УДК 656.13

МИНИМИЗАЦИЯ ОШИБОК ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ КООРДИНАТ ДВИЖУЩИХСЯ ОБЪЕКТОВ

О.П. Алексеев, профессор, д.т.н., В.О. Алексеев, профессор, д.т.н.,
Ю.А. Ковтунов, доцент, к.т.н., С.В. Пронин, доцент, к.т.н., ХНАДУ

Аннотация. *Рассмотрен метод снижения погрешности в показаниях спутниковых навигаторов возникающих по трассе прохождения сигнала в атмосфере с помощью применения метода наименьших квадратов.*

Ключевые слова: *навигация, определение местоположения, статистическая обработка информации, метод наименьших квадратов.*

МІНІМІЗАЦІЯ ПОМИЛОК ПРИ ВИЗНАЧЕННІ КООРДИНАТ РУХОМИХ ОБ'ЄКТІВ

О.П. Алексієв, професор, д.т.н., В.О. Алексієв, професор, д.т.н.,
Ю.О. Ковтунов, доцент, к.т.н., С.В. Пронін, доцент, к.т.н., ХНАДУ

Анотація. *Розглянутий метод зниження погрішності в показаннях супутникових навігаторів виникаючих по трасі прохо-дження сигналу в атмосфері за допомогою застосування методу найменших квадратів.*

Ключові слова: *навігація, визначення місця розташування, статистична обробка інформації, метод найменших квадратів.*

REDUCTION OF ERRORS IN DETERMINING THE ORIGIN OF MOVING OBJECTS

O. Alekseev, professor, dr. eng. sc.,V. Alekseev, professor, dr. eng. sc.,
Y. Kovtunov, assistant professor, cand. eng. sc.,
S. Pronin, assistant professor, cand. eng. sc., KhNAHU

Abstract. *A method of reducing the error in the readings of satellite navigators encountered along the route of the signal in the atmosphere by applying the method of least squares.*

Keywords: *navigation, positioning, statistical processing of information, the method of least squares*

Введение

Навигационные системы на данный момент являются неотъемлемой частью жизни современного общества. Их использование сегодня повсеместно: в персональных навигационных устройствах, в бизнес-решениях и крупных системах мониторинга муниципального и государственного уровней. В транспортной отрасли навигационные системы позволяют решать задачи мониторинга, управления транспортными потоками, безопасности и т.д.

Тем не менее процесс определения местоположения имеет свои трудности которые требуют различных приёмов по их решению.

Анализ публикаций

Системы определения местоположения применяемые на транспорте включает в себя следующие виды: инерциальную навигацию, локальное позиционирование, спутниковую навигацию и гибридную соединяющую в себе несколько подходов [1].

Наиболее отвечающими требованиям связанным со спецификой работы транспорта являются спутниковые и гибридные методы определения местоположения.

Как было сказано выше процесс определения местоположения имеет свои трудности в виде ошибок которые связаны со спецификой работы навигационных систем. Точностные характеристики навигационных спутниковых систем определяются уровнем основных ошибок измерений и геометрическим расположением используемых спутников и потребителя [1].

Обычно в радионавигационных системах можно выделить четыре основных источника ошибок:
- ошибки наблюдателя (“ошибки транспортного средства”);
- неточное измерение высоты антенны, ошибки центрирования, ошибки в показаниях GPS аппаратуры);
- ошибки аппаратуры, к которым относятся ошибки фазовых и кодовых отсчетов, характеризующих шум аппаратуры;
- ошибки в измеренных временных задержках или поправках часов как на спутнике, так и в приемнике;
- нестабильность фазовых центров антенн;
- влияние внешних условий по трассе распространения сигнала (неоднородности тропосферы и ионосферы, многопутность, интерференция, ослабление сигналов из-за препятствий, влияние магнитных бурь);
- ошибки математической обработки (слабая геометрия созвездия спутников, ошибки орбит и априорных координат начала базовой линии, ошибки геофизических моделей или стохастических моделей) [2,3].

Наряду с отмеченными погрешностями, одним из наиболее важных при определении местоположения являются погрешности, связанные с учетом остаточных влияний атмосферы [3].

Определение тропосферной задержки в процессе обработки измерений используется во множестве научных программ а также в ряде коммерческих программных пакетов. Обилие разработанных методов подтверждает тезис о том, что учет влияния тропосферы остается одним из самых трудных факторов при высокоточных измерениях [3].

Обработка данных включает вычисление значений неизвестных параметров по набору измерений или наблюдений, предварительно объединенных некоторыми мерами, которые выражают качество значений оцениваемых параметров. В данном случае одним из наиболее точных дающих достоверные данные для получения нужных оценок является оценивание по методу наименьших квадратов. Возможно усиление этого метода в «пакетном» алгоритме, чтобы определить полный вектор неизвестных параметров в едином математическом процессе, используя все наблюдения одновременно [4].

Алгоритм коррекции определения местоположения с помощью метода наименьших квадратов

Рассмотрим методику и алгоритмы статистической обработки навигационной информации из полной выборки измерений спутниковых радионавигационных систем для избыточного числа *n* навигационных исскуственных спутников Земли, или для последовательного числа *n* измерений, которые относятся к одному навигационному исскуственному спутнику Земли.

Пусть навигационные функции для измерения *n* навигационного параметра по избыточной информации спутниковой радионавигационной системы (для одновременных или разновременных измерений) предоставленны в виде системы уравнений:

$$Ri = Ri\,(q_1, q_2, q_3);\ i = 1,..n \qquad (1)$$

Решая задачу определения координат и траекторий подвижного объекта, как задачу уточнения параметров движения объекта, осуществим линеаризацию навигационной функции в окраинах расчетных значений оцениваемых параметров. Для этого решают любые три общих уравнения системы (1), или пользуются априорными данными (расчетными, от системы исчисления координат, или от других навигационных спутников). Тогда систему расчетных уравнений запишем в виде:

$$R_{0i} = Ri\ (q_{01}, q_{02}, q_{03}),\ i = 1,..n \qquad (2)$$

Различие измеренных и расчетных значений навигационного устройства (Ri - Roi) можно выразить через исправление δj к приближенным значениям координат q_0, а потом обработку вести к получению наилучших оценок этих исправлений с использованием всего объема измеренной информации:

$$Ri - R_{0i} = Ri\ (q_{01} + \delta_1;\ q_{02} + \delta_2;\ q_{03} + \delta_3) - \\ - Ri\ (q_{01}, q_{02}, q_{03}), \qquad (3)$$

Линеаризация этих уравнений производится путем разложения системы (3) в ряд Тейлора по степеням исправлений δj с использованием первых членов этого ряда

$$R_i - R_{oi} = r_i = \frac{\partial R_i}{\partial q_1}\delta_1 + \frac{\partial R_i}{\partial q_2}\delta_2 + \frac{\partial R_i}{\partial q_3}\delta_3 =$$

$$= \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial R_i}{\partial q_j}\delta j\,. \qquad (4)$$

Используя матричную форму записи этой системы уравнений, введем матрицу-столбец различий навигационного параметра в виде:

$$R = \left\| R_i - R_{0i} \right\|^{n\times 1} = \left\| r_i \right\|^{n\times 1},\ i = 1,..n \qquad (5)$$

Введем матрицу-столбец частичных производных размерности n*3:

$$C = \left\| \frac{\partial R_i}{\partial q_j} \right\|^{n\times 3} = \left\| \begin{matrix} \frac{\partial R_1}{\partial q_1} & \frac{\partial R_2}{\partial q_2} & \frac{\partial R_3}{\partial q_3} \\ .... & .... & .... \\ .... & .... & .... \\ \frac{\partial R_n}{\partial q_1} & \frac{\partial R_n}{\partial q_2} & \frac{\partial R_n}{\partial q_3} \end{matrix} \right\|, \qquad (6)$$

Указанная матрица имеет большое значение для оценки геометрических свойств методов навигации.

Введем матрицу-столбец Δ исправлений δi, к координатам, которые уточняются:

$$\Delta = \left\| \begin{matrix} \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \end{matrix} \right\|^{3\times 1},$$ или матрицу строку

$$\Delta^t = \left\| \delta_1 \quad \delta_2 \quad \delta_3 \right\|^{1\times 3}, \qquad (7)$$

С учетом введенных обозначений представим систему исходных линеаризованых уравнений в матричной форме:

$$R = C\Delta, \qquad (8)$$

В системе (8) различия относятся к разным навигационным параметрам, которые имеют неодинаковые размерности и измеряются с разной точностью. Поэтому все различия необходимо привести к безразмерному виду для придания однородности системе (8); для этого левые и правые части (8) перемножают на весовые коэффициенты $p_i = h/\sigma ri$, где σri - дисперсия погрешности измерения i-*го* ЧП; hi - масштабный коэффициент.

Далее образуем из весовых коэффициентов p, диагональную матрицу размерности $n * n$ (потому что pi размещаются только по главной диагонали):

$$po = diag\ \left\| p_i \right\|^{n\times n}, \qquad (9)$$

Тогда выполненное высшее умножение левых и правых частей системы уравнений (8) можно показать в виде матричных операций умножения, которые приведут к матричному виду системы условных уравнений:

$$p_o R = p_o C\Delta, \qquad (10)$$

Применим для решения системы уравнений (9) процедуру метода наименьших квадратов, исходя из следующих предпосылок.

Если n уравнений (9) независимые с тремя неизвестными, то совокупность трех исправлений δi; не может удовлетворить этой системе и при подстановке δi, в соответствующие уравнения, левые и правые части окажутся неравными, то есть появляются различия или расхождения этих частей. Обозначив расхождения через εi, (u = 1,..n) получим новую запись выражения:

$$\varepsilon i = \left(p_i \sum_{j=1}^{3} \frac{\partial R_i}{\partial q_i} \right) - p_i r_i \,. \qquad (11)$$

Отметим, что это выражение получено относительно начального приближения. Матричным эквивалентом выражения (11) есть следующее уравнение:

$$E = p_o C\Delta - p_o R, \qquad (12)$$

При этом расхождения полагают случайными величинами. Метод наименьших квадратов позволяет найти такие наилучшие исправления к координатам δi при которых сумма квадратов расхождений есть минимальной, то есть:

$$V = \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \min \,, \qquad (13)$$

Это общее условие можно показать в виде трех условий:

$$\frac{\partial V}{\partial \delta_1} = 0; \frac{\partial V}{\partial \delta_2} = 0; \frac{\partial V}{\partial \delta_3} = 0, \qquad (14)$$

После вычислений составляется система т.н. нормальных уравнений в матричной форме:

$$A\Delta = B \text{ или } \Delta = A^{-1}B, \qquad (15)$$

где: $A = C^T PC$ – матрица коэффициентов; $B = C^T PR$ – матрица правых частей системы нормальных уравнений; $p_0 = p_0^T p_0$ весовая диагональная матрица (элементы которой являются квадратами элементов матрицы p_0).

При статистической обработке информации $A = K_q$, то есть матрица коэффициентов равняется корреляционной матрице погрешностей определения координат, диагональные элементы которой являются дисперсиями параметров, которые определяются.

На следующих этапах процедура метода наименьших квадратов завершается нахождением исправлений (погрешностей) оценки координат; при выполнении условия $\Delta \leq \varepsilon$ (то есть при получении исправлений $\delta j \leq \delta j$ *доп* меньшей допустимого (установленного) значения); процедура отыскания оптимальных исправлений заканчивается после ряда итераций; при этом найденные оптимальные значения исправлений δ_j^* добавляются к текущим значениям координат, то есть:

$$q_j^* = q_j + \delta_j^*, \qquad (16)$$

Если в обработку навигационной информации спутниковой радионавигационной системы вводятся независимые измерения и навигационный параметр, который определяются, образуют ортогональный базис (то есть линеаризованный параметр пересекается под углом 90°), то результирующая среднеквадратичная погрешность (исправление) местоопределения выражается через корреляционную матрицу, то есть:

$$\sigma_q = \sqrt{Sp(K_q)} = \sqrt{\sum_{i=1}^{n} \sigma_{Ri}^2} \,, \qquad (17)$$

или при равенства дисперсии погрешностей измерения ЧП

$$\sigma_{R1}^2 = \sigma_{R2}^2 = \ldots = \sigma_{Ri}^2 = \sigma_R$$

$$\sigma_q = \sigma_R \Gamma_\phi, \qquad (18)$$

где: Γ_ϕ, – коэффициент (геометрический фактор), который характеризует геометрические условия навигационных определений (геометрию пространственного размещения и состава навигационных исскуственных спутников Земли относительно транспортного средства, конфигурацию сети навигационных исскуственных спутников Земли, тип измеренного навигационного параметра).

На первом итерационном цикле коэффициенты нормальных уравнений исчисляются по данным начального приближения при оценке координат местоопределения по априорным данным о результатах измерения (Ri).

Решение системы уравнений $\Delta = A^{-1}B$ дает наиболее возможные значения исправлений δi к приближенным значениям координат q_{0j}. Поэтому добавление к значениям q_{0j} найденных исправлений δi еще не дает наилучших по точности результатов. На второму итерационном цикле принимают исправленные значения координат в качестве новых начальных условий второго приближения и снова повторяют всю изложенную выше процедуру обработки данных. Такие итерационные циклы последовательного приближения могут повторяться несколько раз пока отличие последних уточненных значений навигационных параметров в сравнении с предыдущими не окажется меньше заданных погрешностей определения координат местоположения объекта, то есть не окажется меньше заданных (допустимых) значений погрешностей определения координат

$$\delta j \leq \delta j \; доп. \tag{19}$$

Вывод

В статье предложена методика минимизации ошибок возникающих при определении местоположения движущихся объектов из-за влияния атмосферных явлений. Данная методика основана на основе обработки статистической информации методом наименьших квадратов.

Рассмотренный алгоритм может быть широко использоваться в программном обеспечении и навигационной спутниковой аппаратуре для определения местоположения транспортных средств.

Литература

1. Соловьев Ю.А. Системы спутниковой навигации. / Ю.А. Соловьев. – М.: Эко-Трендз. – 2000. – 267 с.
2. Саастамойнен Ю. Тропосферная и стратосферная поправки радиослежения ИСЗ / Саастамойнен. // Использование искусственных спутников в геодезии / Под ред. С. Хенриксена, А. Манчини, Б. Човица. - Москва: Мир. – 1975. – С. – 349-356.
3. Генике А.А. Особенности учета влияния многопутности при спутниковых геодезических измерениях / А.А. Генике, Ву Ван Донг // Известия вузов «Геодезия и аэрофотосъемка». – 2004а. – № 2. – С. 3 – 15.
4. Герасименко М.Д. Современный метод наименьших квадратов с геодезическими приложениями / М.Д. Герасименко. – Владивосток: Дальнаука, 1998. – 101 с.

Рецензент: О.Я. Никонов, професор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 11 октября 2013 г.