



РЕЗУЛЬТАТИ УТОЧНЕННЯ МОДЕЛІ АНОМАЛІЙ БУГЕ ДЛЯ РЕГІОНУ УКРАЇНИ

Поставлена и решена задача построения равномерной сетки аномалий Буге для региона Украины. Полученное решение для аномалий Буге на равномерной сетке оценивается со средней погрешностью 1-2 мГал, которая улучшается вдоль линий нивелирования и возле пунктов Государственной гравиметрической сети.

The making of the regular grid of Bouguer anomalies for the region of Ukraine is considered. The obtained solution for Bouguer anomalies on the regular grid is estimated with the standard error of 1-2 mGal, which improves along the leveling lines and around the points of the State Gravity Network.

Постановка проблеми та її зв'язок з важливими науковими і практичними завданнями. Питання доцільності побудови цифрових моделей аномалій Буге у формі рівномірної сітки неодноразово висвітлювалось у класичній та сучасній літературі з позицій відомої методики інтерполяції аномалій сили тяжіння через перехід до аномалій Буге [2, 5 та ін.]. Сьогодні це питання стоїть досить гостро у зв'язку з поширенням Європейської висотної системи, яка має прямий зв'язок з гравітаційним полем Землі через геопотенціальні числа і потенціал сили ваги W_0 у вибраному початку відліку.

Про це йшлося ще у 1999 р. на Генеральній асамблеї Міжнародного геодезичного і геофізичного союзу в резолюції стосовно проведення спеціальних GPS-спостережень і гравіметричних вимірювань уздовж ліній нивелювання для вирівнювання різних нівелірних мереж існуючих висотних систем завдяки переходу до єдиної системи геопотенціальних чисел. Одним з важливих пунктів цієї резолюції стала ревізія, починаючи з 1999 р., висотних основ різних країн для встановлення їх зв'язку на основі теоретично обґрунтованого і строгого підходу до побудови Європейської вертикальної системи [6, 9, 10], який базується на вирівнюванні обчислених геопотенціальних чисел. За відсутності даних про виміри сили тяжіння, для цього стали використовувати рівномірну сітку значень аномалій Буге при умові точності обчислень близько 1 мГал [9], оскільки обчислення високоточних цифрових моделей аномалій сили тяжіння має вирішальне значення як вихідна інформація для побудови квазігеоїда [1, 3, 12].

Порівняння різних систем висот можна знайти в праці [8], де це зроблено за допомогою геопотенціальних чисел:

$$C = C_P = W_0 - W_P = \int_{P_0}^P g dh, \quad (1)$$

де W_0 і W_P – потенціал сили ваги в початковій точці P_0 (футшок) і в точці P , в якій обчислюється C_P ; g – прискорення вільного падіння; Δh – приріст висоти, або перевищення, отримане за даними нивелювання.

Тут доречно зробити таке застереження: інтег-

рал (1) не залежить від шляху інтегрування [5, 8].

Взявши до уваги вираз (1), наведемо формулу "узгальненої" висоти H^G точки P у такому вигляді [8]:

$$H^G = \frac{C}{G}; \quad (C = G \cdot H^G), \quad (2)$$

згідно з якою висотні системи H^G відрізняються тепер лише вибором сили ваги G . Якщо за G візьmemo середню силу ваги $G = \bar{g}$ між геоїдом і земною поверхнею (обчислюється по прямовисній лінії), тоді тотожність $H^G = H^{\bar{g}}$ є визначенням ортометричної висоти $H^{\bar{g}}$. Якщо за G обрати середню нормальну силу ваги між еліпсоїдом і телуроїдом (обчислюється по нормальній прямовисній лінії) то вираз $H^G = H^N$ визначає нормальну висоту H^N . Якщо за G візьmemo постійну нормальну силу ваги $G = \gamma_0 = \text{const}$ на еліпсоїді (традиційно γ_0 фіксується для широти 45°), тоді тотожність $H^G = H^D$ є визначенням динамічної висоти H^D .

Обрахування геопотенціальних чисел C_P за виразом (2) виглядатиме приблизно так:

$$C_P = \sum_{i=1}^m g_i h_i \quad (3)$$

з розмірністю C_P у так званих геопотенціальних одиницях GPU [8]: 1 GPU = 1 кГал·м = 1 000 Гал·м = 1 000 000 мГал·м, за рахунок чого $C = C_P \approx 0,98 H^N$ [0,98 м], оскільки наближене значення сили ваги $g \approx 0,98$ кГал.

Отже, перехід до геопотенціальних чисел $C = H^G \cdot G$ дає можливість задовольнити на практиці всі відомі вимоги до висотних систем, якщо носіями останніх будуть саме відомі геопотенціальні числа C_P у пунктах нивелювання. Повертаючись до формули $C = H^G \cdot G$, відзначимо: оскільки завжди позитивна функція G входить у цей вираз лінійно з невеликими змінами від точки до точки, то будь-який метод вирівнювання, що знайшов своє застосування при опрацюванні нівелірних мереж, може бути використаним і для їх вирівнювання в геопотенціальних числах [9].

Перша реалізація Європейської вертикальної референційної системи (EVRS) у вигляді нівелірної мережі UELN 95/98, яка отримала назву EVRF2000, базувалася на вирівнюванні геопотенціальних чисел C_P без використання будь-якої системи висот. Проведене вирівнювання в перерахунку на H^N дало змогу оцінити їх середню квадратичну



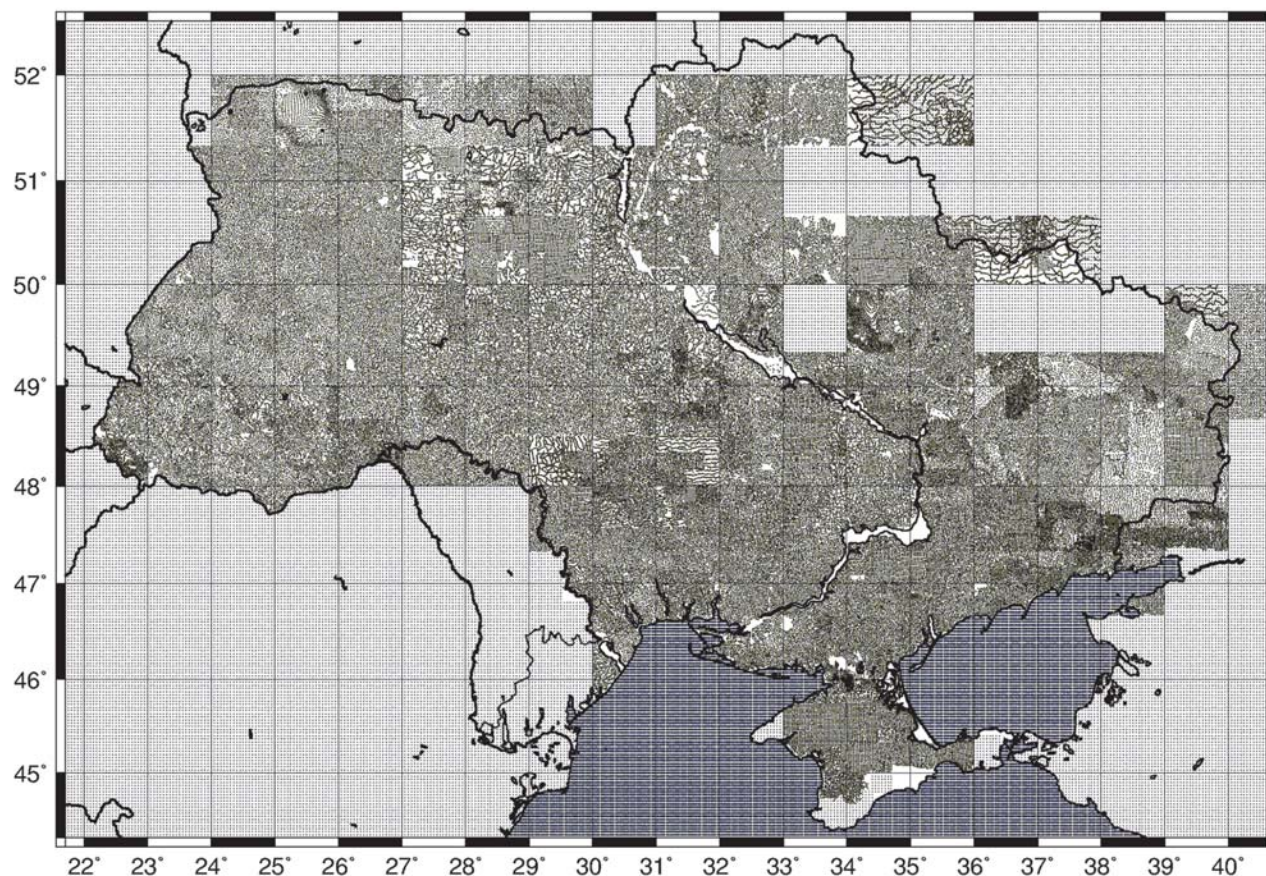
похибку ~ 5 см на континентальному рівні [9]. Похибки різниць H' на сусідніх пунктах національних мереж не перевищують 1 см. Враховуючи існування великої кількості регіональних розв'язків для ζ , у 2001 р. на симпозиумі EUREF2001 було прийнято резолюцію стосовно створення такої моделі квазігеоїда, який би описував Європейську вертикальну референцну систему EVRS (додатково узгоджену з системою ETRS89) з рівнем стандартної похибки < 10 см, яким, мабуть, став зв'язок EGG08 [7]. У зв'язку із планами вирівнювання нівелірної мережі за геопотенціальними числами постає необхідність отримання інформації про прискорення сили ваги на кожному нівелірному знакові. Оскільки такі визначення не виконувалися, їх можна отримати за матеріалами гравіметричних знімків у масштабах 1:10 000-1:200 000. Ось так і з'явилась потреба в побудові цифрових моделей аномалій Буге у формі рівномірної сітки. Однак автори не віднайшли жодної публікації на цю тему для регіону України. Розв'язанню даної задачі й присвячена пропонована стаття.

Виклад матеріалу дослідження. Цифрова модель аномалій Буге в першому наближенні. Задача побудови рівномірної сітки для аномалій

Буге, вибраної згідно з [2] з роздільною здатністю $2' \times 3'$ для території України, розв'язувалась у кілька ітерацій, оскільки головна вихідна інформація ґрунтувалась на дигіталізації гравіметричних карт різного масштабу. На першому етапі було використано 159 187 аномалій Буге в регіоні України, одержаних після дигіталізації гравіметричних карт масштабу 1:200 000, та 20 844 значень Δg на сітці $2' \times 2'$, що були отримані за даними опрацювання шести альтиметричних місій TOPEX/POSEIDON, ERS-1, ERS-2, GFO, ENVISAT і JASON-1 в акваторіях Чорного і Азовського морів (спостереження тривали майже 14 років) [4].

Оскільки карти аномалій Буге покривають територію України приблизно на 95 % (мал. 1), то виникла необхідність заповнення зон, для яких такої інформації немає. Для вирішення цієї проблеми використані додаткові дані, обчислені за моделлю EGM08 до 2190-го ступеня/порядку, що відповідає трапеціям з роздільною здатністю ($5' \times 5'$), а також інформацію про топографію з різних джерел, яка в остаточному вигляді являла собою цифрову модель місцевості SRTM-3 [15] на сітці ($3' \times 3'$).

Основною метою створення моделі аномалій



Мал. 1. Розподіл вихідних аномалій сили тяжіння:

- – 159 187 аномалій Буге, отриманих за даними дигіталізації карт масштабу 1:200 000; ● – 20 844 аномалії Буге, отримані за даними альтиметрії на ґріді $2' \times 2'$ [4]; ● – 57 151 аномалія Буге, обчислена за моделлю EGM08 до 2190-го порядку

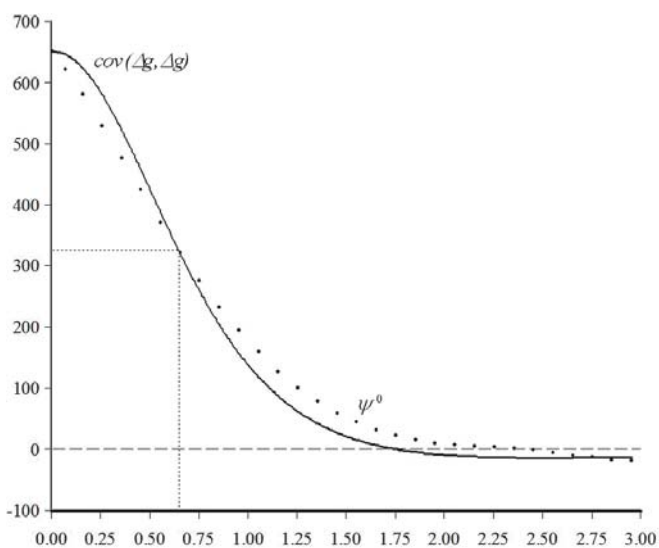


Буге Δg_B у першому наближенні стало бракування окремих грубих даних, що спотворювали прогнозні значення аномалій на вузли ґриду ($2' \times 3'$) методом середньої квадратичної колокації на основі відомої формули Морітца [8, 13], записаної для біжучої точки P :

$$\Delta g_P^B = [C_{P1}, C_{P2}, \dots, C_{Pq}] \times \begin{bmatrix} C_{11} + m_{g_1}^2 & C_{12} & \dots & C_{1q} \\ C_{21} & C_{22} + m_{g_2}^2 & \dots & C_{2q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{q1} & C_{q2} & \dots & C_{qq} + m_{g_q}^2 \end{bmatrix}^{-1} \times \begin{bmatrix} \Delta g_1^B \\ \Delta g_2^B \\ \dots \\ \Delta g_q^B \end{bmatrix}, \quad (4)$$

де Δg_P^B і Δg_i^B – аномалії Буге відповідно обчислені або хаотично задані в певній кількості q точок; m_{g_i} – середня квадратична похибка i -ї Δg_i^B ; C_{P_i} та C_{ij} – елементарні коваріації, які обчислюються на основі аналітичної коваріаційної функції аномалій Буге.

Застосування методу колокації при бракуванні обумовлено відомим фактом можливості використання його для фільтрації та згладжування вимірів. Перелічені вище дані було використано для побудови емпіричної (ЕКФ) та аналітичної (АКФ) коваріаційних функцій (див. мал. 2) лише на основі даних аномалій Буге Δg_B , які потрапляють у межі України. Всю іншу інформацію було взято як допоміжну.



Мал. 2. Регіональні емпірична та аналітична коваріаційні функції аномалій Буге (мГал²), побудовані для території України.

(Крпками показано ЕКФ, суцільною лінією – АКФ нульового порядку)

Обчислення ЕКФ виконано за стандартною методикою в просторовій області. В результаті отримано такі її суттєві параметри: дисперсія $C_0=645,5$ мГал², довжина кореляції $\xi=0,68^\circ$, параметр кривини набув від'ємного значення. ЕКФ апроксимувалась спеціальною АКФ з набору потенціалів радіальних мультитиполів [11]. Так було встановлено оптимальний ступінь

для АКФ ($n=0$), що являє собою коваріаційну функцію взаємної відстані, яка називається ще відтворювальним ядром Краупа [11, 13]. Його вибір забезпечив найкращу апроксимацію ЕКФ:

$$C_0(\sigma, \psi) = \frac{\alpha_0 \sigma}{L}; \quad \sigma = \frac{R_B^2}{r_P r_Q}, \quad (5)$$

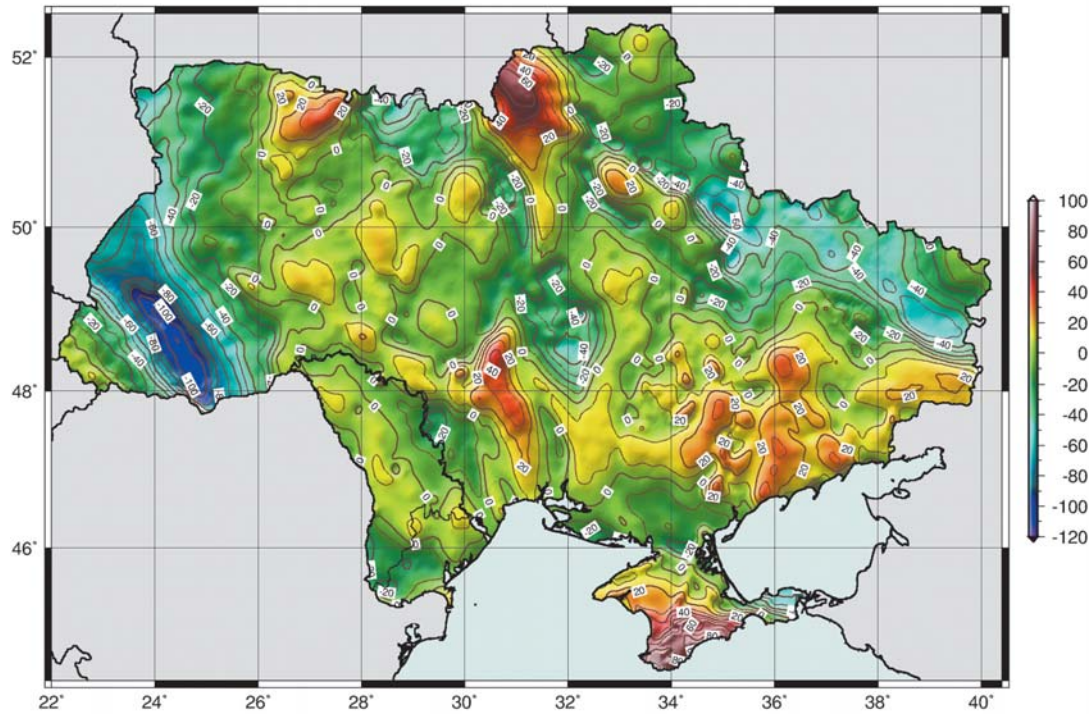
де α_0 – множник, який узгоджує $C_0(\sigma, \psi)$ з емпіричними даними; R_B – радіус сфери Б'єрхаммара; r_P і r_Q – геоцентричні відстані до точок P і Q ; ψ – сферична відстань між радіусами r_P і r_Q .

Мал. 3 ілюструє перше наближення поля аномалій Буге, побудоване на рівномірній сітці $2' \times 3'$ за вказаними вище трьома наборами даних, формулою (4) та коваріаційною функцією, наведеною на мал. 2. Ми розглядаємо отриманий розв'язок як наближений з огляду на відсутність дигіталізованих аномалій сили тяжіння в регіонах Молдови, Одеської області, Південного берега Криму та окремих східних регіонів країни.

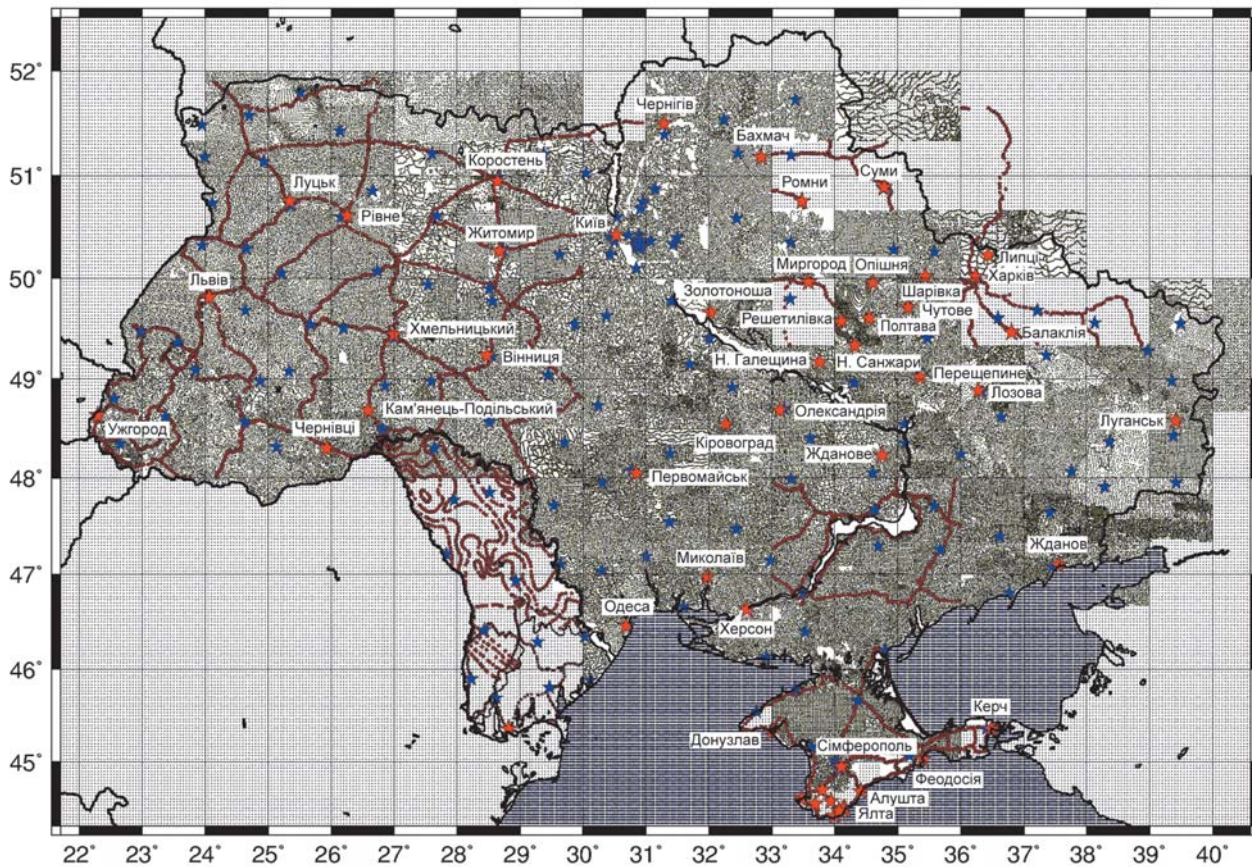
Застосування модельних даних EGM08 у цих регіонах не завжди гарантує позитивний результат через середню точність > 5 мГал моделі EGM08 та можливі систематичні похибки в окремих місцях. Для покращення картини з полями аномалій Буге на рівномірній сітці $2' \times 3'$ було вирішено провести уточнення розв'язку насамперед за рахунок включення нових значень аномалій та бракування частини даних.

Відбракування даних. На другому етапі дослідження було використано 159 052 виміри аномалій Буге в регіоні України, одержаних після бракування за критерієм 3σ результатів дигіталізації гравіметричних карт масштабу 1:200 000, 20 844 значення Δg на сітці $2' \times 2'$, які отримані за даними опрацювання шести альтиметричних місій TOPEX/POSEIDON, ERS-1, ERS-2, GFO, ENVISAT і JASON-1 в акваторіях Чорного і Азовського морів [4], 55 210 обчислень аномалій Буге за моделлю EGM08 до 2190-го порядку, що відповідає трапеціям ($2' \times 3'$). Мал. 4 демонструє додатково використані 2 709, 1 141 та 1 465 аномалій Буге по ходах нівелювання в Західній Україні, на Кримському півострові та в Молдові й Одеській області, 576 даних про аномалії Буге довкола аеропорту Бориспіль, 53 гравіметричні пункти 1 класу, 177 гравіметричних пунктів 2 класу в регіоні України та 5 гравіметричних пунктів 2 класу в регіоні Молдови.

Перед тим як опрацювати всі дані про аномалії Буге, було проведено узгодження аномалій, обчислених за моделлю EGM08 до 2190-го порядку, й тих, які отримано за картами масштабу 1:50 000 по ходах нівелювання і які забезпечують стандартне відхилення < 5 мГал, виключаючи окремі регіони Кримського півострова. На мал. 5 відображено остаточний набір вихідних даних для Криму. В результаті кількість використаних даних Δg_B у порівнянні з моделлю EGM08 зменшилася до 55 210. Статистики всіх перелічених наборів даних зведено в табл. 1.

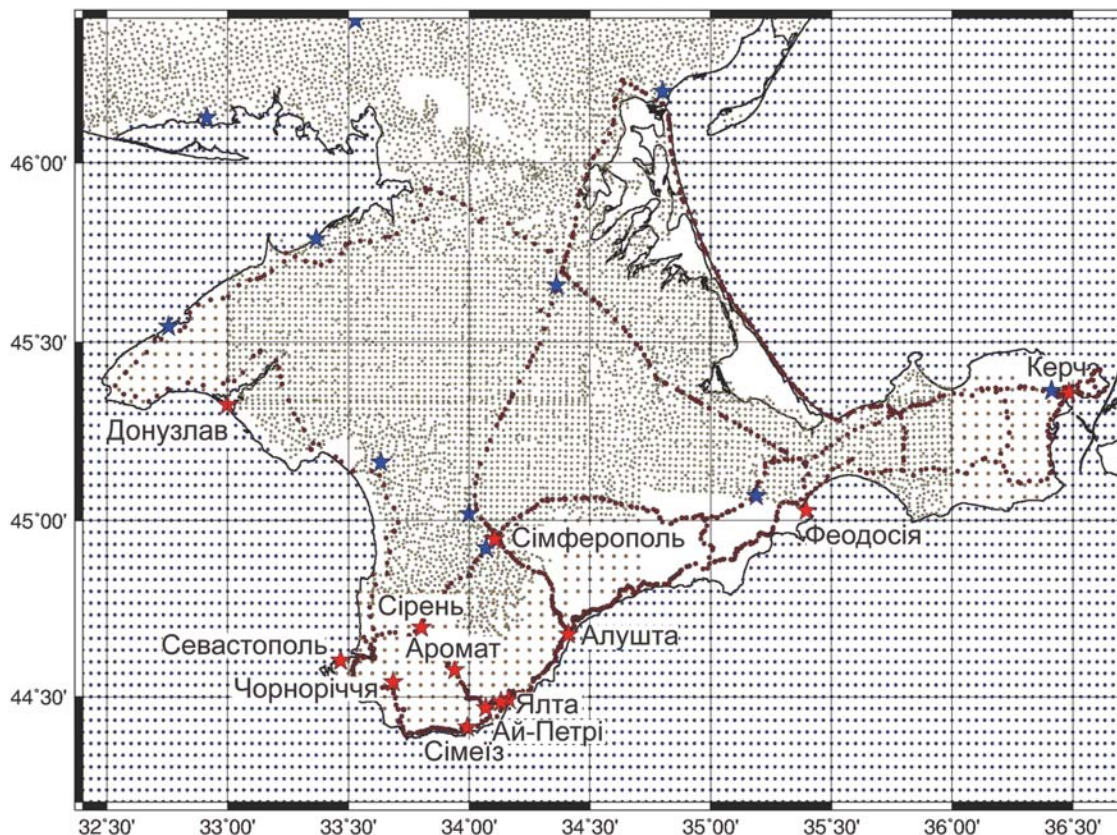


Мал. 3. Перше наближення поля аномалій Буге на рівномірній сітці 2'x3'.
(Ізолінії проведено через 10 мГал)



Мал. 4. Розподіл вихідних аномалій сили тяжіння:

- – 159 187 аномалій Буге, отриманих в результаті дигіталізації карт масштабу 1:200 000; ● – 20 844 аномалії Буге, отримані за даними альтиметрії на гріді 2'x2'; ● – 55 210 аномалій Буге, обчислених за моделлю EGM08 до 2190-го порядку;
- – 2 709, 1 141 та 1 465 аномалій Буге по ходах нівелювання в Західній Україні, на Кримському півострові, в Молдові й Одеській області; ★ – 53 гравіметричні пункти 1 класу; ★ – 182 гравіметричних пункти 2 класу в регіонах України та Молдови



Мал. 5. Розподіл вихідних аномалій сили тяжіння:

● – аномалії Буге, отримані за картами масштабу 1:200 000; ○ – аномалії Буге, отримані за даними альтиметрії на гріді 2'x2' [4];
 ⊙ – аномалії Буге, обчислені за моделлю EGM08 до 2190-го порядку; ● – аномалії Буге, отримані за картами масштабу 1:50 000
 уздовж ходів нівелювання; ★ – гравіметричні пункти 1 класу; ★ – гравіметричні пункти 2 класу в регіонах України та Молдови

Таблиця 1. Статистики вихідних даних наборів аномалій Буге для регіону України

Номер набору	Статистики аномалій Буге Δg_B , мГал	Мінімальне відхилення	Максимальне відхилення	Середнє відхилення	Стандартне відхилення
1	159 052 значень Δg_B , одержаних в результаті дигіталізації карт масштабу 1:200 000	-119,416	81,893	-7,518	24,983
2	20 844 значень Δg_B , отриманих за даними супутникової альтиметрії	-122,037	97,619	-22,031	37,076
3	55 210 значень Δg_B , отриманих з моделі EGM08	-140,343	115,120	-18,773	24,805
4	2 709 значень Δg_B в регіоні Західної та Центральної України (дигіталізація карт масштабу 1:50 000)	-116,516	42,968	-20,516	30,792
5	1 141 значення Δg_B в регіоні Кримського півострова (дигіталізація карт масштабу 1:50 000)	-74,851	87,435	23,244	47,443
6	1 465 значень Δg_B в регіонах Молдови та Одеської області (дигіталізація карт масштабу 1:50 000)	-24,165	14,436	-3,132	9,344
7	576 даних про аномалії Буге довкола аеропорту Бориспіль	-34,590	-30,208	-33,092	0,977
8	53 гравіметричні пункти 1 класу	-70,036	80,826	5,446	42,065
9	183 гравіметричні пункти 2 класу	-111,067	59,453	-12,767	25,881

Побудова цифрової моделі аномалій Буге в другому наближенні. Застосування процедури видалення-відновлення та методу середньої квадратичної колокації. Включення нових даних про аномалії Буге до перелічених вище дозволило замість по-

будови нового ґриду поставити задачу уточнення вже побудованої в першому наближенні моделі аномалій Буге, використовуючи для цього метод середньої квадратичної колокації та процедуру видалення-відновлення. Позначимо через Δg_B всі задані аномалії Буге, через Δg_B^M – внесок цифрової моделі аномалій Буге в першому наближенні, через $\delta \Delta g$ – залишкові аномалії Буге, які обчислюються за формулою

$$\delta \Delta g = \Delta g_B - \Delta g_B^M. \quad (6)$$

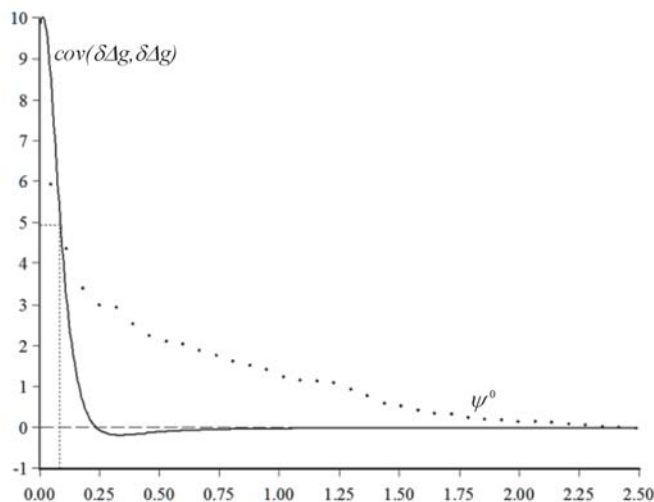
Після обчислення значень $\delta \Delta g$ аномалій Буге було виконано коваріаційний аналіз залишкового поля різниць та знайдено відповідні емпіричну та аналітичну коваріаційні функції для подальшого використання в методі колокації та прогнозування залишкових значень $\delta \Delta g$ на регулярну сітку. Далі обчислили складову Δg_B^M у точках регулярної сітки (це забезпечило уточнення



(відновлення) аномалій Буге в точках регулярної сітки) з виразу

$$\Delta g_B = \Delta g_B^M + \delta \Delta g. \quad (7)$$

Визначивши залишкові аномалії Буге $\delta \Delta g$, було знайдено емпіричну та аналітичну коваріаційні функції залишків $\delta \Delta g$, вказаних на мал. 6.



Мал. 6. Регіональні емпірична та аналітична коваріаційні функції остаточних аномалій Буге $\delta \Delta g$, (мГал²), побудовані для території України. (Крапками показано ЕКФ, суцільною лінією – АКФ першого порядку)

Як і раніше, обчислення емпіричної коваріаційної функції було виконано за стандартною методикою у просторовій області. Отримано такі її параметри: дисперсія $C_0=9,9$ мГал², довжина кореляції $\xi=0,08^\circ$, а параметр кривини $\chi=7,07$ набув додатного значення, на відміну від зображеного на мал. 2. Загалом і дисперсія, і довжина кореляції залишкового поля в регіоні України майже на порядок менші, ніж параметри емпіричної коваріаційної функції аномалій Буге.

Побудована залишкова ЕКФ апроксимувалась аналітичною коваріаційною функцією, отриманою на основі потенціалів радіальних мультиполів (див. мал. 6). У результаті було встановлено оптимальний ступінь для АКФ: $n=1$, що являє собою модифіковане ядро Пуассона [11] і при якому досягається найвища точність апроксимації:

$$C_1(s, \psi) = \frac{\alpha_1}{2} \left(\frac{s(1-s^2)}{L^3} - \frac{s}{L} \right), \quad (8)$$

де перший член у дужках – це ядро Пуассона, а α_1 множник, який узгоджує $C_1(s, \psi)$ з емпіричними даними. Різниця між

$C_1(s, \psi)$ і ядром Пуассона виражається другим членом – s/L та множником $1/2$.

Основне рівняння методу середньої квадратичної колокації на другому етапі було застосовано для прогнозування залишкових аномалій Буге, обчислених за формулою (6):

$$\delta \Delta g_P = [C_{P1}, C_{P2}, \dots, C_{Pq}] \times \begin{bmatrix} C_{11} + m_{g_1}^2 & C_{12} & \dots & C_{1q} \\ C_{21} & C_{22} + m_{g_2}^2 & \dots & C_{2q} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{q1} & C_{q2} & \dots & C_{qq} + m_{g_q}^2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \delta \Delta g_1 \\ \delta \Delta g_2 \\ \dots \\ \delta \Delta g_q \end{bmatrix} \quad (9)$$

або за добре відомим підходом до розв'язку разом з оцінкою точності сигналу:

$$\mathbf{s} = \mathbf{C}_{st}(\mathbf{C}_{tt} + \mathbf{C}_{nn})^{-1}\mathbf{l}; \quad (10)$$

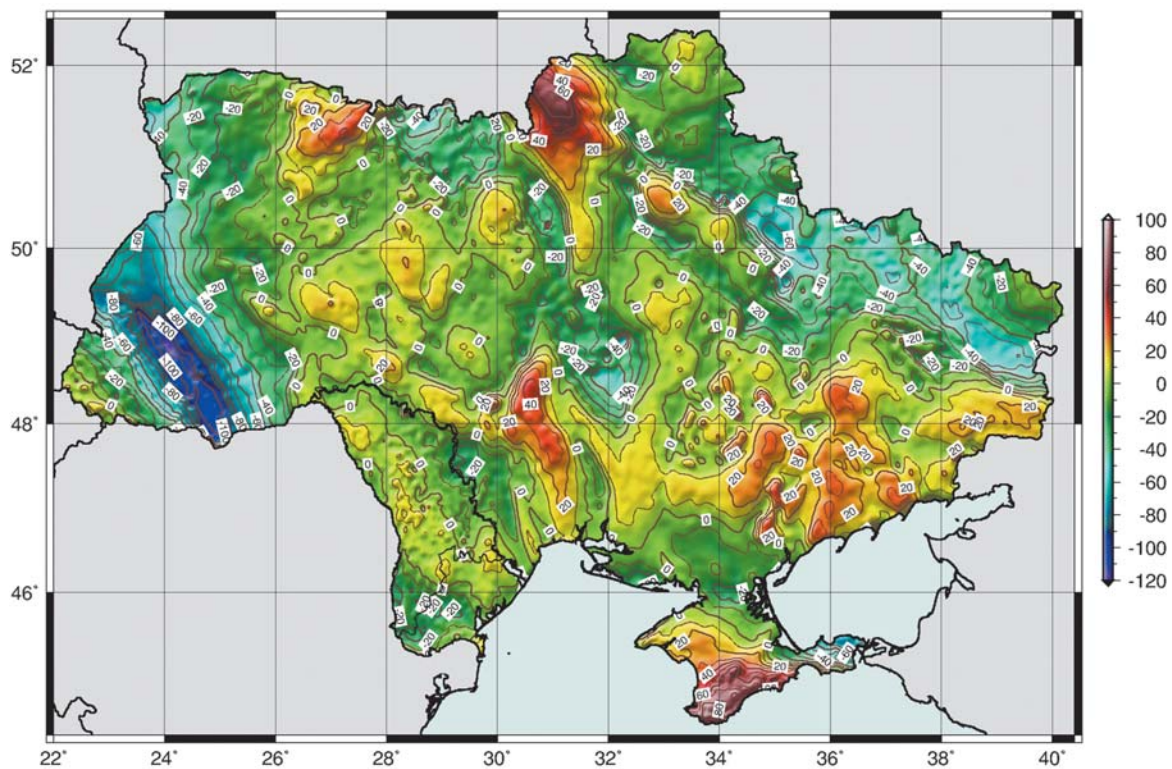
$$\mathbf{E}_{ss} = \mathbf{C}_{ss} - \mathbf{C}_{st}(\mathbf{C}_{tt} + \mathbf{C}_{nn})^{-1}\mathbf{C}_{ts}, \quad (11)$$

де матриці \mathbf{C}_{tt} і \mathbf{C}_{st} трактується як коваріаційні матриці залишкових аномалій Буге з АКФ, зображеною на мал. 6; $\mathbf{l} = [\delta \Delta g_1 \ \delta \Delta g_2 \ \dots \ \delta \Delta g_q]^T$ – вектор ($q \times 1$) результатів вимірів; \mathbf{n} – вектор ($q \times 1$) випадкових помилок результатів вимірювань [12, 13].

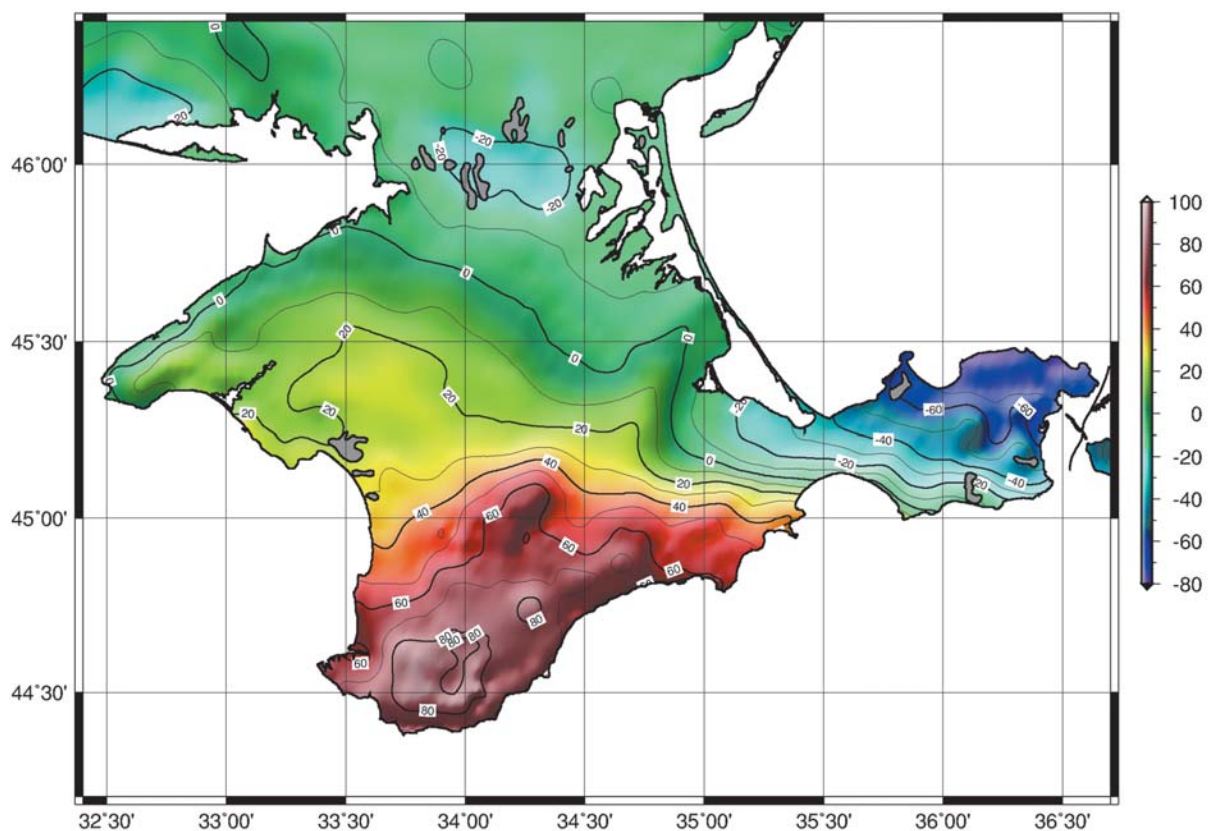
Таким чином, застосування процедури видалення-відновлення та методу середньої квадратичної колокації після включення нових наборів аномалій Буге до перелічених у першому наближенні (див. мал. 3-5) дозволило уточнити й побудувати модель аномалій Буге в другому наближенні. Мал. 7 ілюструє отриману нову цифрову модель аномалій Буге на рівномірній сітці $2' \times 3'$, яка у порівнянні з першою ітерацією (див. мал. 3) характеризується як більшою роздільною здатністю, так і вищою точністю відображення вихідних аномалій Буге. Це стосується передусім регіонів Молдови, Одеської області, а особливо регіону Кримського півострова (мал. 8).

Таблиця 2. Статистики різниць між наборами вихідних даних та моделлю аномалій Буге для регіону України

Номер набору	Статистики аномалій Буге, мГал	Мінімальне відхилення	Максимальне відхилення	Середнє відхилення	Стандартне відхилення
1	159 052 значення Δg_B , одержаних у результаті дигіталізації карт масштабу 1:200 000	-10,041	9,003	-0,004	1,590
4	2 709 значень Δg_B в регіонах Західної та Центральної України (дигіталізація карт масштабу 1:50 000)	-4,692	3,950	0,031	0,453
5	1 141 значення Δg_B в регіоні Кримського півострова (дигіталізація карт масштабу 1:50 000)	-4,204	4,835	-0,059	0,585
6	1 465 значень Δg_B в регіонах Молдови та Одеської області (дигіталізація карт масштабу 1:50 000)	-2,988	2,620	-0,398	0,808
7	576 даних аномалій Буге довкола аеропорту Бориспіль	-4,294	2,167	-0,182	1,012
8	53 гравіметричні пункти 1 класу	-0,918	0,933	0,042	0,275
9	183 гравіметричні пункти 2 класу	-0,249	0,301	-0,005	0,082



Мал. 7. Результат уточнення поля аномалій Буге на рівномірній сітці 2'×3'.
(Ізолінії проведено через 10 мГал)



Мал. 8. Друге наближення поля аномалій Буге в регіоні Криму.
(Ізолінії проведено через 10 мГал)



Висновки. На завершення зазначимо, що для отримання кінцевого результату (мал. 7) було побудовано проміжне рішення, в якому не взято до уваги гравіметричні пункти мереж 1 і 2 класів, а лише використано їх як контрольні точки. Стандартне відхилення між контрольними даними та цим проміжним розв'язком становило $\pm 1,7$ мГал, що, мабуть, відповідає точності вихідних аномалій Буге, вказаних у наборі № 1. Використання ж методу середньої квадратичної колокації з включенням на останньому етапі наборів даних № 8 і № 9, які мають менші, порівняно з іншими даними, середні квадратичні похибки, дають можливість отримати значно кращі результати узгодження, які подано в табл. 2. Незважаючи на це, ми осмілюємось оцінити отриманий розв'язок аномалій Буге на рівномірній сітці з середньою похибкою 1-2 мГал, яка покращується вздовж ліній нівелювання та пунктів Державної гравіметричної мережі, як це показано на мал. 4 і 5 та в табл. 2.

Література

1. *Марченко, О. М.* Результати побудови квазігеоїда УКГ2006 для регіону України [Текст] / О.М. Марченко, О.В. Кучер, О.В. Ренкевич // Вісн. геодез. та картогр. – 2007. – № 2. – С. 3-13.
2. *Марченко, О.М.* Про двовимірну інтерполяцію трансформант гравітаційного поля модифікованим сплайном Ерміта [Текст] / О.М. Марченко, О.С. Заяць, М.Р. Ничвуд // Вісн. геодез. та картогр. – 2005. – № 4. – С. 6-10.
3. *Марченко, О.М.* Побудова гравіметричного квазігеоїда на регіон Молдови методом швидкого перетворення Фур'є [Текст] / О.М. Марченко, О.Є. Янчук // Вісн. геодез. та картогр. – 2008. – № 6. – С. 7-10.
4. *Марченко, О.М.* Визначення середніх рівнів Балтійського і Чорного морів та їх змін у часі [Текст] / О.М. Марченко, Н. П. Ярема // Вісн. геодез. та картогр. – 2006. – № 6. – С. 2-9.
5. *Молоденский, М.С.* Методы изучения внешнего гравитационного поля и фигуры Земли [Текст] / М. С. Молоденский, В.Ф. Еремеев, М.И. Юркина. – Тр. ЦНИИГАиК. – М., 1960. – Вып. 131. – 251 с.
6. *Augath, W.* EVS 2000 – Status and requirements [Text] / W. Augath, J. Adam, C. Boucher [et al.] // IAG/EUREF Publication. – Munchen, 2000. – № 9. – P. 96-98.
7. *Denker, H.* The Development of the European Gravimetric Geoid Model EGG07 [Text] / H. Denker, J.-P. Barriot, R. Barzaghi [et al.] // In: M.G. Sideris (ed.), Observing our Changing Earth, International Association of Geodesy, Symposia 133. – Berlin-Heidelberg: Springer-Verlag, 2009. – P. 177-185.
8. *Heiskanen, W.A.* Physical Geodesy [Text] / W.A. Heiskanen, H. Moritz. – San Francisco: W. H. Freeman & company, 1967. – 364 p.
9. *Ihde, J.* The Height Solution of the European Vertical Reference Network (EUVN) [Text] / J. Ihde, J. Adam, W. Gurtner, B.G. Harsson // Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung der Bayerischen Akademie der Wissenschaften, Astronomisch-Geodatische Arbeiten. – München, Heft Nr. 61 (IAG/EUREF Publication, № 9. 2000. – P. 132-145.
10. *Ihde, J.* The Vertical Reference System for Europe [Text] / J. Ihde, W. Augath // IAG/EUREF Publication. – München, 2000. – № 9. – P. 99-115.
11. *Marchenko, A.* A classification of reproducing kernels according to their functional and physical significance [Text] / A. Marchenko, D. Lelgemann // IGeS Bulletin. – Milan, 1998. – № 8. – P. 49-52.
12. *Marchenko, A.* On the quasigeoid solutions for the Ukraine and Moldova area. [Text] / A. Marchenko, O. Kucher // Paper presented at the EUREF Symposium 2008, Brussels, Belgium, June, 2008.
13. *Moritz, H.* Advanced physical geodesy. – Karlsruhe: Wichmann, 1980. – 468 p.
14. *NIMA WGS84 Update Committee* Department of Defense World Geodetic System 1984 Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems // National Imagery and Mapping Agency (NIMA). – Technical report 8350.2. – Third Edition. – 1997. – 171 p.

Інтернет-джерело

15. *SRTM-3*: <http://srtm.csi.cgiar.org/>

Надійшла 20.12.10

* * *

УДК 528.48

О. М. Самойленко

ВИЗНАЧЕННЯ ПРОСТОРОВОЇ ОРІЄНТАЦІЇ ОСІ ОБЕРТАННЯ ДИНАМІЧНОГО ОБ'ЄКТА ГЕОДЕЗИЧНИМ АВТОКОЛІМАЦІЙНИМ МЕТОДОМ

Описана наиболее общая высокоточная методика измерений и вычислений по МНК пространственной ориентации оси вращения автоколлимационным методом, в основе которого лежит возможность измерять с помощью автоколлимационного теодолита пространственную ориентацию нормали к оптическому плоскому зеркалу, жестко закрепленному на динамическом объекте, при разных его положениях.

The paper deals with the description of the most common high-precision procedure of measurements and calculations by least squares of the attitude of the rotation axis by the autocollimation method. This method makes it possible to measure with autocollimation theodolite the attitude of normal to the optical flat mirror, rigidly fixed on a dynamic object, with its different positions.

Постановка проблеми. Об'єкти матеріального світу, які змінюють у просторі свою форму, поло-

ження чи орієнтацію, називають динамічними. Велику групу динамічних об'єктів складають об'єкти, що мають осі обертання. У практиці трапляються випадки, коли треба з високою точністю

© О. М. Самойленко, 2011