



РЕЗУЛЬТАТИ УТОЧНЕННЯ КВАЗІГЕОІДА УКГ2012 ДЛЯ ТЕРИТОРІЇ УКРАЇНИ

Поставлена и решена задача построения нового квазигеоида УКГ2012 с точностью < 2 см по отношению к пунктам GPS-нивелирования I и II классов. Решение было получено методом средней квадратической коллокации. На первой итерации построен гравиметрический квазигеоид УКГ2011 по оцифрованным аномалиям силы тяжести на континентальной части и аномалиям силы тяжести на регулярном гриде 2'×2' в акваториях Черного и Азовского морей, полученным из обработки данных альтиметрии по шести альтиметрическим миссиям – ERS-1, ERS-2, TOPEX/POSEIDON, JASON-1, ENVISAT, GFO (1992-2005 гг.). Решение УКГ2011 использовано для отбраковки грубых данных GPS-нивелирования. На второй итерации выполнено построение поля аномалий силы тяжести и высот квазигеоида УКГ2012 на регулярном гриде 2'×3' на основе метода средней квадратической коллокации с добавлением к гравиметрическим данным 4070 GPS-измеренных высот квазигеоида. В результате проведенных независимых сравнений случайная погрешность высот квазигеоида УКГ2012 оценивается в среднем величиной не больше 5 см, а на пунктах нивелирования I и II классов – 1,5 см, что полностью отвечает требованиям уравнивания Государственной геодезической сети Украины.

It is put and solved the task of computation of a new UQG2012 quasigeoid with accuracy < 2 cm in relation to points of the first-class and second-class GPS-levelling. The solution was based on the least squares collocation method applied in two iterations. On the first iteration the gravimetry-only UQG2011 quasigeoid was constructed from the digitized gravity anomalies on the continental area and the gravity anomalies on the regular grid 2'×2' in the Black Sea and the Azov Sea areas derived from altimetry data of ERS-1, ERS-2, TOPEX/POSEIDON, JASON-1, ENVISAT and GFO missions (1992-2005). The UQG2011 quasigeoid was used for detection of gross errors in GPS-leveling data. On the second iteration it was computed the field of gravity anomalies and UQG2012 quasigeoid heights at regular grid 2'×3' on the basis of the least squares collocation method with adding to the gravimetry data 4070 GPS-leveling quasigeoid heights. The comparisons of the UQG2012 quasigeoid solution with the independent GPS-leveling data show a good agreement with rms < 5 cm in average and 1,5 cm at the GPS points of the first and second classes. This noise level corresponds to the requirements for the adjustment of State Geodetic Network of Ukraine.

Постановка проблеми та аналіз виконаних досліджень. Побудова високоточного (квазі)геоїда – важлива складова основної задачі геодезії. Зауважимо, що перший гравіметричний квазігеоїд EGG97 на регіон Європи з високою роздільною здатністю (сітка 1'×1,5'), включаючи Україну та інші країни Східної Європи, було побудовано у 1997 р. [5]. Цей розв'язок суттєво покращує як квазігеоїд EGG07 (2007), так і EGG08 (2008) [6], побудовані у рамках проекту EGGP Міжнародної асоціації геодезії. Незалежний гравіметричний розв'язок УКГ2006 [1] і комбінований квазігеоїд УКГ2007 [12] (для сіток 4'×6' і 2'×3') було знайдено у 2006 і 2007 рр. тільки на регіон України. Розв'язки EGG08, EGM08, УКГ2006 та УКГ2007 мають точність 5-10 см, оцінену методом порівняння незалежних наборів даних з контрольних пунктів GPS-нівелювання.

У 2003 р. на Генеральній асамблеї МГГС прийнято рішення про побудову нового (підвищеної точності) європейського квазігеоїда замість відомої моделі EGG97 з включенням не тільки гравіметричної інформації, а й даних про аномалії сили тяжіння, отриманих у ході альтиметрії на морі, з використанням показників GPS-визначених висот $\zeta = H - H^g$. Відомо [8], що гравіметричний квазігеоїд EGG97 може давати кращу точність у регіональному/локальному масштабі після редукції EGG97 у Європейську мережу EUVN пунктів GPS-нівелювання. При цьому для визначення параметрів перетворення використовуються ті ж пункти EUVN, що фактично відповідає приведенню гравіметричного розв'язку високої роздільної здатності до прийня-

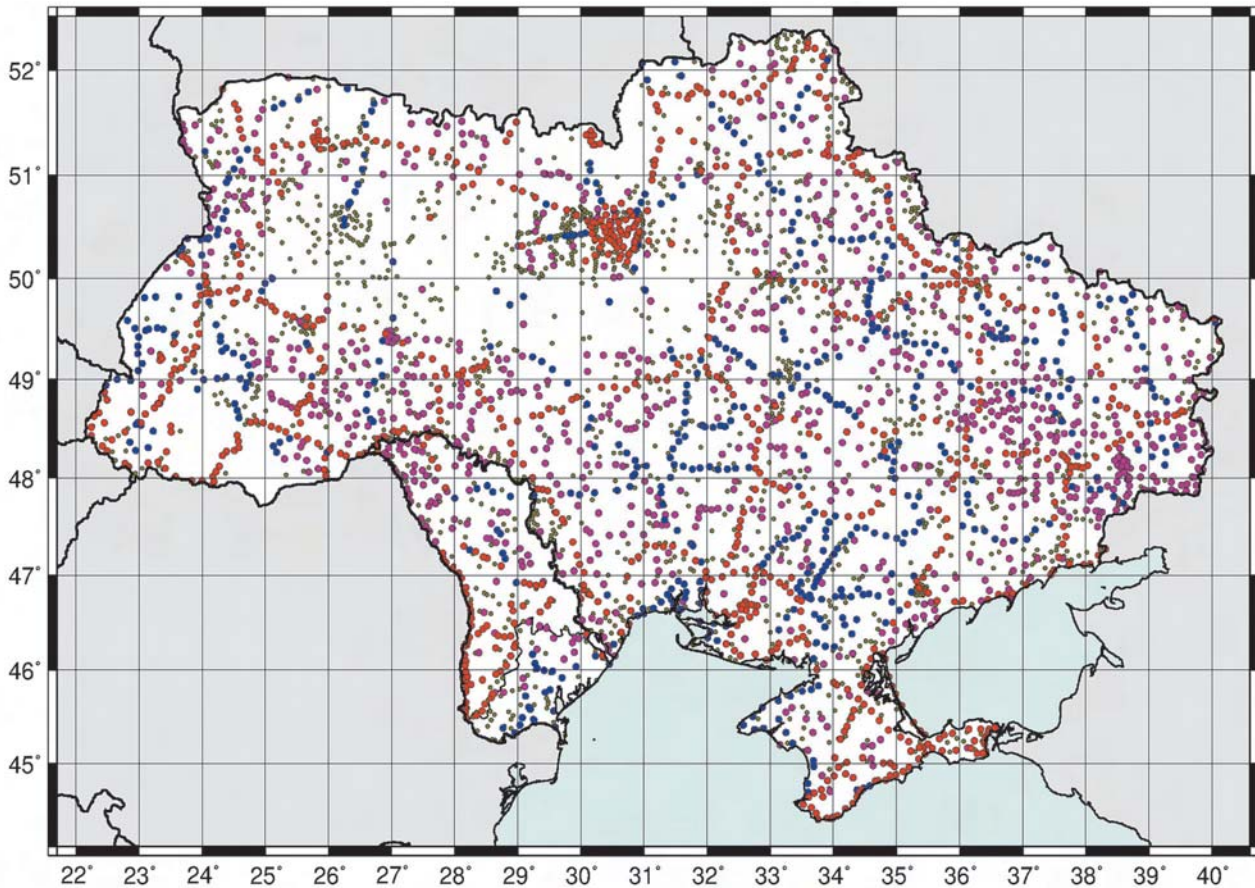
того абсолютного рівня (у нашому випадку – Балтійської 1977 р. висотної системи). Такий підхід реалізовано у праці [8] у вигляді так званої DFHRS-концепції, що базується на відомій формулі [4]

$$H = H^g + \zeta \quad (1)$$

і методі скінченних елементів для наближення геодезичних висот H , коли використовується допоміжна референсна поверхня, за яку прийнято трансформовані висоти ζ квазігеоїда.

Модель Європейського квазігеоїда точності $\sigma < 10$ см була апробована на регіон Молдови прямим використанням методу середньої квадратичної колокації для модифікації квазігеоїда EGG97 за даними пунктів GPS-нівелювання в Балтійській 1977 р. системі висот [12].

Постановка задачі. У дослідженні поставлено й розв'язано задачу побудови двох моделей Українського квазігеоїда УКГ2011 та УКГ2012 зі стандартним відхиленням $\sigma < 4-5$ см за довільно заданими аномаліями сили тяжіння Δg в регіоні України і значеннями Δg в акваторії Чорного та Азовського морів, одержаними за даними шести альтиметричних місій (ERS-1, ERS-2, TOPEX/POSEIDON, GFO, ENVISAT і JASON-1) загальним охопленням близько 14-ти років [2], а також за даними GPS-нівелювання на 4070-ти пунктах та за інформацією про топографію з різних джерел, яка в остаточному вигляді являла собою цифрову модель місцевості з роздільною здатністю 3"×3". На відміну від підходу DFHRS, в якому висоти квазігеоїда вважаються відомими, у нашому дослідженні для прогнозування висот квазігеоїда та аномалій сили тяжіння на регулярний грід 2'×3' використано метод середньої квадратичної колокації [10].



Мал. 1. Розподіл 4070 пунктів GPS-нівелювання I (•), II (•), III (•) і IV (•) класів

Таблиця 1. Статистики різниць вимірних GPS-висот квазігеоїда та розв'язку EGG08, см

Статистики, см	Класи і пункти GPS-нівелювання				
	I (827 п.)	II (556 п.)	III (878 п.)	IV (1809 п.)	всі пункти
Мінімальне відхилення	-4,7	-0,6	-3,7	-7,9	-7,9
Максимальне відхилення	54,3	51,8	55,7	54,4	55,7
Середнє відхилення	25,6	26,0	26,8	24,6	25,5
Стандартне відхилення	7,9	7,6	9,3	9,0	8,7

Таблиця 2. Статистики різниць вимірних GPS-висот квазігеоїда та розв'язку EGM08, см

Статистики, см	Класи і пункти GPS-нівелювання				
	I (827 п.)	II (556 п.)	III (878 п.)	IV (1809 п.)	всі пункти
Мінімальне відхилення	-38,0	-30,3	-28,0	-29,0	-38,0
Максимальне відхилення	33,4	25,7	25,6	31,4	33,4
Середнє відхилення	1,7	1,6	2,1	0,1	1,1
Стандартне відхилення	8,6	7,5	8,5	9,1	8,7

Таблиця 3. Статистики різниць вимірних GPS-висот квазігеоїда та розв'язку УКГ2011, см

Статистики, см	Класи і пункти GPS-нівелювання				
	I (827 п.)	II (556 п.)	III (878 п.)	IV (1809 п.)	всі пункти
Мінімальне відхилення	-10,5	-18,9	-19,5	-20,6	-20,6
Максимальне відхилення	13,2	17,5	21,0	25,2	25,2
Середнє відхилення	0,7	1,4	2,2	0,8	1,1
Стандартне відхилення	2,4	3,8	5,8	6,6	5,5

Оскільки кількість пунктів GPS-нівелювання з 2007 по 2012 р. зросла з 2381-го до 4070-ти (тобто на 1689), розподіл яких ілюструє мал. 1, зазначені

задач високого рівня точності.

При побудові квазігеоїда УКГ2012 було витримано додаткову умову збереження точності < 2 см для

у табл. 1-3 розв'язки EGG08, EGM08 і УКГ2011 дають змогу провести додаткову незалежну перевірку цих квазігеоїдів. Усі три таблиці демонструють такі статистики різниць вимірних GPS-висот квазігеоїдів та їх розв'язків, які дають підставу стверджувати наступне:

1. Виходячи з середнього і стандартного відхилень, найкращим розв'язком слід вважати квазігеоїд УКГ2011. У всіх випадках отримуємо відхилення 5-6 см.

2. Квазігеоїд EGG08 прив'язано до Амстердамського футштока, через що маємо середнє відхилення в 25 см відносно реперів, заданих у Балтійській 1977 р. системі.

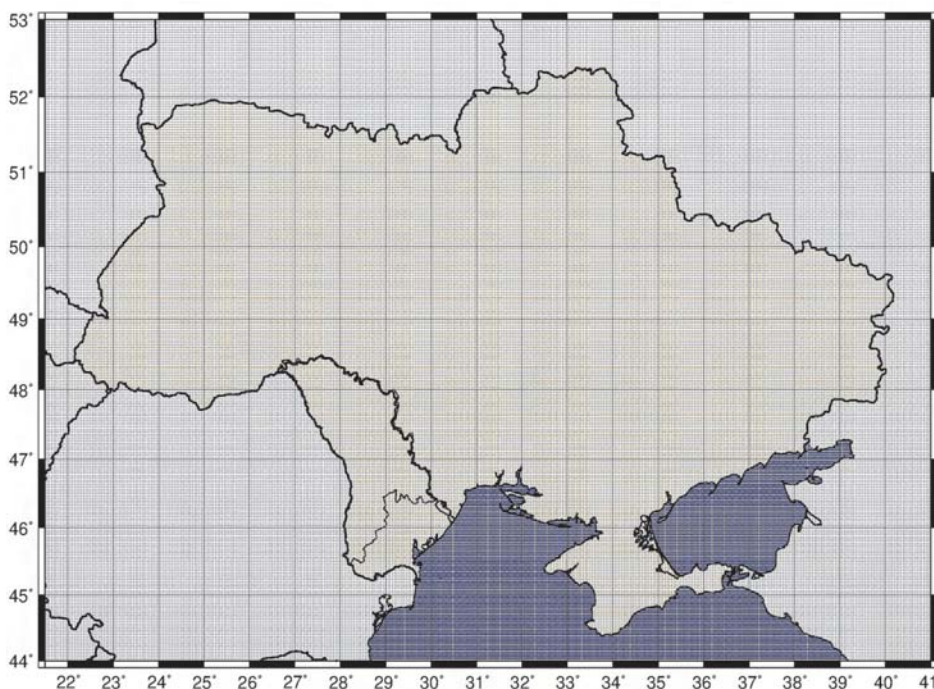
3. І розв'язок УКГ2011, і розв'язок EGM08 характеризуються близькістю до нульового середнього відхилення відносно реперів, заданих у Балтійській 1977 р. системі, що, зокрема, дозволяє напряму застосовувати обидві моделі для вирішення



пунктів нівелювання I та II класів. Робота з обчислення квазігеоїда в регіоні України була обмежена широтами 43,5°-53° та довготами 21,5°-41°. На першому етапі для розв'язку УКГ2011 використано вихідні дані тільки для 3524-х пунктів GPS-нівелювання у Балтійській 1977 р. системі висот. На другому етапі за вихідну інформацію використано 4070 пунктів GPS-нівелювання на регіон України та Молдови, у т. ч.: 827 пунктів відповідало нівелюванню I класу; 556 – II класу; 878 – III класу; 1809 пунктів – нівелюванню IV класу. Додатково було прийнято рішення про попереднє бракування грубих даних GPS-визначених висот квазігеоїда, які викликані або неточним визначенням висоти центру пункту, або введенням помилкового значення висоти антени. Такий прийом було використано і для оцінювання загальної похибки виміряних висот квазігеоїда відносно розв'язків EGG08 та EGM08 на основі стандартного критерію 3σ у випадку, коли розподіл для залишкових висот був нормальним або близьким до нормального.

Виклад основного матеріалу дослідження. **Гравіметричні дані для визначення квазігеоїда.** Враховуючи отримані результати, було прийнято рішення про побудову на першому етапі квазігеоїда УКГ2011 на основі гравіметричних даних зі статистиками, наведеними у табл. 4 з праці [3].

Зауважимо, що крім даних про аномалії Буге було використано гравіметричну інформацію про акваторії Чорного та Азовського морів, одержану на основі оброблення матеріалів шести супутникових альтиметричних місій за 14 років (1992-2005) [2]. Оскільки оцифровані аномалії Буге покривають територію України лише приблизно на 95 %, то виникла необхідність заповнення "білих плям". Як додаткову інформацію було використано дані про



Мал. 2. Розподіл вихідних гравіметричних даних для побудови квазігеоїда:
 • – значення Δg континентальної частини на гріді $2' \times 3'$, обчислені на основі сумісного оброблення першого й третього наборів даних; • – аномалії сили тяжіння Δg , отримані за даними альтиметрії на гріді $2' \times 2'$

Таблиця 4. Статистики вихідних даних про аномалії Буге для регіону України [3]

№ набору	Статистики аномалій Буге Δg_B , мГал	Мінімальне відхилення	Максимальне відхилення	Середнє відхилення	Стандартне відхилення
1	159 052 значень Δg_B , одержаних в результаті дигіталізації карт масштабу 1:200 000	-119,416	81,893	-7,518	24,983
2	20 844 значень Δg_B , отриманих за даними супутникової альтиметрії	-122,037	97,619	-22,031	37,076
3	55 210 значень Δg_B , отриманих за даними моделі EGM08	-140,343	115,120	-18,773	24,805
4	2 709 значень Δg_B для регіонів Західної та Центральної України*	-116,516	42,968	-20,516	30,792
5	1 141 значення Δg_B для регіону Кримського півострова*	-74,851	87,435	23,244	47,443
6	1 465 значень Δg_B для регіонів Молдови та Одеської області*	-24,165	14,436	-3,132	9,344
7	576 значень аномалій Буге в регіоні аеропорту Бориспіль	-34,590	-30,208	-33,092	0,977
8	Дані по 53-х гравіметричних пунктах 1 класу	-70,036	80,826	5,446	42,065
9	Дані по 183-х гравіметричних пунктах 2 класу	-111,067	59,453	-12,767	25,881

* – Дані отримано з дигіталізації гравіметричних карт масштабу 1:50 000.

модельні аномалії сили тяжіння, взяті для побудови моделі гравітаційного поля EGM08 (NIMA) на сітці $5' \times 5'$ для регіонів Польщі, Словаччини, Угорщини і Румунії, які були згущені на грід $2' \times 3'$ локальним сплайном Ерміта з методологічною похибкою $< 0,2$ мГал.

Після приведення всіх аномалій Буге Δg_B до гравіметричної системи IGSN71 та нормальної формули GRS80 було виконано перехід до аномалій Δg у вільному повітрі введенням редукції Буге за стандартною формулою. До речі, середня квадратична похибка такої редукції становила 1-2 мГал для різних моделей



рельєфу. В результаті остаточна загальна похибка (для всього масиву даних з табл. 4) обчислених аномалій у вільному повітрі Δg була в межах ± 5 мГал. Далі шляхом сумісного оброблення даних про аномалії у вільному повітрі Δg континентальної частини досліджуваного регіону було отримано значення Δg , осереднені на регулярний ґрид $2' \times 3'$ методом середнього квадратичного прогнозу.

Як відомо, обчислення висот квазігеоїда ζ в першому наближенні (за Молоденським) може базуватися на формулі Стокса, в якій замість аномалій сили тяжіння у вільному повітрі Δg достатньо використовувати так звані аномалії Фая Δg_F . Виходячи з цього, значення Δg_F , отримані на основі відомих Δg з врахуванням поправки за рельєф ΔT , було прийнято за вихідні дані. Поправка за рельєф обчислена за допомогою моделі топографії SRTM-3 з деталізацією $3'' \times 3''$ стандартним методом числового інтегрування з радіусом 167 км з найбільшими значеннями близько 30 мГал в регіонах Криму і Карпат.

Таким чином, в результаті перетворень отримано поле аномалій Фая $\Delta g_F = \Delta g + \Delta T$ для всього досліджуваного регіону з похибкою близько 5 мГал. Оскільки така похибка, як правило, не підходить для побудови моделі високоточного квазігеоїда, було прийнято рішення про обчислення його в два наближення з додатковим включенням до Δg_F даних GPS-нівелювання. На першій ітерації (УКГ2011) одночасно з побудовою гравіметричного квазігеоїда бракувалась частина грубих даних GPS-нівелювання. Остаточну версію квазігеоїда (УКГ2012) було отримано лише у другому наближенні після відбракування даних GPS-нівелювання і поля аномалій Фая для всього досліджуваного регіону.

Побудова квазігеоїда УКГ2011. Для визначення квазігеоїда за аномаліями сили тяжіння методом середньої квадратичної колокації необхідно було виконати коваріаційний аналіз відповідної інформації про задані значення Δg_F . Відповідно до стандартної процедури "видалення-відновлення" з величин Δg_F було вилучено частку глобальної моделі гравітаційного поля Землі. Спершу з вихідних даних видалили тренд прийнятої моделі глобального гравітаційного поля Землі EGM08, представлені гармонічними коефіцієнтами потенціалу до 720-го степеня-порядку, а отже, вона має роздільну здатність $15' \times 15'$. Застосування такої її версії, на нашу думку, мало покращити розв'язок для квазігеоїда у довгих та середніх хвилях. У результаті було отримано поле залишкових аномалій Фая:

$$\Delta g = \Delta g_F - \Delta g_{\text{EGM08}} + \Delta T. \quad (2)$$

Обчислення емпіричної коваріаційної функції (ЕКФ) виконувалось за стандартною методикою в просторовій області на основі залишкових аномалій Δg , обчислених за формулою (2). Мал. 4 ілюструє відповідну ЕКФ. Побудована ЕКФ апроксимувалась спеціальною аналітичною коваріаційною

функцією (АКФ) з масиву потенціалів радіальних мультиполів. Так було встановлено оптимальний ступінь для АКФ: $n=1$, що являє собою модифіковане ядро Пуассона (див. [9]), при якому досягається найвища точність апроксимації:

$$K(s, \psi) = \frac{\alpha_1}{2} \left(\frac{s(1-s^2)}{L^3} - \frac{s}{L} \right);$$

$$L = \sqrt{1+s^2 - 2s \cos \psi}; \quad s = \frac{R_B^2}{r_P r_Q}, \quad (3)$$

де R_B – радіус сфери Б'єрхамара; r_P і r_Q – геоцентричні відстані до точок P і Q ; ψ – сферична відстань між радіусами r_P і r_Q .

Наступним етапом розв'язання задачі обчислення трансформант геопотенціалу на заданий регіон за прийнятими вище даними для залишкових аномалій Δg було прогнозування методом колокації залишкових висот квазігеоїда $\delta \zeta$ і залишкових аномалій сили тяжіння $\delta \Delta g$ у вузлах сітки $2' \times 3'$ за формулами

$$\delta \zeta = \mathbf{C}_{\delta \zeta, \delta \Delta g} (\mathbf{C} + \mathbf{C}_{nn})^{-1} \mathbf{1},$$

$$\delta \Delta g = \mathbf{C}_{\delta \Delta g, \delta \Delta g} (\mathbf{C} + \mathbf{C}_{nn})^{-1} \mathbf{1}, \quad (4)$$

де $\mathbf{1}$ – q -вектор вимірів $\delta \Delta g_i$ ($i=1, 2, \dots, q$); q – кількість вимірів $\delta \Delta g_i$; \mathbf{C} – $(q \times q)$ коваріаційна матриця залишкових значень $\delta \Delta g$; $\mathbf{C}_{\delta \zeta, \delta \Delta g}$ – $(1 \times q)$ коваріаційна матриця між $\delta \zeta$ і $\delta \Delta g$; $\mathbf{C}_{\delta \Delta g, \delta \Delta g}$ – $(1 \times q)$ автоковаріаційна матриця $\delta \Delta g$; \mathbf{C}_{nn} – $(q \times q)$ коваріаційна матриця "шуму" (похибок) \mathbf{n} [10].

На третьому етапі тренд глобальної моделі геопотенціалу EGM08, представлені гармонічними коефіцієнтами потенціалу до 720-го степеня/порядку, було відновлено у точках сітки $2' \times 3'$, в яких раніше були обчислені значення залишкових висот квазігеоїда й аномалій Фая:

$$\zeta = \delta \zeta + \zeta_{\text{EGM08}}; \quad (5)$$

$$\Delta g_F = \delta \Delta g + \Delta g_{\text{EGM08}}. \quad (6)$$

Значення висот квазігеоїда УКГ2011 у вузлах регулярної сітки $2' \times 3'$ порівнювались із 4070-ма даними GPS-нівелювання. Табл. 1-3 якраз і стали основою для бракування частини GPS-визначених висот ζ за описаною вище методикою.

Таким чином, частину пунктів GPS-нівелювання було відбраковано в ході побудови квазігеоїда УКГ2011. Порівнянням вимірних і трансформованих висот і вилученням частини вимірів за критерієм 3σ отримано оцінки загальних похибок GPS-вимірних висот квазігеоїда для кожного випадку нівелювання окремо: I клас – 1 см; II клас – 2 см; III клас – 5 см; IV клас – 7 см.

Побудова квазігеоїда УКГ2012. Отже, використання описаного вище підходу до бракування даних, а ще вивчення залишків вимірних та обчислених висот квазігеоїда УКГ2011 дало можливість виділити перший масив надійно визначених 4070-ти пунктів GPS-нівелювання, з яких



2261 пункт – це знаки нівелювання I-III класів. Відзначимо таке: отримано близький до нормального закону розподіл залишкових висот квазігеоїда з 95 %-им рівнем імовірності за критерієм Колмогорова – Смірнова, що свідчить про випадковий характер даних, відібраних в результаті бракування. Отримане значення середнього стандартного відхилення близько 5-6 см характерне для розв'язку УКГ2011.

Таким чином, у ході другої ітерації за вихідні дані для локального уточнення УКГ2011 методом середньої квадратичної колокації було взято: 4070 висот ζ , визначених методом GPS-нівелювання; 105 961-не значення висот ζ квазігеоїда УКГ2011 в точках ґриду 2'x3' та 105 961-не значення аномалії сили тяжіння розв'язку УКГ2011 в точках ґриду 2'x3'. Тобто визначення остаточної версії квазігеоїда УКГ2012 за даними GPS-нівелювання та висотами квазігеоїда УКГ2011 методом середньої квадратичної колокації базувалося у другому наближенні на коваріаційному аналізі інформації про задані значення ζ .

Як і в попередньому наближенні, відповідно до процедури "видалення-відновлення" на першому етапі зі значень ζ і Δg вилучався тренд моделі глобального гравітаційного поля Землі EGM08 з гармонічними коефіцієнтами потенціалу до 720-го степеня/порядку. В результаті з виразу

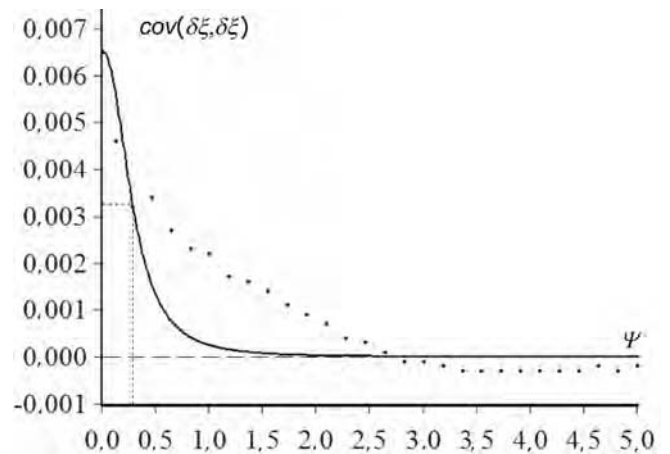
$$\delta\zeta = \zeta - \zeta_{EGM08} \quad (7)$$

було визначено поле залишкових висот квазігеоїда, а з формули (2) – поле залишкових аномалій сили тяжіння $\delta\Delta g$.

ЕКФ обчислено за стандартною методикою на основі значень $\delta\zeta$, отриманих за формулою (7). Мал. 3 ілюструє відповідну емпіричну та аналітичну коваріаційні функції з оптимальним ступенем для АКФ $n=1$, що являє собою модифіковане ядро Пуассона (3), при якому було досягнуто найкращої точності апроксимації.

Для подальшого оброблення даних методом колокації використано саме залишкове поле висот $\delta\zeta$ квазігеоїда (7) і залишкове поле $\delta\Delta g$ аномалій Фая (2). Для визначення квазігеоїда за вказаними вище 4070-ма GPS-визначеними висотами ζ , 105 961-ма значеннями висот ζ квазігеоїда УКГ2011 та 105 961-ю аномалією сили тяжіння розв'язку УКГ2011 в точках ґриду 2'x3' після першого етапу процедури видалення було спрогнозовано залишкові висоти квазігеоїда $\delta\zeta$ методом середньої квадратичної колокації.

Нарешті, на останньому етапі тренд глобальної моделі геопотенціалу EGM08 до 720-го степеня і порядку було відновлено в 105 961-й точках ґриду 2'x3', в яких визначено залишкові висоти квазігеоїда та аномалії сили тяжіння. На мал. 4 представлено схему ви-



Мал. 3. Емпірична та аналітична коваріаційні функції залишкових висот квазігеоїда $cov(\delta\zeta, \delta\zeta)$, м². Крапками показано ЕКФ, суцільною лінією – АКФ першого порядку

сот квазігеоїда УКГ2012 відносно еліпсоїда загальноземної системи GRS80. Мал. 5 демонструє оцінку точності цієї моделі, одержану методом середньої квадратичної колокації. Звертаємо увагу на її суттєве покращення в тих регіонах, де GPS-визначені аномалії висоти ζ мають найбільшу щільність. Незважаючи на середнє значення квадратичної похибки в 1,5 см, її величина зменшується в Київській області, на заході України і в Південному Криму. Статистики результуючих відновлених полів та оцінки їх точності для регіону, обмеженого широтами 44°-53° та довготами 21,5°-41°, подано у табл. 5. Мал. 6 ілюструє отримане поле аномалій сили тяжіння розв'язку УКГ2012.

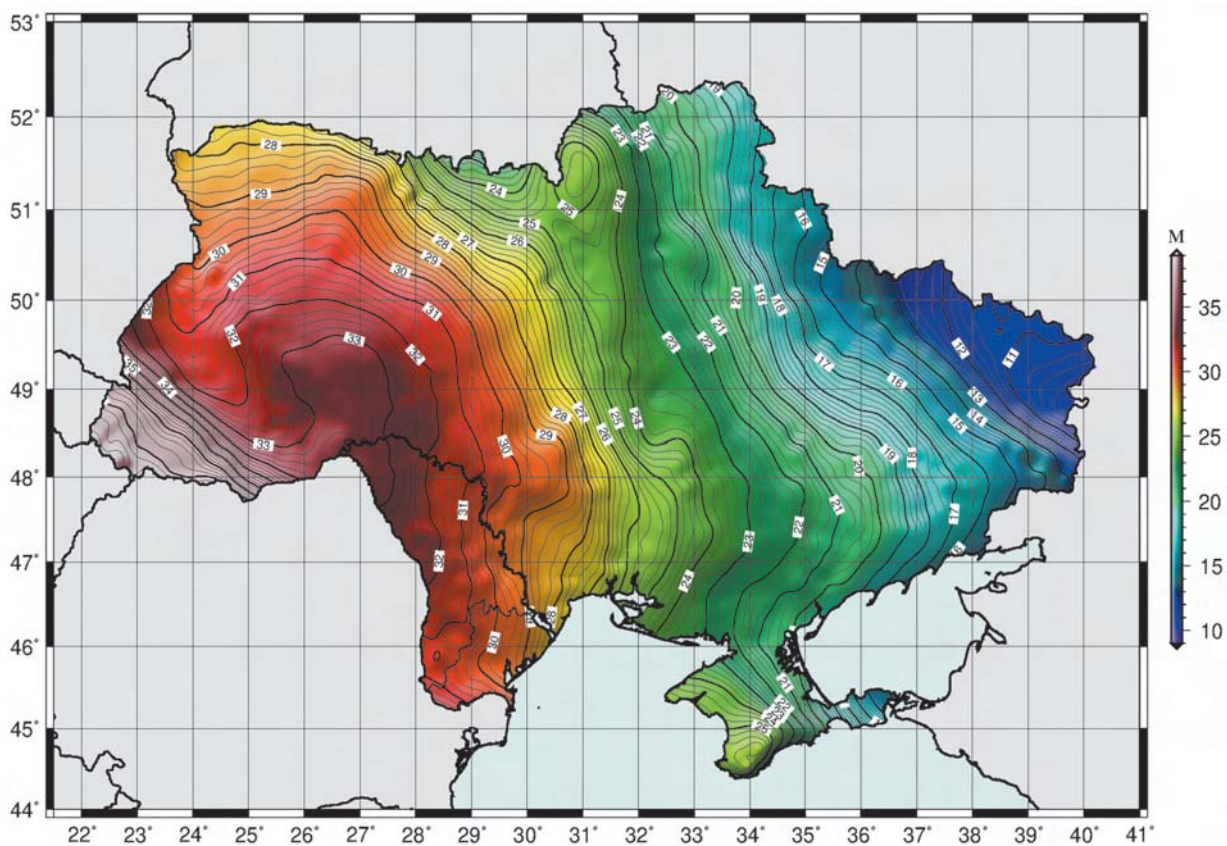
Таблиця 5. Статистики відновлених полів ζ і Δg_F та відповідних оцінок точності σ розв'язку УКГ2012

Статистики	ζ , м	σ_ζ , м	Δg_F , мГал	$\sigma_{\Delta g}$, мГал
Мінімальне відхилення	8,484	0,001	-108,884	0,482
Максимальне відхилення	46,067	0,034	229,797	3,590
Середнє відхилення	24,593	0,015	13,328	2,000
Стандартне відхилення	9,352		30,473	

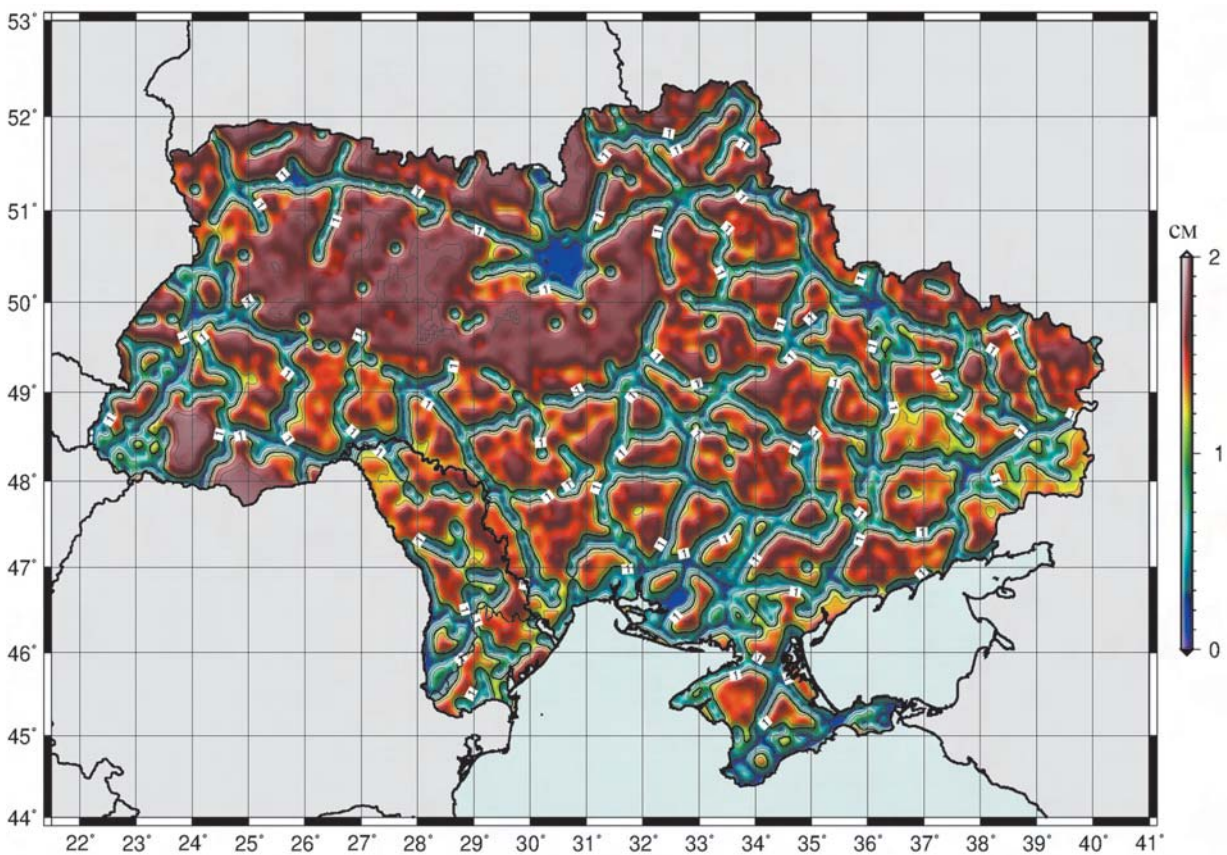
Отримані значення висот квазігеоїда УКГ2012, обчислені у вузлах регулярної сітки 2'x3', порівнювалися з вихідними даними GPS-нівелювання. Табл. 6 та мал. 7 ілюструють результати такого порівняння, яке фактично стало основою для завершення процесу обчислень квазігеоїда УКГ2012.

Таблиця 6. Статистики різниць вимірних GPS-висот квазігеоїда та розв'язку УКГ2012, см

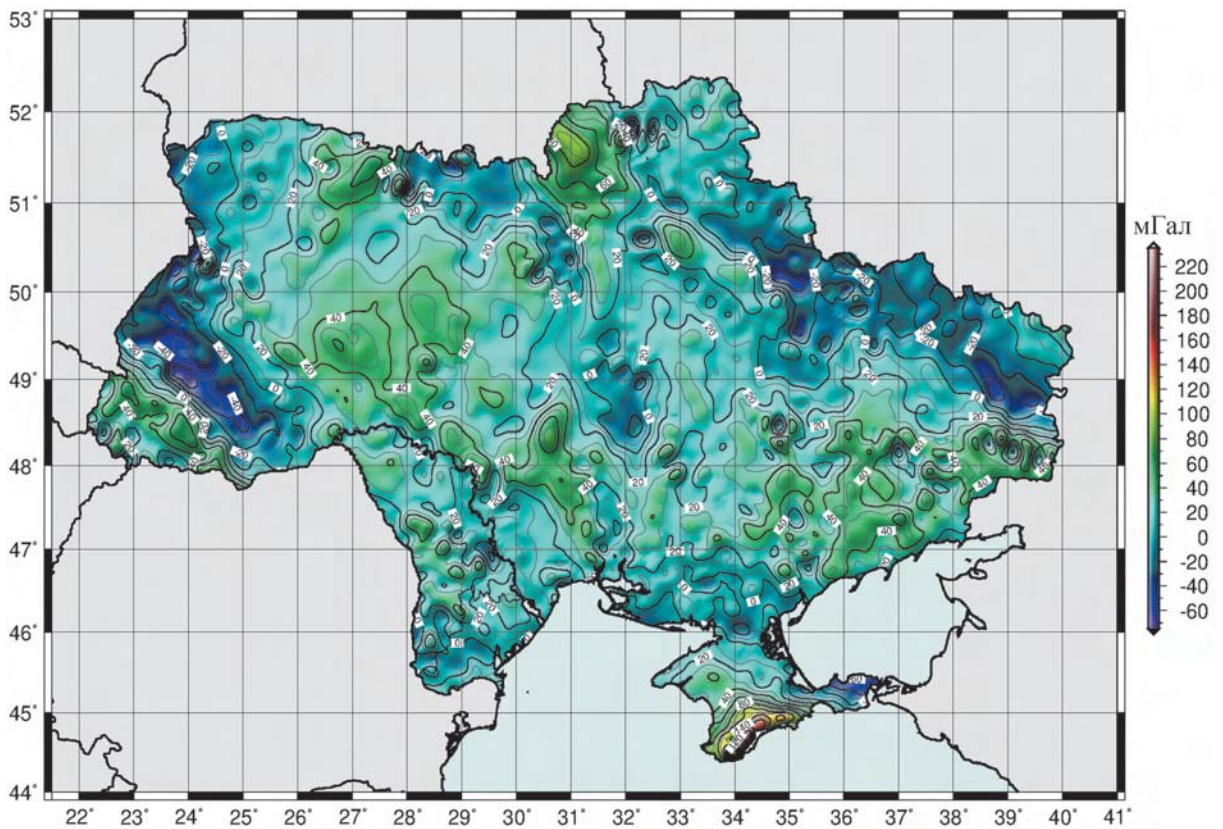
Статистики	Класи і пункти GPS-нівелювання				
	I (827 п.)	II (556 п.)	III (878 п.)	IV (1809 п.)	Всі пункти (4070 п.)
Мінімальне відхилення	-8,1	-6,7	-17,9	-22,9	-22,9
Максимальне відхилення	6,2	6,8	17,6	23,6	23,6
Середнє відхилення	-0,3	-0,1	0,9	0,0	0,1
Стандартне відхилення	1,4	1,6	5,5	7,0	5,4



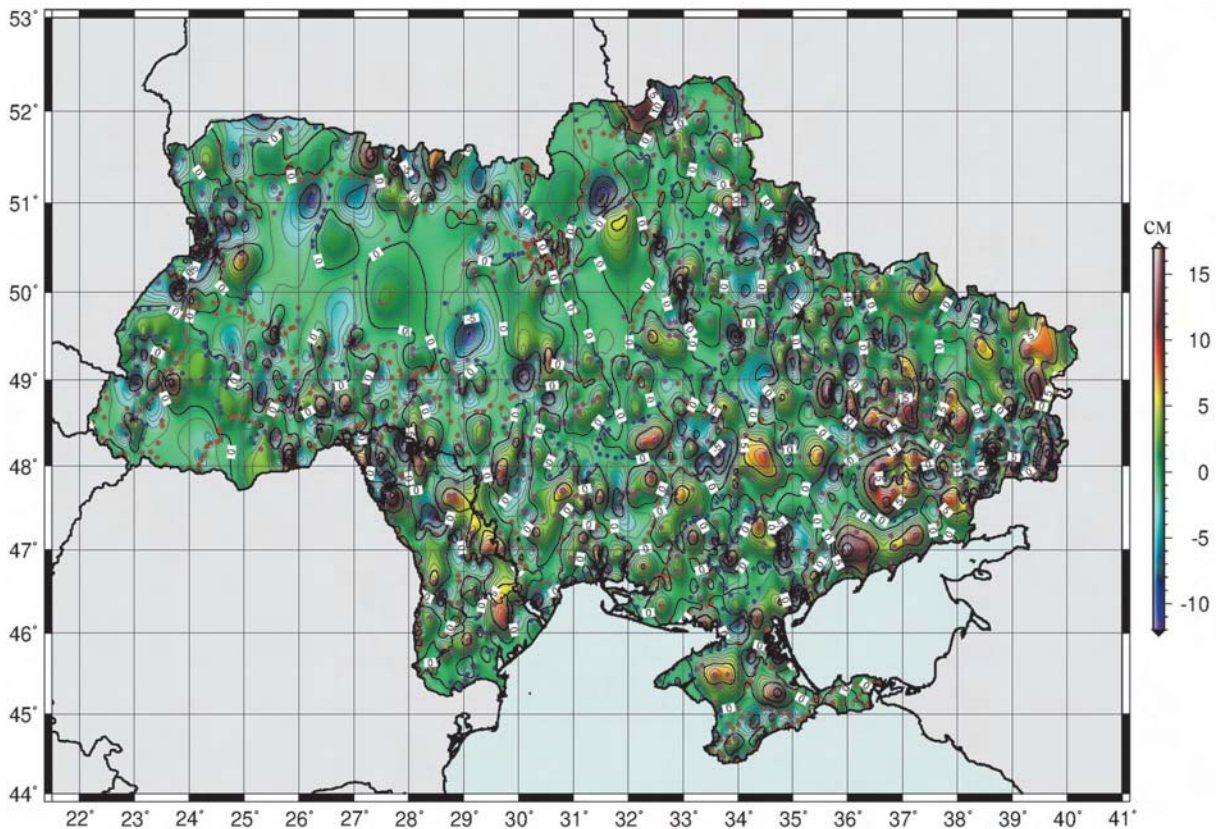
Мал. 4. Висоти квазігеоїда УКГ2012 відносно еліпсоїда GRS80 (Ізолінії проведено через 0,25 м)



Мал. 5. Оцінки точності висот квазігеоїда УКГ2012, одержані методом середньої квадратичної колокації, мм (Ізолінії проведено через 1 мм)



Мал. 6. Аномалії сили тяжіння розв'язку УКГ2012
(Ізолінії проведено через 10 мГал)



Мал. 7. Різниці між вимірними ζ в 2261-му пункті GPS-нівелювання I класу (•), II класу (•), III класу (•)
та висотами квазігеоїда УКГ2012
(Ізолінії проведено через 1 см)



Висновки. Моделювання висот квазігеоїда на основі даних GPS-нівелювання та аномалій сили тяжіння включає такі основні етапи:

- розв'язання оберненої задачі моделювання наближеної версії висот гравіметричного квазігеоїда, отриманих за даними шести альтиметричних місій (ERS-1, ERS-2, TOPEX/POSEIDON, GFO, ENVISAT і JASON-1) на суходолі та акваторіях Чорного і Азовського морів за 14 років;
- побудова та використання квазігеоїда УКГ2011 для бракування грубих вимірів GPS-нівелювання;
- фінальну версію УКГ2012 висот квазігеоїда в Балтійській 1977 р. висотній системі (регулярний ґрид (2'×3')) було визначено за 4070-ма даними GPS-нівелювання, 105 961-м значеннями висот ζ гравіметричного квазігеоїда УКГ2011 у точках ґриду (2'×3') та 105 961-ю аномалією сили тяжіння в точках ґриду (2'×3') методом середньої квадратичної колокації.

Проведене моделювання квазігеоїда для території України було виконано у системі координат ITRF2005 (відносно еліпсоїда GRS80) та Балтійській системі висот 1977 року. Зауважимо, що виключення пунктів GPS-нівелювання IV класу з процесу порівняння покращило представлення геометрично визначених 2261-ї GPS-висоти квазігеоїда (пункти I-III класу) розв'язком УКГ2011 з середнім відхиленням у 0,2 см та стандартним відхиленням 3,7 см, що фактично дає підстави стверджувати: середня точність висот квазігеоїда розв'язку УКГ2012 в регіоні України становить величину близько 4 см.

Виходить, що точність висот квазігеоїда УКГ2012 в регіоні України становить 4-5 см, а середня точність по відношенню до пунктів I та II класів менше 2 см. Це забезпечує за критерієм 3 σ необхідну точність обчислення висот квазігеоїда на знаках геодезичної мережі. Відзначимо її суттєве зростання в тих регіонах, де GPS-визначені аномалії висоти ζ мають найбільшу щільність, Крім того, значення середньої квадратичної похибки зменшується до 1 см в центральному регіоні та в Криму. Аналіз залишків (за критерієм Колмогорова) між вимірними величинами висот квазігеоїда та обчисленими висотами квазігеоїда УКГ2012 показує рівень імовірності 95 %, що свідчить про значно кращу узгодженість побудованого квазігеоїда УКГ2012 з даними GPS-нівелювання порівняно з його попереднім наближенням – УКГ2011.

Література

1. *Марченко, О.М.* Результати побудови квазігеоїда УКГ2006 для регіону України / О.М. Марченко, О.В. Кучер, О.В. Ренкевич // Вісн. геодез. та картогр. – 2007. – № 2. – С. 3-13.

2. *Марченко, О.М.* Визначення середніх рівнів Балтійського і Чорного морів та їх змін у часі / О.М. Марченко, Н.П. Ярема // Вісн. геодез. та картогр. – 2006. – № 6. – С. 2-9.

3. *Марченко, О.М.* Результати уточнення моделі аномалій Буге для регіону України / О.М. Марченко, О.В. Кучер // Вісн. геодез. та картогр. – 2011. – № 1. – С. 19-26.

4. *Молоденский, М.С.* Методы изучения внешнего гравитационного поля и фигуры Земли / М.С. Молоденский, В.Ф. Еремеев, М.И. Юркина // Тр. ЦНИИГАиК. – 1960. – Вып. 131. – 251 с.

5. *Denker, H.* The European Gravimetric Quasigeoid EGG97 – An IAG supported continental enterprise / H. Denker, W. Torge // IAG Symposium "Geodesy on the Move – Gravity Geoid. Geodynamics and Antarctica". Proceedings. – Springer Verlag, 1997. – Vol. 119. – P. 249-254.

6. *Denker, H.J.-P.* Development of the European Gravimetric Geoid Model EGG07 / H.J.-P. Denker, R. Barriot, D. Barzaghi, R. Fairhead [et al.] // Observing our Changing Earth. Int. Assoc. of Geodesy. Symp. 132. – Berlin-Heidelberg: Springer Verlag, 2009. – P. 177-186.

7. *Ihde, J.* The Height Solution of the European Vertical Reference Network (EUVN) / J. Ihde, J. Adam, W. Gurtner, B.G. Harsson // Veröffentlichungen der Bayerischen Kommission für die Internationale Erdmessung der Bayerischen Akademie der Wissenschaften. Astronomisch-Geodatische Arbeiten (IAG/EUREF Publication No. 9. Ed. by J.A. Torres and H. Hornik). – München, 2000. – Nr. 61. – P. 132-145.

8. *Jäger, R.* Extension of the DFHRS approach for gravity observations and computation design for a 1 cm fitted DFHRS of Europe / R. Jäger, S. Schneid // Paper presented at the EUREF Symposium. IAG Subcommission for Europe. – Vienna, 2005. – 9 p.

9. *Marchenko, A.N.* A classification of reproducing kernels according to their functional and physical significance / A.N. Marchenko, D. Lelgemann // IGeS Bulletin. – Milan, 1998. – No 8. – P. 49-52.

10. *Moritz, H.* Advanced physical geodesy. – Karlsruhe: Wichmann, 1980. – 468 p.

11. *NIMA* WGS84 Update Committee Department of Defense World Geodetic System 1984 (Its Definition and Relationships with Local Geodetic Systems) // National Imagery and Mapping Agency (NIMA) . Technical report 8350.2. – Third Edition. – 1997. – 171 p.

Інтернет-джерело

12. *Marchenko, A.* On the quasigeoid solutions for the Ukraine and Moldova area. / A. Marchenko, O. Kucher // Paper presented at the EUREF Symposium 2008. Brussels. Belgium. June. 2008 (in press). This contribution available. – <http://www.euref.eu/symposia/2008Brussels/Symposium2008-Brussels.html>

Надійшла 10.04.13