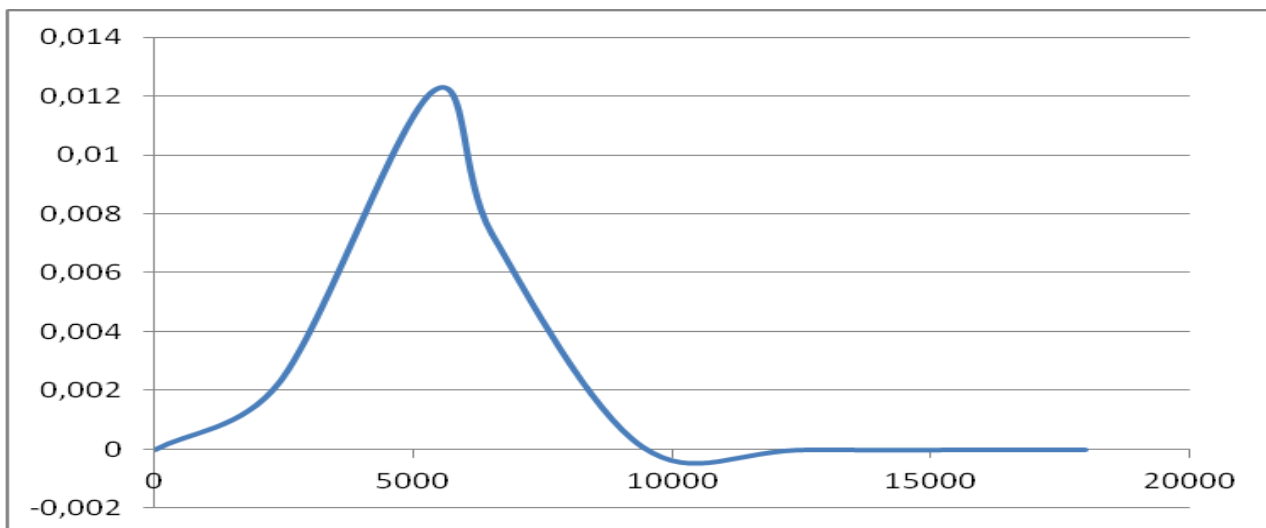


Рисунок 6 – Величина модуля разности значений угловой скорости КА в ССК по тангажу, полученных для случаев с фильтрацией данных магнитометра и без фильтрации

На рис 7, 8 приведены значения F_x , F_z собственных магнитных моментов, создаваемых управляющими

электромагнитами в каналах крена и рыскания соответственно.

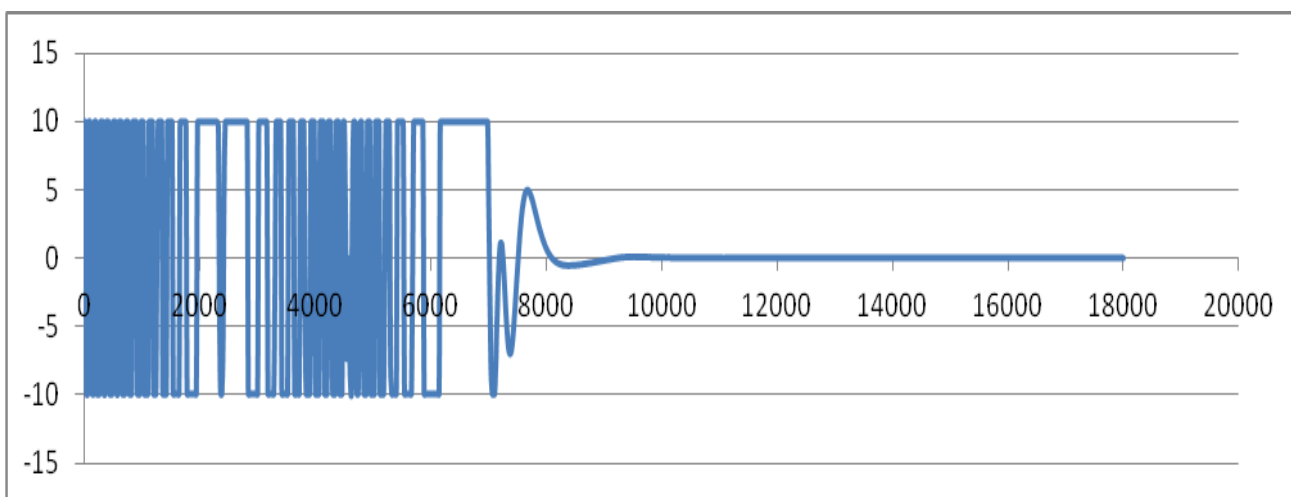


Рисунок 7 – Значения собственного магнитного момента УЭМ в канале крена, F_x

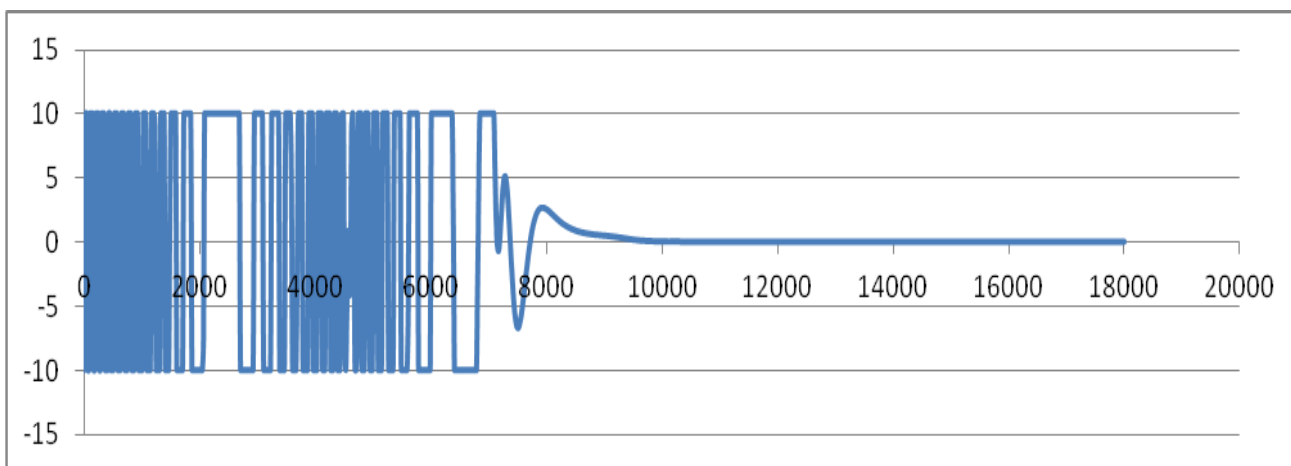


Рисунок 8 – Значения собственного магнитного момента УЭМ в канале рыскания, F_z

Выводы

Предложена математическая модель для решения задачи навигации и угловой ориентации малого КА, оснащенного электромагнитными органами управления, с учетом фильтрации “зашумленных” данных магнитометра и проведения оценок точности угловой ориентации и стабилизации КА на этапе проектирования.

Математическая модель включает: модель движения центра масс КА в оскулирующих элементах орбиты с заданными параметрами, модель углового движения КА вокруг центра масс, модель МПЗ и модель фильтрации данных магнитометра.

В качестве алгоритма фильтрации данных с магнитометра о составляющих вектора магнитной индукции МПЗ, использован однопараметрический алгоритм экспоненциального сглаживания (экспоненциального скользящего среднего), который принадлежит классу БИХ-фильтров первого порядка с бесконечной импульсной характеристикой.

Приведены результаты численного моделирования динамических процессов навигации и угловой ориентации КА после отделения от РН с учетом фильтрации данных магнитометра методом экспоненциального сглаживания, получена оценка точности угловой ориентации и стабилизации КА.

Библиографические ссылки

1. Лебедев Д.В. Навигация и управление ориентацией малых космических аппаратов / Д.В. Лебедев, А.И. Ткаченко. К.: Наукова думка, 2006. 298 с.
2. Мирер С.А. Механика космического полета. Орбитальное движение: учеб. пособие. М: Резолит, 2013. 272 с.
3. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. С.-Пб.: Питер, 2002. 608 с.
4. G. Di Mauro, M. Lawn, R. Bevilacqua. Survey on Guidance Navigation and Control Requirements for Spacecraft Formation-Flying Missions // JOURNAL

OF GUIDANCE, CONTROL AND DYNAMICS. Vol. 41, № 3, 2018, pp. 581–603. DOI: 10.2514/1.G002868.

5. Brent E. Tweddle. Relative Computer Vision Based Navigation for Small Inspection Spacecraft // JOURNAL OF GUIDANCE, CONTROL AND DYNAMICS. Vol. 38, № 5, 2015, pp. 969–978. DOI: 10.2514/1.G000687.
6. Peter Z. Schulte†, David A. Spencer. Development of an Integrated Spacecraft Guidance, Navigation, Control Subsystem for Automated Proximity Operations // ELSEVIER. Acta Astronautica. Vol. 118, 2016, pp. 168–186. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094576515003811>
7. Francesco Sansone, Alessandro Francesconi. Low-cost relative navigation sensors for miniature spacecraft and drones. June 2015. DOI:10.1109 / MetroAeroSpace.2015.7180688.

Надійшла до редколегії 03.04.2019

Сведения об авторах



Сидоров Илья Андреевич, Украина. Днепропетровский национальный университет им. Олеса Гончара. Аспирант. Сфера интересов – системы и процессы управления.



Манойленко Александр Алексеевич. Украина. Днепропетровский национальный университет им. Олеса Гончара. Кандидат технических наук, доцент. Сфера интересов – системы и процессы управления