



поперечному напрямку і 14 мм – у поздовжньому.

5. Значення зміни висотного положення трубопроводу та його опор не перевищували СКП визначення цих величин, що свідчить про їх стабільність упродовж усього періоду спостережень.

6. Необхідно враховувати фактор температурних деформацій для отримання об'єктивних результатів при проведенні контрольних обстежень надземних переходів газопроводів у різні пори року та при різних температурних режимах.

### Література

1. Баран, П.І. Врахування температурної деформації при вимірюванні горизонтальних і вертикальних зміщень інженерних споруд [Текст] / П.І. Баран // Вісн. геодез. та картогр. – 2007. – № 4. – С. 14-20.

2. Ганьшин, В.Н. Измерение вертикальных смещений сооружений и анализ устойчивости реперов [Текст] / В.Н. Ганьшин, А.Ф. Стороженко, А.Г. Ильин [и др.]. – М.: Недра, 1981. – 215 с.

3. Герасимов, В. Концепция геодезического монито-

ринга деформационных процессов в условиях Заполярья [Текст] / В. Герасимов, В. Лобазов, Б. Резник // Геопрофи. – 2010. – № 1. – С.17-21.

4. Заміховський, Л.М. Математичний апарат для контролю напружено-деформованого стану трубопроводів при зміні їх просторового положення [Текст] / Л. Заміховський, А. Олійник. – Івано-Франківськ: ІФНТУНГ, 2008. – 306 с.

5. Кичма, А.О. Комп'ютерне моделювання та розрахунок довгомірних надземних переходів магістральних газопроводів [Текст] / А. О. Кичма, В. М. Гелетій, Я. М. Новіцький // Вісн. Нац. ун-ту "Львівська політехніка": зб. наук. пр. – Л.: Вид-во Нац. ун-ту "Львівська політехніка", 2010. – № 678. – С. 55-60.

6. Корн, Г. Справочник по математике для научных работников и инженеров [Текст] / Г. Корн, Т. Корн. – М.: Наука, 1968. – 720 с.

7. Семко, О. Методика експериментальних досліджень впливу температури атмосферного повітря на елементи відкритих металевих конструкцій [Текст] / О. Семко, В. Пашинський // Коммунальное хозяйство городов: науч.-техн. сб. – К.: Техніка, 2009. – Вып. 90: Сер.: Архитектура и технические науки. – 164 с.

Надійшла 30.09.11

\* \* \*

УДК 528.48

П. І. Баран, М. П. Марущак

## МЕТОДИ ВЕРТИКАЛЬНОГО ПЛАНУВАННЯ БУДІВЕЛЬНИХ МАЙДАНЧИКІВ

*Предложена методика аналитического проектирования поверхности строительных площадок из соблюдением баланса земляных масс. Аналитические зависимости получены на основе методов наименьших квадратов и квадратического программирования. Описан пример вертикального проектирования строительной площадки.*

*The technique of analytical design of surfaces of building sites with maintance of earth masses balance is proposed in the paper. The analytical dependences have been obtained by the methods of least squares and quadratic programming. The example of vertical planning of a building site is described.*

При зведенні будівель і споруд виконується комплекс земляних робіт, до якого, як правило, входить вертикальне планування майданчика. Таке планування виконують з умовою додержання балансу земляних мас, тобто, коли ґрунт перерозподіляється на території майданчика без його завезення чи вивезення [2].

Проекти вертикального планування майданчиків розробляють за нерегулярною або регулярною сіткою точок земної поверхні, заданих просторовими координатами. Таку систему точок можна визначити методами наземного чи стереофотограмметричного знімання, тобто з використанням топографічних планів з горизонталями, або нівелюванням рельєфу по квадратах.

Нерегулярна сітка трикутників лежить в основі побудови цифрової моделі рельєфу (ЦМР), яка

складається за матеріалами топографічного знімання місцевості, зокрема для проектування будівництва. Останнім часом у комп'ютерній технології застосовують переважно триангуляційну мережу Делоне (TIN) – продукт топографічної моделі зображення рельєфу в стереофотограмметрії і топографії.

У будівельній практиці для оперативної реалізації проектів вертикального планування територій використовують переважно регулярну сітку квадратів, вершини яких закріплюють на місцевості тимчасовими знаками (кілками), а їх висотні позначки визначають технічним нівелюванням. Початок системи координат може обиратись у центрі ваги сітки (точка 12) або в точці  $\theta$  (мал.1).

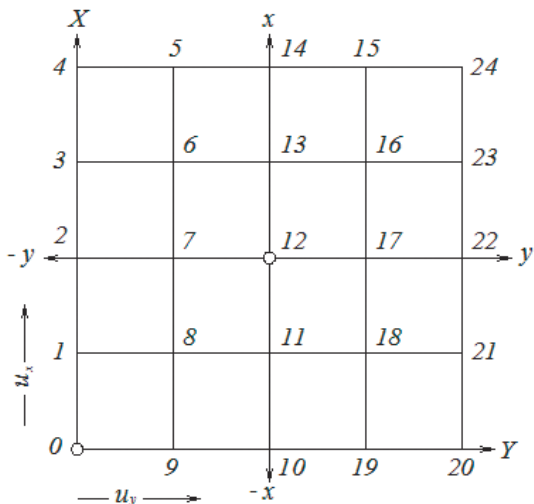
У задачі проектування похилої площини для заданої ділянки земної поверхні у кожній її точці з просторовими координатами має витримуватися умова:

© П. І. Баран, М. П. Марущак, 2011



$$Z_i - H_i = r_i; \quad Z_i = Z_0 + X_i u_x + Y_i u_y, \quad (1)$$

де  $u_x, u_y$  – ухили вздовж координатних осей майданчика;  $Z_0$  – проектна позначка початку координат майданчика;  $Z_i, r_i$  – проектна і робоча позначки в точках з координатами  $X_i, Y_i, H_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ;  $n$  – кількість точок системи).



Мал. 1. Схема сітки квадратів з двома центрами системи координат

На сучасному етапі розвитку комп'ютеризації для проектування рельєфу використовують методи найменших квадратів і квадратичного програмування.

**1. Метод найменших квадратів**

Метод застосовують здебільшого для мінімізації робочих позначок, розв'язуючи для цього рівняння (1) за умовою функції мети:

$$f = \sum_{i=1}^n r_i^2 = \min. \quad (2)$$

Задача вертикального планування поверхні будівельного майданчика за трикутною, чотирикутною або квадратною сітками зводиться до складання та розв'язання трьох нормальних рівнянь [1]:

$$\begin{aligned} n Z_0 + [X]u_x + [Y]u_y - [H] &= 0; \\ [X]Z_0 + [XX]u_x + [XY]u_y - [XH] &= 0; \\ [Y]Z_0 + [XY]u_x + [YY]u_y - [YH] &= 0, \end{aligned} \quad (3)$$

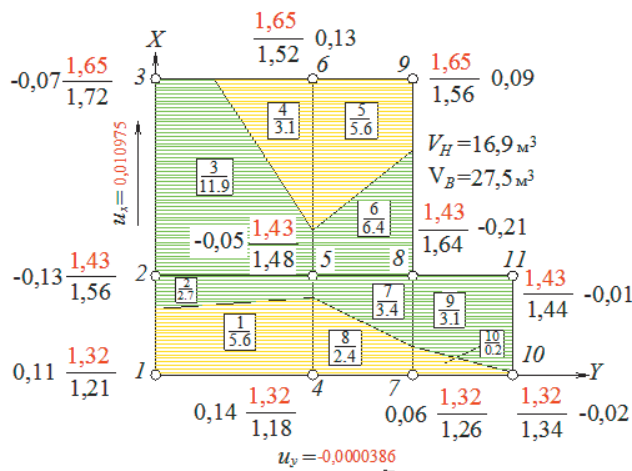
де  $[X], [Y], [XX], [YY], [XY], [XH], [YH]$  – суми координат та суми їх добуток.

Для ілюстрування **методу мінімізації робочих позначок** розв'яжемо задачу вертикального проектування майданчика з похилою площиною в системі прямокутних координат з центром у точці 1 (мал. 2).

Нормальні рівняння мають такий вигляд:

$$\begin{aligned} 11Z_1 + 130u_x + 190u_y - 15,91 &= 0; \\ 130Z_1 + 3100u_x + 1950u_y - 205,2 &= 0; \\ 190Z_1 + 1950u_x + 5000u_y - 271,5 &= 0, \end{aligned}$$

звідки одержуємо:  $Z_1 = 1,317$  м;  $u_x = 0,010975$  м;  $u_y = -0,0000386$ . За цими величинами обчислимо проектні та робочі позначки, які зведемо в табл. 1.



Мал. 2. Картограма земляних мас

Загальний ухил проектної площини та його дирекційний кут визначимо за формулами

$$u = \sqrt{u_x^2 + u_y^2} = \sqrt{0,010975^2 + (-0,0000386)^2} = 0,010975;$$

$$\alpha = \arctg(u_y / u_x) = \arctg\left(\frac{-0,0000386}{0,010975}\right) + 360^\circ = 359^\circ 48'.$$

Таблиця 1. Вертикальне проектування майданчика МНК

Номер точки	Координати, м		Добутки, м <sup>2</sup>		Позначки, м			Добутки, м <sup>2</sup>	
	X	Y	XX	YY	H	z	r	XH	YH
1	0	0	0	0	1,21	1,32	0,11	0	0
2	10	0	100	0	1,56	1,43	-0,13	15,6	0
3	30	0	900	0	1,72	1,65	-0,07	51,6	0
4	0	15	0	225	1,18	1,32	0,14	0	17,7
5	10	15	100	225	1,48	1,43	-0,05	14,8	22,2
6	30	15	900	225	1,52	1,65	0,13	45,6	22,8
7	0	25	0	625	1,26	1,32	0,06	0	31,5
8	10	25	100	625	1,64	1,43	-0,21	16,4	41,0
9	30	25	900	625	1,56	1,65	0,09	46,8	39,0
10	0	35	0	1225	1,34	1,32	-0,02	0	46,9
11	10	35	100	1225	1,44	1,43	-0,01	14,4	50,4
<b>Сума</b>	<b>130</b>	<b>190</b>	<b>3100</b>	<b>5000</b>	<b>15,91</b>	<b>15,95</b>	<b>0,04</b>	<b>205,2</b>	<b>271,5</b>

Як бачимо, сума робочих позначок практично дорівнює нулеві (0,04 м), що відповідає основній умові методу найменших квадратів, а сума модулів робочих позначок – 1,02 м, яка переконливо свідчить про мінімізацію робочих позначок. Загальний об'єм насипу та виїмки, обчислений за формулами (25), становить відповідно 16,9 і -27,5 м<sup>3</sup> (дебаланс – 10,6 м<sup>3</sup>). Якщо ж врахувати коефіцієнт  $k = 1,02$  залишкового розрихлення піщаного ґрунту, то об'єм насипу збільшиться на величину  $\Delta V = 0,02(-27,5) = -0,6$  м<sup>3</sup> і дебаланс збільшиться до -11,2 м<sup>3</sup>, що становитиме 50,5 % від загального об'єму земляних мас.

Таким чином, мінімізація робочих позначок не забезпечує балансу земляних мас. Більше того, одержані ухили можуть перевищувати нормативні величини і проектанту доведеться зводити одержані ухили до нормативно допустимих, тобто



свідомо збільшувати величини робочих позначок і, отже, об'єми земляних мас.

Для зменшення обсягу робіт з підготовки та опрацювання інформації доцільніше користуватися системою нецентральної координати, що й ілюструється даним прикладом, але центральні координати особливо спрощують розрахунки ручним способом у симетричних сітках, якщо спочатку визначити проектну позначку центра ваги, а потім проектні ухили.

Математично, незалежно від форми моделі майданчика (несиметрична, симетрична), із сукупності просторових координат точок знаходять середні значення:

$$X_0 = [X]/n; Y_0 = [Y]/n; H_0 = [H]/n, \quad (4)$$

а потім центральні координати:

$$x_i = X_i - X_0; y_i = Y_i - Y_0; h_i = H_i - H_0. \quad (5)$$

Очевидно, що у МНК (способі мінімізації робочих позначок)  $[x]=0; [y]=0; [z]=0$ . Тому нормальні рівняння (3) суттєво спрощуються, і шукані величини визначають за формулами

$$Z_C = [h]/n; u_x = [yh]/[xx]; u_y = [yh]/[yy]. \quad (6)$$

Проектні та робочі позначки вершин прямокутників або квадратів обчислюють за формулами

$$z_i = Z_C + x_i u_x + y_i u_y; r_i = z_i - h_i. \quad (7)$$

При графоаналітичному проектуванні висотні позначки визначають за проектними горизонталями, проведеними перпендикулярно до напрямку максимального (загального) ухилу майданчика. Але визначені ухили можуть перевищувати нормативні величини, і робочі позначки також не забезпечать балансу земляних мас.

Для одержання балансу земляних мас в усіх моделях позначкам  $H_i$  треба надати вагу  $p_i = F_i$  (тут  $F_i$  – площі трикутників, прямокутників або квадратів, які примикають до кожної точки сітки). У моделях із прямокутників та квадратів ці площі складаються із сум площ однієї, двох, трьох і чотирьох фігур, а з трикутників – до шести і більше.

Очевидно, що при використанні ЦМР із триангуляцією Делоне площі всіх фігур треба обчислювати завчасно за координатами їх вершин. У результаті використання ваг нормальні рівняння МНК набувають такого вигляду:

$$\begin{aligned} [p]Z_0 + [pX]u_x + [pY]u_y - [pH] &= 0; \\ [pX]Z_0 + [pXX]u_x + [pXY]u_y - [pXH] &= 0; \\ [pY]Z_0 + [pXY]u_x + [pYY]u_y - [pYH] &= 0, \end{aligned} \quad (8)$$

звідки одержують  $Z_0, u_x, u_y$ .

У симетричних сітках рівняння (8) спрощуються і шукані величини матимуть вигляд:

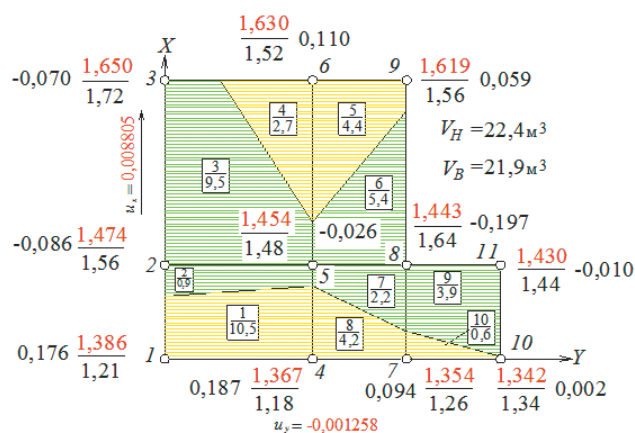
$$Z_C = [pH]/[p]; u_x = [pxH]/[pXX]; u_y = [pyH]/[pYY]. \quad (9)$$

Після одержання невідомих  $Z_0(Z_C), u_x, u_y$  за формулою (1) обчислюють робочі позначки, а правильність обчислень контролюють виконанням таких умов:

$$[pr] = 0; [pXr] = 0; [pYr] = 0. \quad (10)$$

Нижче (мал. 3) розглянуто приклад вертикального планування майданчика, заданого координатами сітки прямокутників при додержанні умови балансу земляних мас.

Результати обчислення коефіцієнтів системи нормальних рівнянь наведено в табл. 2.



Мал. 3. Картограма з балансом земляних мас

Таблиця 2. Обчислення коефіцієнтів нормальних рівнянь

Номер точки	Вага p	Координати, м		Добутки, м³		Добутки, м⁴		Позначки, м			Добутки, м³		Добутки, м⁴			
		X	Y	pX	pY	pXX	pYY	z	H	r	pH	pr	pXH	pYH	pXr	pYr
1	150	0	0	0	0	0	0	1,386	1,21	0,176	181,5	26,4	0	0	0	0
2	450	10	0	4500	0	45000	0	1,474	1,56	-0,086	702	-38,7	7020	0	-387	0
3	300	30	0	9000	0	270000	0	1,650	1,72	-0,070	516	-21,0	15480	0	-630	0
4	250	0	15	0	3750	0	56250	1,367	1,18	0,187	295	46,8	0	4425	0	701
5	750	10	15	7500	11250	75000	168750	1,454	1,48	-0,026	1110	-19,5	11100	16650	-195	-293
6	500	30	15	15000	7500	450000	112500	1,630	1,52	0,110	760	55,0	22800	11400	1650	825
7	200	0	25	0	5000	0	125000	1,354	1,26	0,094	252	18,8	0	6300	0	470
8	400	10	25	4000	10000	40000	250000	1,443	1,64	-0,197	656	-78,8	6560	16400	-788	-1970
9	200	30	25	6000	5000	180000	125000	1,619	1,56	0,059	312	11,8	9360	7800	354	295
10	100	0	35	0	3500	0	122500	1,342	1,34	0,002	134	0,2	0	4690	0	7
11	100	10	35	1000	3500	10000	122500	1,430	1,44	-0,010	144	-1,0	1440	5040	-10	-35
<b>Сума</b>	<b>3400</b>	<b>130</b>	<b>190</b>	<b>47000</b>	<b>49500</b>	<b>1070000</b>	<b>1082500</b>	<b>16,149</b>	<b>15,91</b>	<b>0,239</b>	<b>5062,5</b>	<b>0</b>	<b>73760</b>	<b>72705</b>	<b>-6</b>	<b>0</b>



Обчислення виконано з використанням електронних таблиць Excel. Система нормальних рівнянь має вигляд:

$$\begin{aligned} 3400 Z_1 + 47000 u_x + 49500 u_y &= 5062,5; \\ 47000 Z_1 + 1070000 u_x + 622500 u_y &= 73760; \\ 49500 Z_1 + 622500 u_x + 1082500 u_y &= 72705, \end{aligned}$$

за якими й одержано шукані величини:

$$Z_1 = 1,386 \text{ м}; u_x = 0,008805; u_y = -0,001258.$$

Сума робочих позначок не дорівнює нулю, оскільки введено умову отримання балансу земляних мас. Сума модулів робочих позначок становить 1,017 м. Проектні та робочі позначки вказано на картограмі біля вершин фігур, а об'єми земляних мас – у прямокутниках у знаменнику. Насип і виїмка розділені лінією нульових робіт. Загальний об'єм насипу та виїмки ґрунту, обчислений за формулами (25), становить 22,2 м<sup>3</sup>. Дебаланс становить 2,3 % і не перевищує допуску 5 %, чим підтверджується виконання заданих умов.

Для нерегулярної сітки прямокутників та квадратів із довжинами сторін відповідно  $a_i$ ,  $b_i$  та  $a_i$  площі  $F_i$  фігур і сумарна площа  $[F]$  майданчика будуть відомі. Тому планові центральні координати вершин фігур визначаємо за формулами (5), а проектну позначку центра ваги – з виразу

$$Z_C = \frac{1}{4[F]} \{ [F^I H^I] + [F^{II} H^{II}] + [F^{III} H^{III}] + [F^{IV} H^{IV}] \}, \quad (11)$$

де  $[F^I H^I]$ ,  $[F^{II} H^{II}]$ ,  $[F^{III} H^{III}]$ ,  $[F^{IV} H^{IV}]$  – відповідно суми добутків площ фігур на позначки вершин, які належать одній, двом, трьом і чотирьом вершинам прямокутника.

У випадку покриття майданчика регулярною сіткою прямокутників зі сторонами  $a$ ,  $b$  висотна позначка буде:

$$Z_C = 1/4n \{ [H^I] + 2[H^{II}] + 3[H^{III}] + 4[H^{IV}] \}, \quad (12)$$

де  $n$  – кількість однакових прямокутників (квадратів).

Зауважимо, що остання формула в літературі вживається для квадратів, але у практиці, зокрема, коли це стосується забудованих територій, ефективніше користуватися сіткою прямокутників.

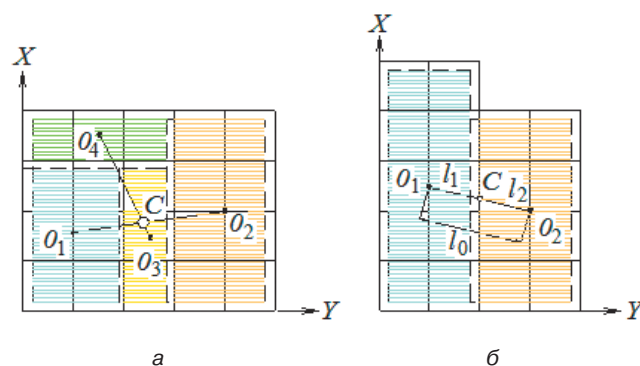
Для ручного обчислення в таких моделях з парною кількістю прямокутників (квадратів)  $n_x$  і  $n_y$  по осі абсцис і ординат, коли центр ваги розташовано в одній із вершин фігур, можна використати формули

$$\begin{aligned} Z_C &= 1/4n \{ [H^I] + 2[H^{II}] + 4[H^{IV}] \}; \\ u_x &= 24n \cdot Z_0 / (a \cdot n_x (n_x + 1) (2n_x + 1)); \\ u_y &= 24n \cdot Z_0 / (b \cdot n_y (n_y + 1) (2n_y + 1)). \end{aligned} \quad (13)$$

Планове положення центра ваги можна визначити на перетині двох ліній, що з'єднують часткові центри ваги чотирьох правильних ділянок (мал. 4, а), або за відстанями  $l_1$  і  $l_2$  від центрів двох ділянок (мал. 4, б), обчисленими за правилом коромисла:

$$l_1 = \frac{F_2}{F_1 + F_2} l_0; \quad l_2 = \frac{F_1}{F_1 + F_2} l_0, \quad (14)$$

де  $l_0$  відстань між центрами ваг двох ділянок;  $F_1$ ,  $F_2$  – площі цих ділянок.



Мал. 4. Визначення положення центра ваги способами: а – графічним; б – графоаналітичним

Проектну позначку  $Z_C$  центра ваги визначають за формулою (12). Після цього проектант, враховуючи топографічні умови місцевості та вимоги до проектування рельєфу, задає прийнятий ухил  $u$ , його азимут  $\alpha$  і визначає ухили  $u_x = u \cos \alpha$ ;  $u_y = u \sin \alpha$  по осях абсцис і ординат ділянки.

Потім за формулою (1) визначають робочі позначки  $r_i$  ( $i=1,2,\dots,n$ ), величини яких хоч і не мінімальні, але при них витримуються умови балансу земляних мас і допустимих проектних ухилів.

Треба зауважити, що у процесі вертикального проектування можуть виникати й інші задачі, наприклад, щоби:

- 1) проектна площина була горизонтальною;
- 2) проектна площина проходила через точку з позначкою  $Z_k$ ;
- 3) дійсний ухил площини вздовж заданого напрямку (вулиці, залізниці, каналізаційного або дренажного трубопроводу тощо) був незмінним;
- 4) проектна площина проходила через дві задані точки (розширення задачі 2).

У 1-му випадку із перших рівнянь систем (3) і (8) при  $u_x = u_y = 0$  знаходять позначку  $Z_0 = [pH]/[p]$ .

У 2-му випадку, задавшись  $Z_0$ , розв'язують два рівняння:

$$\begin{aligned} [pXX]u_x + [pXY]u_y &= [pXH] - [pX]Z_0; \\ [pXY]u_x + [pYY]u_y &= [pYH] - [pY]Z_0 \end{aligned}$$

і знаходять ухили  $u_x$  і  $u_y$ .

У 3-му випадку вимірюють на плані азимут  $\alpha$  заданого ухилу  $u$ , обчислюють  $u_x$  та  $u_y$ , а потім із першої формули рівнянь знаходять:

$$Z_0 = 1/[p] \{ [pH] - [pX]u_x - [pY]u_y \}.$$

При цьому можливе і використання сітки прямокутників (квадратів), орієнтованих одною віссю вздовж заданого напрямку, наприклад, по осі абсцис при заданому значенні  $u_x$ .

У 4-му випадку задача практично зводиться до



3-го, тому що при планових координатах і проектних позначках  $Z_1, Z_2$  заданих точок можна визначити загальний ухил і його азимут, а потім  $Z_0$ , робочі позначки та інші величини.

## 2. Метод квадратичного програмування

Незважаючи на простоту розв'язання задач, особливо з центральними координатами, основним недоліком МНК є те, що його результати часто потребують коректури даних для витримування заданих проектних параметрів. Тому на сучасному етапі розвитку технології комп'ютерного проектування інтенсивно розробляються програмні продукти для автоматизації процесу проектування рельєфу з оптимізацією проектних рішень стосовно витримування нормативних ухилів, балансу земляних робіт, мінімізації витрат на екскавацію і транспортування ґрунту тощо. Для ілюстрування цього методу нижче наведено два способи його використання:

1) спосіб обмеження положення площини стосовно фіксованої точки;

2) спосіб обмеження проектних ухилів.

У 1-му способі ставиться умова, щоби проектна площина проходила через фіксовану в натурі точку, наприклад, люк теплофікаційної камери. Розв'язок зводиться до вирішення задачі квадратичного програмування, функція мети якого така ж, як і в методі найменших квадратів з одним обмеженням  $[r] = 0$ , тоді як у методі квадратичного програмування можуть висуватися різні умови: 1) на проектну позначку точки; 2) на величину ухилу і навіть складніший варіант – на об'єм і баланс земляних робіт; 3) мінімум переміщень ґрунту в межах будівельного майданчика тощо.

Поставивши умову, щоби проектна площина пройшла через верх люка камери, фактична позначка якого  $h = 1,36$  м, тобто при  $r_k = 0$ , було отримано такі величини:

$$Z_1 = 1,175 \text{ м}; \quad u_x = 0,0102868; \quad u_y = 0,0041462.$$

Сума робочих позначок становить  $-0,86$  м, а сума їх модулів  $1,14$  м, що є результатом накладення обмеження на величину проектної позначки люка, а сума квадратів робочих позначок дорівнює  $0,229 \text{ м}^2$ , як і в МНК. До речі, якщо у цьому прикладі поставити "вільніше" обмеження  $r_k \geq 0$  (табл. 3), то сума квадратів робочих позначок збігається з даними, отриманими МНК, але з іншим розподілом їх величин при  $r_k = 0,12$  м. Більше того, балансу земляних робіт не одержано ( $\Sigma V_H = 1,4$ ;  $\Sigma V_B = -82,8 \text{ м}^3$ ), оскільки розв'язувалася задача мінімізації суми квадратів робочих позначок і умова дотримання балансу не ставилася.

У 2-му способі обмеження проектних ухилів мають дві форми застосування: встановлюються окремо одне чи два обмеження на модулі ухилів  $\text{abs}(u_x) - u_x^{\text{доп}} \leq 0$  і  $\text{abs}(u_y) - u_y^{\text{доп}} \leq 0$  або тільки одне обмеження на величину загального ухилу  $\sqrt{u_x^2 + u_y^2} - u^{\text{доп}} \leq 0$ . Останнє обмеження "лояльне" до абсолютних величин ухилів по координатних осях. Крім цього,

Таблиця 3. Вертикальне проектування похилої площини методом квадратичного програмування при обмеженні її положення стосовно люка ТК

Номер точки	Координати, м		Позначки, м		
	x	y	h	z	r
1	0	0	1,21	1,17	-0,04
2	10	0	1,56	1,28	-0,28
3	30	0	1,72	1,48	-0,24
4	0	15	1,18	1,24	0,06
5	10	15	1,48	1,34	-0,14
6	30	15	1,52	1,55	0,03
7	0	25	1,26	1,28	0,02
8	10	25	1,64	1,38	-0,26
9	30	25	1,56	1,59	0,03
10	0	35	1,34	1,32	-0,02
11	10	35	1,44	1,42	-0,02
Люк камери	14,5	8,7	1,36	1,36	0,00
<b>Сума</b>	<b>144,5</b>	<b>199,7</b>	<b>17,27</b>	<b>16,41</b>	<b>-0,86</b>

можливі розширення цих обмежень, зокрема, на напрям загального ухилу за умовою  $u_y/u_x - \text{tga}_u \leq 0$ , на проектну позначку площини у фіксованій точці тощо.

На завершення необхідно зазначити, що методи математичного програмування, особливо опуклого, надзвичайно перспективні для проектування поверхонь у багатьох сферах будівельно-монтажного виробництва.

### Обчислення об'ємів земляних мас

Об'єми земляних мас виїмки або насипу у кожному квадраті з однозначними робочими позначками обчислюють за формулою

$$V = \frac{1}{4} a^2 \sum_1^4 r_i, \quad (15)$$

де  $a$  – довжина сторони квадрата;  $\sum_1^4 r_i$  – сума робочих позначок.

При перетині квадрата лінією нульових робіт (перехідний квадрат) утворюються фігури трикутника, трапеції, п'ятикутника або шестикутника. Об'єми земляних мас насипу  $V_H$  і виїмки  $V_B$  в перехідних квадратах при обчисленнях на калькуляторі найкраще визначати за формулами

$$V_H = \frac{1}{4} a^2 \frac{(\Sigma r^+)^2}{\sum_1^4 |r_i|}; \quad V_B = \frac{1}{4} a^2 \frac{(\Sigma r^-)^2}{\sum_1^4 |r_i|}, \quad (16)$$

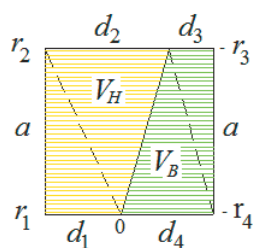
де  $\Sigma r^+$ ,  $\Sigma r^-$  – сума робочих позначок відповідно для насипу та виїмки.

Але, за В. І. Муліним [3], результати обчислень за формулами (16) можуть мати суттєві похибки, особливо, коли робочі позначки перевищують  $0,8$  м.

Фігури трапеції, п'ятикутника або шестикутника можна розділити на трикутники і визначити об'єми земляних мас за формулами трикутних призм, наприклад, для трапеції (мал. 5):

$$\begin{aligned} V_H &= 1/6a[r_1d_1 + r_2(d_1 + d_2)]; \\ V_B &= 1/6a[r_3d_3 + r_4(d_3 + d_4)], \end{aligned} \quad (17)$$

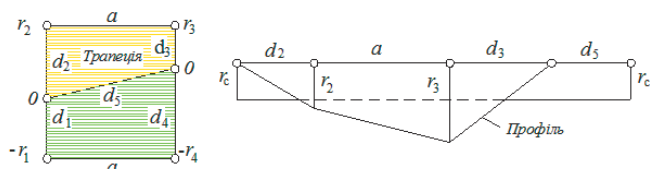
тут  $d_i$  – довжини сторін трикутника.



Мал. 5. Поділ трапеції на трикутники

Проте при невдалому поділі фігури на трикутники (лінія поділу проводиться вздовж горизонталі) результати обчислень також можуть мати суттєві похибки.

Для одержання формул, за якими підвищується точність визначення об'ємів земляних мас, пропонується використовувати метод розгортання контуру трапеції у пряму лінію, скласти профіль і проводити горизонтальну лінію за умовою балансу земляних мас (мал. 6).



Мал. 6. Схема трапеції і рівновеликого прямокутника у профілі

Тоді можна записати рівняння:

$$r_c(d_2 + a + d_3 + d_5) - \frac{1}{2}[d_2r_2 + a(r_2 + r_3) + d_3r_3] = 0, \quad (18)$$

де  $r_c$  – середня робоча позначка, значення якої відповідає балансу земляних мас.

Із формули (18) одержимо:

$$r_c = \frac{d_2r_2 + a(r_2 + r_3) + d_3r_3}{2(d_2 + a + d_3 + d_5)}.$$

Об'єми земляних мас у трапеціях можна визначити як добуток середньої позначки на площу фігури, тобто:

$$V_H = \frac{a(d_2 + d_3)[d_2r_2 + a(r_2 + r_3) + d_3r_3]}{4(d_2 + a + d_3 + d_5)}, \quad (19)$$

$$V_B = \frac{a(d_1 + d_4)[d_1r_1 + a(r_1 + r_4) + d_4r_4]}{4(d_1 + a + d_4 + d_5)}. \quad (20)$$

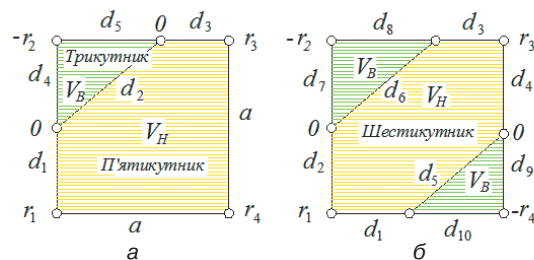
Аналогічно запишемо формули для обчислення об'ємів земляних мас у п'ятикутнику і шестикутнику (мал.7):

$$V_H = \frac{(2a^2 - d_4d_5)[d_1r_1 + d_3r_3 + a(r_1 + 2r_4 + r_3)]}{4(2a + d_1 + d_3 + d_2)}, \quad (21)$$

$$V_H = \frac{(2a^2 - d_7d_8 - d_9d_{10})[(d_1 + d_2)r_1 + (d_3 + d_4)r_3]}{4(d_1 + d_2 + d_3 + d_4 + d_5 + d_6)}. \quad (22)$$

Для обчислення об'ємів земляних мас у трикутнику застосовують відому формулу:

$$V_B = \frac{1}{3}Fr_2 = \frac{1}{6}r_2d_4d_5. \quad (23)$$



Мал. 7. Схема трикутника, п'ятикутника і шестикутника

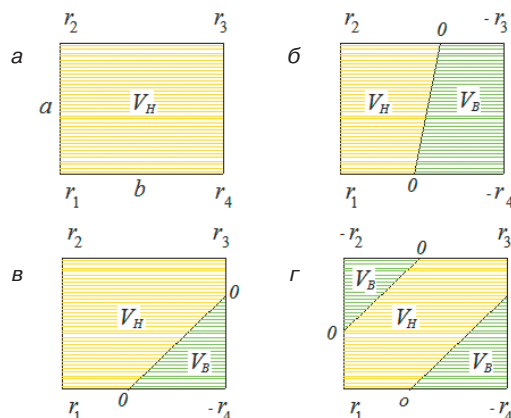
При

$$d_4 = \frac{a \cdot r_2}{r_2 - r_1}; \quad d_5 = \frac{a \cdot r_2}{r_2 - r_3}.$$

формула (23) набуває вигляду:

$$V_B = \frac{a^2 r_2^3}{6(r_2 - r_1)(r_2 - r_3)}. \quad (24)$$

Оскільки обчислення за формулами (17-23) потребують визначення довжин сторін фігур сітки, то ними доцільно користуватися при ручних розрахунках. Для роботи на комп'ютері нижче наводяться формули для обчислення об'ємів земляних мас у сітках прямокутників (мал. 8) для чотирьох модифікацій розташування робочих позначок:



Мал. 8. Комбінації знаків робочих позначок прямокутників:

а – однакові; б – попарно різні;

в – одна відмінна; г – діагонально симетричні

$$a) V_H = \frac{ab}{4}(r_1 + r_2 + r_3 + r_4);$$

$$б) V_H = \frac{ab}{8}(r_1 + r_2) \left( \frac{r_1}{r_1 - r_4} + \frac{r_2}{r_2 - r_3} \right);$$

$$V_B = \frac{ab}{8}(r_3 + r_4) \left( \frac{r_4}{r_4 - r_1} + \frac{r_3}{r_3 - r_2} \right);$$

$$в) V_H = \frac{ab}{6} \left\{ \frac{r_1^2}{r_1 - r_4} + \frac{r_3^2}{r_3 - r_4} + r_2 \left[ 2 - \frac{r_4^2}{(r_4 - r_1)(r_4 - r_3)} \right] \right\};$$

$$V_B = \frac{abr_4^3}{6(r_4 - r_1)(r_4 - r_3)}; \quad (25)$$

$$г) V_H = \frac{ab}{8}(r_1 + r_3) \left[ 2 - \frac{r_2^2}{(r_2 - r_1)(r_2 - r_3)} - \frac{r_4^2}{(r_4 - r_1)(r_4 - r_3)} \right];$$

$$V_B' = \frac{abr_2^3}{6(r_2 - r_1)(r_2 - r_3)}; \quad V_B'' = \frac{abr_4^3}{6(r_4 - r_1)(r_4 - r_3)},$$



де  $a$ ,  $b$  – розміри сторін прямокутника відповідно вздовж осі абсцис і ординат;  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $r_3$ ,  $r_4$  – робочі позначки, які беруться у формулах зі своїми знаками.

Очевидно, що при  $a=b$  формули (25) придатні для обчислення об'ємів земляних мас фігур сітки квадратів.

Баланс земляних мас визначають за різницею сумарних об'ємів із врахуванням об'єму виїмки від фундаментів споруд і підземних комунікацій. При підрахунку балансу об'єм виїмки множать на коефіцієнт залишкового розпушування ґрунту, який дорівнює 1,01-1,025 для піщаного, 1,015-1,05 для суглинкового та 1,04-1,09 для глинистого ґрунтів. Якщо екскавацію ґрунту за межі будівельного майданчика не проводять, то дебаланс не повинен перевищувати 5 % від об'єму насипу або виїмки, інакше піднімають або опускають площину всього майданчика на величину

$$\delta_r = (\Sigma V_n - \Sigma V_b) / 2F,$$

де  $F$  – загальна площа території майданчика.

#### Література

1. *Баран, П.И.* Справочник по инженерной геодезии [Текст] / П.И. Баран, Н.Г. Видуев, С.П. Войтенко [и др.]. – К.: Вища шк., 1978. – 376 с.
2. *Литвинов, О.О.* Технология строительного производства [Текст] / О.О. Литвинов, Ю.И. Беляков, Г.М. Батура [и др.]. – К.: Вища шк., 1985. – 479 с.
3. *Мулин, В.И.* Расчет основных технико-экономических параметров вертикальной планировки территорий [Текст] / В.И. Мулин. – М.: Стройиздат, 1974. – 144 с.

Надійшла 08.11.11