



УДК 528.4

К. О. Бурак, М. Я. Гринішак, В. М. Ковтун, В. П. Михайлишин, О. П. Шпаківський

ВИЗНАЧЕННЯ ТОЧНОСТІ ВІДХИЛЕННЯ ПОЛОЖЕННЯ БЛИЗЬКОСТВОРНОЇ ТОЧКИ ЗА ДОПОМОГОЮ ЕЛЕКТРОННОГО ТАХЕОМЕТРА

Получено аналитическое выражение для оценки точности определения координат геодезической станции способом вынесения точки на створ (режим измерений электронным тахеометром "от базовой линии"). Выполнены экспериментальные исследования. Полученные результаты позволяют утверждать, что при длине базовой линии до 200 м нестворность станции возможно определить с погрешностью 0,25-0,5 мм.

It is obtained the analytic expression for the assessment of the accuracy of the determination of a geodetic station coordinates by the method of planting points on line ("from baseline" measurement regime in electronic tacheometer). The experimental investigations have been carried out. The results obtained show that when the baseline length is less than 200 m the nonlinearity of a station can be determined with accuracy 0,25-0,5 mm.

Постановка проблеми та вирішення її в попередніх дослідженнях. У статті [2] науково обґрунтовано методику знімання підкранових колій електронним тахеометром (ЕТ). У випадку, коли немає можливості з однієї станції визначити координати точок на рейках А і В, виникає потреба в точному визначенні ординат станцій вимірювання. Автори рекомендують для цього відомий з праці [3] спосіб винесення точки на створ при відсутності видимості вздовж створу. Цей спосіб аналогічний режиму вимірювань від базової лінії, який підтримує програмне забезпечення сучасних ЕТ. Зокрема, дана схема реалізована в тахеометрах серії NTS фірми "SOUTH" – це прикладна програма "Вимірювання відносно базової лінії".

Звертаємо увагу на те, що за цією технологією можна знайти умовні координати точки, в якій встановлено прилад (т. С на мал. 1), не знаючи навіть координат точки В, яка задає вихідну вісь (базову лінію). Для цього необхідно знати лише дирекційний кут лінії АВ. Те саме передбачає і зазначена вище прикладна програма. На відміну від ЕТ серії NTS фірми "SOUTH", тахеометри серії SET фірми "SOKKIA" не мають стандартної програми, яка розв'язує розглядувану задачу в такій постановці. В їхній програмі базисна лінія повинна задаватись координатами двох станцій, тому необхідно попередньо вимірювати відстань АВ і вводити координати $X т. А=Y т. В=У т. А=0$ та $X т. В=S_{AB}$, що загалом нескладно. Точність також можна одержати високу (причому з контролем), оскільки ЕТ цього типу вирішують зворотну зачіпку за допомогою прикладної програми, яка її урівнює як лінійно-кутову.

Традиційно ця задача використовується і при польовому трасуванні [3]. Оригінальне рішення аналогічної задачі запропонували автори праці [1] для передачі напрямків усередину приміщень (захисних оболонки реакторних відділень АЕС) через технологічні отвори при геодезичному обслуговуванні монтажних робіт.

© К. О. Бурак, М. Я. Гринішак, В. М. Ковтун, В. П. Михайлишин, О. П. Шпаківський, 2012

Оскільки в попередній нашій публікації [2] у "Віснику" та у відомій нам літературі відсутні рекомендації стосовно оцінювання точності цієї задачі, то наразі робимо спробу одержати аналітичний вираз, який дасть змогу це зробити. На нашу думку, це розширить сферу використання розглядуваного способу винесення точки на створ при відсутності видимості вздовж створу.

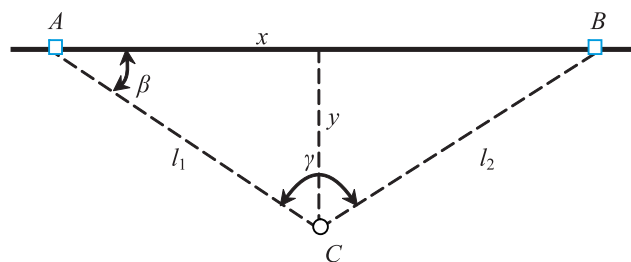
Виклад основного матеріалу дослідження. Нагадаємо зміст задачі. У точках А і В на кінцях створу встановлюють відбивачі (див. мал. 1). ЕТ центрують над точкою С. Вимірюють відстані l_1 та l_2 до точок А і В на кінцях створу й кут γ між цими сторонами. За відомими формулами (див., наприклад, [3]) знаходять відхилення від створу точки С – координати y (при вказаному на мал. 1 розміщенні осей) та x :

$$y = l_1 \sin \beta, \quad (1)$$

$$\text{де } \beta = \text{arctg} \left(\frac{l_1}{l_2 \sin \gamma} - \text{ctg} \gamma \right), \quad (2)$$

Відповідно:

$$x = l_1 \cos \beta. \quad (3)$$



Мал. 1. Спосіб винесення точки на створ

Обґрунтуємо можливість широкого використання даного методу, для чого знайдемо СКП визначення величин m_y і m_x залежно від СКП визначення відстаней m_l та кута m_γ .

Після очевидних, хоча і досить громіздких, перетворень, які ми тут не наводимо з огляду на обсяг статті, одержимо:

$$m_y = \sqrt{(l_1 \cos \beta m_\beta / \rho'')^2 + (m_l \sin \beta)^2}; \quad (4)$$



$$m_x = \sqrt{(l_1 \sin \beta m_\beta'' / \rho'')^2 + (m_l \cos \beta)^2}, \quad (5)$$

де

$$m_\beta'' = \sqrt{\left[\left(\frac{a}{l_1 \sin \gamma} \right)^2 + \left(\frac{al_1}{l_2^2 \sin \gamma} \right)^2 \right] m_l^2 \rho^2 + \left[\frac{a(l_2 - l_1 \cos \gamma)}{l_2 \sin^2 \gamma} \right]^2 m_\gamma^2};$$

$$a = \frac{1}{1 + \left(\frac{l_1}{l_2 \sin \gamma} - \operatorname{ctg} \gamma \right)^2}.$$

Підрахуємо точність визначення абсиси станції при вимірюванні ширини залізничних колій за методикою, описаною в праці [2] (випадок, коли положення колій А і Б в одному поперечному січенні з однієї станції визначити неможливо). Для цього випадку прийемо $l_1 \approx l_2 = l$ та $\beta_1 \approx \beta_2 = \beta$.

Знову, не приводячи проміжні, громіздкі перетворення, запишемо:

$$a = \frac{\sin^2 \gamma}{2(1 - \cos \gamma)}; \quad (6)$$

$$m_\beta'' = \sqrt{\left[2 \left(\frac{a}{l \sin \gamma} \right)^2 \right] m_l^2 \rho^2 + \left[\frac{a(1 - \cos \gamma)}{\sin^2 \gamma} \right]^2 m_\gamma^2}. \quad (7)$$

Підставляючи (6) у (7) та упускаючи проміжні перетворення, матимемо:

$$m_\beta'' = \sqrt{\left(\frac{1 + \cos \gamma}{2l^2(1 - \cos \gamma)} \right) m_l^2 \rho^2 + 0,25m_\gamma^2} =$$

$$= \sqrt{\frac{\operatorname{ctg}^2(\gamma/2)}{2l^2} m_l^2 \rho^2 + 0,25m_\gamma^2}.$$

Звідси

$$m_y^2 = \cos^2 \beta \left(\frac{\operatorname{ctg}^2(\gamma/2)}{2} m_l^2 + 0,25m_\gamma^2 l^2 / \rho^2 \right) + m_l^2 \sin^2 \beta.$$

З урахуванням прийнятих припущень можемо вважати, що $\gamma \approx 180^\circ - 2\beta$, звідки:

$$m_y^2 = \sin^2 \frac{\gamma}{2} \left(\frac{\operatorname{ctg}^2(\gamma/2)}{2} m_l^2 + \frac{0,25m_\gamma^2 l^2}{\rho^2} \right) + m_l^2 \cos^2(\gamma/2) \quad (8)$$

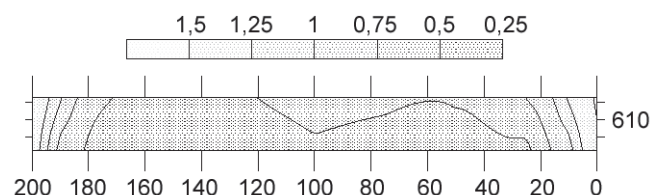
або

$$m_y^2 = \cos^2 \beta \left(\frac{\operatorname{tg}^2 \beta}{2} m_l^2 + 0,25m_\gamma^2 l^2 / \rho^2 \right) + m_l^2 \sin^2 \beta. \quad (9)$$

При використанні ЕТ 2"-ї точності з m_l , рівною 1,5 мм, для розв'язання задачі визначення ширини колії максимальне значення $l_{\max} = 135$ м [2]. Знайдемо за формулою (8) або (9), що $m_{y \max}$ (при $l_{\max} = 135$ м) дорівнює 0,7 мм при величині y (відстань інструмента від колії) від 1 до 10 м. Тобто ніяких обмежень для вибору положення станції, зручного для вимірювань, немає. Це саме значення

при використанні ЕТ 5"-ї точності з m_l , що дорівнює 1,5 мм, також буде рівним при $l_{\max} = 53$ м величині 0,7 мм.

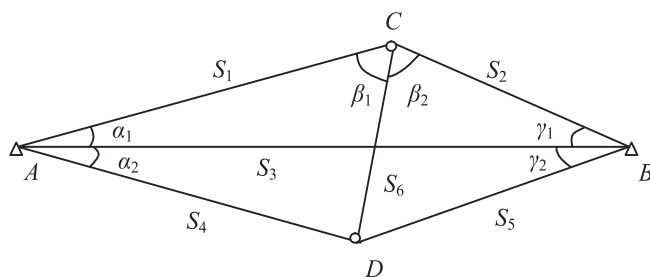
При дослідженнях геометричних параметрів технологічного обладнання, наприклад, оберткових печей цементних заводів, виникає необхідність встановлення ЕТ напроти кожної опори і визначення ординати станції. Для оцінювання точності визначення нестворності інструмента в цьому випадку виконали математичне моделювання значень за формулою (4). Результати ілюструє мал. 2.



Мал. 2. Точність визначення ординат станції при $m_l = 0,015$ м та $m_\gamma = 2''$

При моделюванні прийнято: $S_{AB} = 200$ м, $m_l = 0,015$ м, $m_\gamma = 2''$. Аналіз мал. 2 показує, що при встановленні інструмента на відстанях до 10 м від створу $m_\gamma < 0,5$ мм, за винятком 20-метрових інтервалів на кінцях створу, де m_γ змінюється від 0,5 до 1,5 мм.

Для підтвердження висновків було проведено такий експеримент. На промайданчику (підстильна поверхня – асфальт, трав'янисте покриття) встановили 3 штативи в точках А, В і С та віху з відбивачем у точці D (мал. 3). Міняючи положення приладу і відбивачів у непорушних трегерах, виміряли всі відстані та кути. Кожну з відстаней S_{1-6} вимірювали в прямому напрямку 12 раз. Середні значення відстаней і СКП, обчислені за формулою Бесселя, наводяться в графах 2-3 таблиці. Значення СКП лежать в інтервалі 0,17-0,44 мм. СКП вимірювання відстані за результатами опрацювання всіх вимірів характеризується значенням $0,24 \pm 0,1$ мм. Три лінії виміряли і в зворотному напрямку. Дані, вказані в графі 4 таблиці, підтверджують цей результат (точність вимірювань відстаней довжиною до 200 м характеризується СКП $< 0,3$ мм, що точніше, ніж величина, задекларована в технічних характеристиках на прилад).



Мал. 3. Схема експериментального визначення точності створної засічки



Результати вимірювань

Геометричні параметри	Прямі виміри		Зворотні виміри	
	Значення	СКП	Значення, мм	СКП, мм
1	2	3	4	5
S_1	135714,3 мм	0,17 мм	135714,3	0,36
S_2	59283,4 мм	0,23 мм	59282,4	0,34
S_3	194954,7 мм	0,19 мм	194954,3	0,44
S_4	135364,2 мм	0,19 мм	-	-
S_5	59,615,2 мм	0,35 мм	-	-
S_6	3429,0 мм	0,20 мм	-	-
α_1	0°17'55"	3,0"	-	-
α_2	0°38'45"	2,9"	-	-
β_1	93°54'52"	0,7"	-	-
β_2	177°22'35"	3,0"	-	-
γ_1	1°49'31"	2,1"	-	-
γ_2	1°27'48"	2,0"	-	-
Х т. С, мм	135701,3±0,38	135701,4±0,21	135701,0±0,6	135701,1 ± 1,9
У т. С	-1886,2±1,4	-1889,7±3,5	-1888,6±0,6	1889,1 ± 0,4
Х т. D	135358,4±0,24	135355,5±0,27	135358,1	-
У т. D	1525,4±0,57	1524,3±3,3	1524,5	-

Цю точність підтверджують і результати зрівнювання трикутника *ABC*, в якому є три надлишково виміряні величини. Твердими (рівними 0) при зрівнюванні приймали координати точки *A* та дирекційний кут лінії *AB*. Поправки при урівнюванні за способом найменших квадратів у довжини ліній виявились в інтервалі -0,15-0,36 мм, а в кути -0,5-3,9". За результатами урівнювання координати точок *B* і *C* виявились рівними:

$$X_{т.В} = 194\ 954,2 \text{ мм}; Y_{т.В} = 0,0 \text{ мм};$$

$$X_{т.С} = 135\ 701,0 \text{ мм}; Y_{т.С} = -1889,0 \text{ мм}.$$

Координати точок *C* і *D* визначались 4 рази:

- за результатами вимірювань у координатному режимі зі станції *A*, приймаючи $X_{т.В}=194\ 954,4$ мм, $Y_{т.В}=0,0$ мм, способом полярних координат. Виконали 12 вимірювань. Середні значення координат точок *C* і *D* й СКП одного виміру наведені в графах 2-3 таблиці;

- за результатами вимірювань у координатному режимі з точки *C* при тих же початкових даних. Середнє значення і СКП одного виміру вказано в графах 2-3 таблиці;

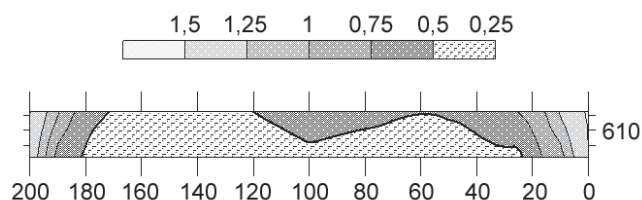
- за результатами опрацювання вимірів зворотної засічки (при встановленні інструмента на точці *C*) з використанням прикладної програми "Лінійна засічка" стандартного програмного забезпечення приладу. Координати точок *A* і *B* приймали такими ж, як і при координатних вимірюваннях. Середнє значення координат точки *C* і СКП одного виміру вказано в графах 4-5. Цей результат засвідчив, що прикладна програма в документації до приладу неправильно названа "Лінійна засічка". При лінійній засічці за цими даними результат повинен бути інший. Насправді він збігається з результатом розв'язку зворотної лінійно-кутової засічки. Також у графах 4-5 таблиці наводяться результати визначення координат точки *D* в режимі "точка – лінія";

- за результатами обчислень за формулами (1, 2) і (4, 5) за тими ж даними, що і при зрівнюванні. Середнє значення координат точки *C* і СКП одного

виміру вказано в графі 5 таблиці.

Якщо результати, одержані з урівнювання лінійно-кутової мережі, вважати найточнішими, то з ними практично збігаються результати розв'язку зворотної засічки та обчислень за формулами (1, 2) і (4, 5). Це ще раз підтверджує висновок, що СКП вимірювань довжин до 200 м можемо прийняти за 0,3 мм (звичайно, без врахування похибок центрування, редукції, похибок визначення постійної поправки приладу).

На мал. 4 відображено результати математичного моделювання за формулами (1-3) точності розв'язку задачі визначення m_y при $m_l=0,003$ м та $m_\gamma=2"$. Ці результати, як і дані експериментальних досліджень, свідчать, що точність визначення нестворності точки встановлення приладу способом вимірювань від базисної лінії при використанні сучасного ЕТ 2"-ї точності реальна в межах 0,25-0,5 мм.



Мал. 4. Результати моделювання точності вимірювань при $m_l = 0,3$ мм

Висновки. Одержано аналітичний розв'язок задачі визначення точності відхилення від створу точки встановлення ЕТ в режимі вимірювання від базової лінії. Виконані експериментальні дослідження дають підставу стверджувати, що можна одержати точність у 0,25-0,50 мм навіть з одноразових вимірювань. Це дозволяє рекомендувати спосіб для вирішення широкого спектра інженерно-геодезичних задач, пов'язаних з визначенням геометричних параметрів технологічного обладнання та будівельних конструкцій.

Література

1. Баран, П.И. Проблемы геодезического обеспечения строительства, монтажа и эксплуатации инженерных сооружений и технологического оборудования [Текст] / П. И. Баран, С. П. Войтенко // В помощь лектору и специалисту. Пропаганда достижений науки, техники и передового производственного опыта в отраслях народного хозяйства. – К.: О-во "Знание Украины", 1990. – 20 с.
2. Бурак, К.О. Використання електронних тахеометрів при геодезичному контролі підкранових колій [Текст] / К. О. Бурак, М. Я. Гринішак, В. П. Михайлишин, О.П. Шпаківський // Вісн. геодез. та картограф. – 2011. – № 3. – С. 5-7.
3. Левчук, Г. П. Прикладная геодезия [Текст] / Г. П. Левчук, В. Е. Новак, В. Г. Конусов. – М.: Недра, 1981. – 285 с.

Надійшла 30.01.12