



АНАЛІТИЧНІ СПОСОБИ СПРЯМЛЕННЯ МЕЖ ЗЕМЕЛЬНИХ ДІЛЯНОК

Разработан унифицированный аналитический метод спрямления границ земельных участков при условии неизменности их площадей. Приведены примеры спрямления границ участков, изложены рекомендации по организации и точности координирования точек прямолинейных границ больших площадей.

Unified analytical method of land parcels straightening on conditions that their plottages are fixed has been developed. The examples of plots boundaries straightening are given. The recommendations regarding organization and accuracy of coordination of points of straight-line boundaries of large areas are laid down.

Загальні відомості. Складовою земельного кадастру є кадастрові знімання, які виконуються для визначення та відновлення меж земельних ділянок [1]. Спорудження нових об'єктів нерухомості, впорядкування територій та інші обставини спонукають до перерозподілу земельних ділянок. Переважна більшість таких задач у великих населених пунктах вирішується аналітичним способом, включаючи і спрямлення меж об'єктів.

Виклад основного матеріалу. Межі ділянок по можливості мають бути прямолінійними. Якщо на місцевості межа утворює ламану лінію, то її спрямляють, не змінюючи площі ділянки. Окремі способи спрямлення меж описано в працях [2, 3], але в них розглядаються різні модифікації спрямлення без загального і єдиного розв'язку задачі зі строгим математичним обґрунтуванням.

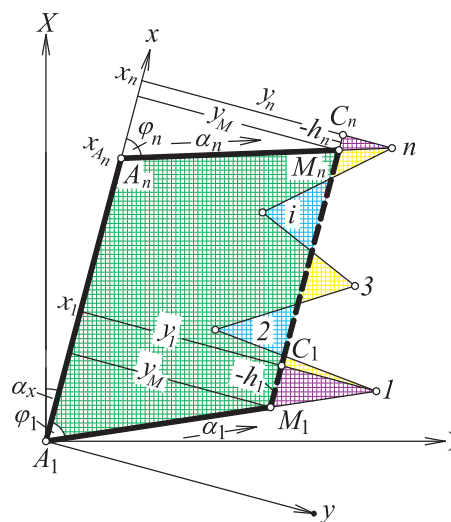
У даній праці пропонуються основні способи спрямлення межі, які забезпечують незмінність заданої площі земельної ділянки. При цьому опорними служать три межі, одна з яких береться за вісь абсцис, а дві інші можуть змінювати положення своїх кінцевих точок, але без зміни напрямів.

Припустимо, що контур земельної ділянки задано чотирма межами, координати точок яких визначені електронним тахеометром або GPS-методом у традиційній геодезичній системі координат XOY об'єкта. При цьому три межі ($1-A_1, A_1-A_n$ і A_n-n) прямолінійні, а четверта ($1-n$) являє собою ламану лінію з n точками, яку треба спрямити з умовою дотримання незмінності заданої площі ділянки. У цій системі координат визначено дирекційні кути α_1 і α_n меж A_1-1 і A_n-n .

Для спрощення викладу і кращої наочності способу розв'язування задачі спрямлення межі обрано умовну систему координат xAy : точку A_1 – за початок координат, лінію A_1-A_n – за вісь абсцис, а лінію, перпендикулярну до неї, – за вісь ординат (мал. 1). Виходячи з такого розташування осей умовної системи координат, дирекційний кут α_x умовної осі абсцис буде кутом повороту нової системи координат. Умовні координати точок ділянки x_i, y_i ($i=1, 2, \dots, n$) можна обчислити за формулами

$$\begin{aligned} x_i &= (X_i - X_{A_1}) \cos \alpha_{1n} + (Y_i - Y_{A_1}) \sin \alpha_{1n}; \\ y_i &= -(X_i - X_{A_1}) \sin \alpha_{1n} + (Y_i - Y_{A_1}) \cos \alpha_{1n}. \end{aligned} \quad (1)$$

© П. І. Баран, М. П. Марущак, 2013



Мал. 1. Схема спрямлення межі ділянки

1. Спосіб двох довільних кінцевих точок межі.

В основу способу покладено задачу визначення умовної ординати y_M (див. мал. 1), паралельної до осі абсцис прямої M_1M_n , точки якої розташовуються у створі або на продовженні поперечних осей A_1-1 і A_n-n із врахуванням додаткової площі прямокутних трикутників M_1C_1-1 та M_nC_n-n . Основи цих трикутників дорівнюють відповідно $y_M - y_1$ та $y_M - y_n$. Тому після визначення y_M можна обчислити їх висоти:

$$h_1 = \frac{y_M - y_1}{\operatorname{tg} \varphi_1}; \quad h_n = \frac{y_M - y_n}{\operatorname{tg} \varphi_n}, \quad (2)$$

де $\varphi_1 = \alpha_1 - \alpha_{A_1A_n}$; $\varphi_n = \alpha_n - \alpha_{A_1A_n}$ – умовні азимути поперечних меж ділянки.

Площі малих трикутників визначаються за формулами

$$f_1 = \frac{(y_M - y_1)^2}{2 \operatorname{tg} \varphi_1}; \quad f_n = \frac{(y_M - y_n)^2}{2 \operatorname{tg} \varphi_n}. \quad (3)$$

Знак висот визначається знаками різниць ординат і функцій тангенсів умовних азимутів.

Для отримання ординати y_M спрямленої межі використаємо площі фігур, визначені за умовними координатами ділянки, а саме:

$$\begin{aligned} [(x_n + h_n) - (x_1 + h_1)] y_M - \frac{(x_n + h_n - x_{A_n})}{2} y_M + \\ + \frac{x_1 + h_1}{2} y_M = F_{\text{баз}}, \end{aligned} \quad (4)$$

де $F_{\text{баз}}$ – базова (нормована) площа земельної ділянки.



Після зведення подібних членів зрештою отримаємо залежність

$$(x_n - x_1 + x_{A_n}) + (h_n - h_1)y_M = 2F_{\text{баз}}, \quad (5)$$

для встановлення способу визначення шуканої ординати спрямованої межі.

Для розв'язування цієї задачі можна використати два методи: прямий та ітераційний.

Прямий метод передбачає підстановку значень висот згідно з виразом (2) у залежність (5), що дозволяє після незначних перетворень отримати квадратне рівняння

$$\left(\frac{1}{\text{tg}\varphi_n} - \frac{1}{\text{tg}\varphi_1} \right) y_M^2 + \left[(x_n - x_1 + x_{A_n}) - \left(\frac{y_n}{\text{tg}\varphi_n} - \frac{y_1}{\text{tg}\varphi_1} \right) \right] y_M - 2F_{\text{баз}} = 0, \quad (6)$$

звідки легко визначається шукана ордината:

$$y_M = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 + 8AF_{\text{баз}}}}{2A}; \quad A = \left(\frac{1}{\text{tg}\varphi_n} - \frac{1}{\text{tg}\varphi_1} \right);$$

$$B = \left[(x_n - x_1 + x_{A_n}) - \left(\frac{y_n}{\text{tg}\varphi_n} - \frac{y_1}{\text{tg}\varphi_1} \right) \right]. \quad (7)$$

У *методі ітерацій* враховується малість висот трикутників, які визначаються за формулою (2). Тоді

$$y_M = \frac{2F_{\text{баз}}}{(x_n - x_1 + x_{A_n}) + (h_n - h_1)} \approx \frac{2F_{\text{баз}}}{(x_n - x_1 + x_{A_n})}. \quad (8)$$

Спочатку за цією залежністю обчислюємо наближене значення y_M , а далі за формулами (2) отримуємо наближені значення висот, які потім підставляємо у повну формулу (8) для одержання уточненого значення ординати. Зробивши декілька таких ітерацій з уточненими значеннями ординати і висот та оцінивши збіжність сусідніх значень ординат із точністю до 1 мм, виходимо з ітераційного процесу і контролюємо площу ділянки зі спрямованою межею за формулою (5). Умовні абсциси точок M_1 і M_n визначаємо за формулами

$$x_{M_1} = x_1 + h_1; \quad x_{M_n} = x_n + h_n \quad (9)$$

із врахуванням знаків висот.

Треба зауважити, що на практиці можливі чотири варіанти розташування кінцевих опорних точок спрямованої межі, від чого залежить положення лінії M_1M_n (мал. 2), але всі вони враховуються алгоритмічно в процесі обчислень, зокрема за висотами h_1 і h_n .

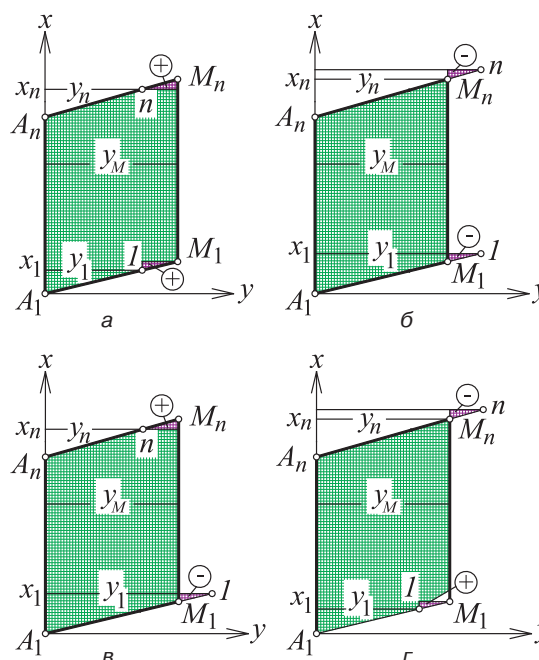
Перехід від умовних координат в координати в системі об'єкта здійснюємо за формулами

$$X_i = X_{A_1} + x_i \cos \alpha_x - y_i \sin \alpha_x;$$

$$Y_i = Y_{A_1} + x_i \sin \alpha_x + y_i \cos \alpha_x. \quad (10)$$

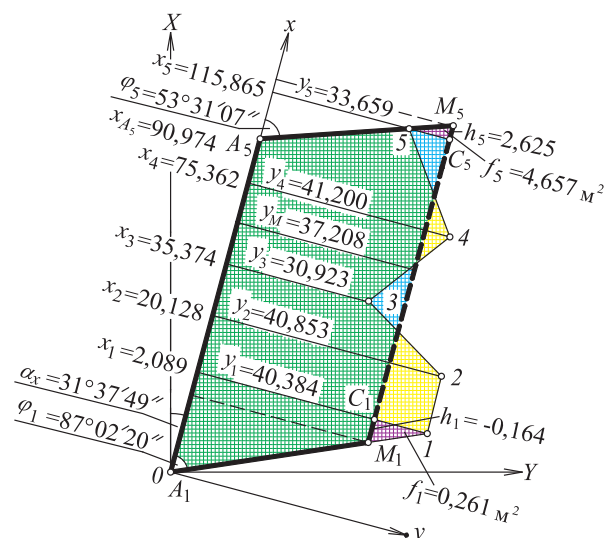
Після переведення координат точок межі ділянки у систему координат об'єкта її площу додатково контролюємо за координатами вершин полігона.

Приклад. Ламаний контур межі подано п'ятьма точками (мал. 3). Прямокутні координати точок



Мал. 2. Варіанти розміщення кінцевих точок спрямованої межі

визначаємо за допомогою електронного тахеометра, їх значення наведено в табл. 1.



Мал. 3. Приклад розв'язування задачі спрямування межі з п'ятьма точками

Площа ділянки, яка визначена за координатами точок меж полігона $A_1 - A_5 - 5 - 4 - 3 - 2 - 1 - A_1$, дорівнює $F_{\text{баз}} = 3861,07 \text{ м}^2$. Ця ж площа підтверджується обчисленнями й за допомогою умовних координат. Крім того, обчислено необхідні допоміжні величини:

$$\alpha_x = 31^\circ 37' 49''; \quad \alpha_{A_1} = 118^\circ 40' 09''; \quad \alpha_{A_n} = 85^\circ 08' 56'';$$

$$\varphi_1 = 87^\circ 02' 20'' \quad (\text{tg}\varphi_1 = 19,332189);$$

$$\varphi_5 = 53^\circ 31' 07'' \quad (\text{tg}\varphi_5 = 1,352286);$$

$$x_{A_1} = 0,000; \quad x_1 = 2,089; \quad x_{A_n} = 90,974; \quad x_5 = 115,865;$$

$$y_1 = 40,384 \quad \text{і} \quad y_n = 33,659 \text{ м.}$$



Таблиця 1. Координати точок ділянки до спрямлення межі

Номер точки	Координати, м		Дирекційні кути	Умовні координати, м		Довжини сторін, м	Номер точки
	X	Y		x	y		
A ₁	2024,600	1085,140	31°37'49"	0	0	90,974	A ₂
A ₂	2102,060	1132,850	85°08'52"	90,974	0	41,863	5
5	2105,601	1174,563	201°05'03"	115,865	33,659	41,199	4
4	2067,160	1159,742	226°02'35"	75,362	41,200	41,287	3
3	2038,502	1130,021	178°33'16"	35,374	30,923	18,195	2
2	2020,313	1130,480	213°06'54"	20,128	40,853	18,043	1
1	2005,201	1120,623	298°39'58"	2,089	40,384	40,439	A ₁

У прямому методі обчислень сформуємо квадратне рівняння:

$$0,687761y_M^2 + 181,9480y_M - 7722,14 = 0,$$

звідки отримуємо: $y_M = 37,209$ м.

У методі ітерацій спочатку обчислюємо наближені значення ординати і висот трикутників:

$$y_M \approx \frac{7722,14}{115,865 - 2,089 + 90,974} \approx \frac{7722,14}{204,750} \approx 37,715 \text{ м};$$

$$h_n = \frac{37,715 - 33,659}{1,352286} \approx 2,999;$$

$$h_1 = \frac{37,715 - 40,384}{19,332189} \approx -0,138 \text{ м},$$

після підстановки яких у повну формулу (8) одержуємо наближені значення ординати і висот:

$$y_M \approx \frac{7722,14}{204,750 + 3,137} \approx 37,146 \text{ м};$$

$$h_n = \frac{37,146 - 33,659}{1,352286} \approx 2,578;$$

$$h_1 = \frac{37,146 - 40,384}{19,332189} \approx -0,167 \text{ м}.$$

Після п'яти ітерацій отримуємо остаточні значення шуканих величин:

$$y_M = 37,208; \quad h_n - h_1 = 2,625 - (-0,164) = 2,789 \text{ м},$$

а потім і площі малих трикутників:

$$f_1 = 0,261 \text{ га} \quad f_5 = 4,657 \text{ м}^2.$$

Як бачимо, результати обчислень різними методами збіглися, проте на практиці доцільніше користуватися квадратним рівнянням.

Координати створних точок спрямленої межі M_1 і M_5 будуть:

умовні –

$$x_{M_1} = 2,089 + (-0,164) = 1,925 \text{ м}; \quad y_{M_1} = 37,208 \text{ м};$$

$$y_{M_5} = 115,865 + 2,625 = 118,490 \text{ м}; \quad y_{M_5} = 37,208 \text{ м};$$

базові –

$$X_{M_1} = 2024,6 + 1,925 \cdot \cos 31^\circ 37' 49'' - 37,208 \cdot \sin 31^\circ 37' 49'' = 2006,726 \text{ м};$$

$$Y_{M_1} = 1085,14 + 1,925 \cdot \sin 31^\circ 37' 49'' + 37,208 \cdot \cos 31^\circ 37' 49'' = 1117,83 \text{ м};$$

$$X_{M_5} = 2024,6 + 118,49 \cdot \cos 31^\circ 37' 49'' - 37,208 \cdot \sin 31^\circ 37' 49'' = 2005,975 \text{ м};$$

$$Y_{M_5} = 1085,14 + 118,49 \cdot \sin 31^\circ 37' 49'' + 37,208 \cdot \cos 31^\circ 37' 49'' = 1178,961 \text{ м}.$$

Загальна площа ділянки, обчислена за формулою (5), буде:

$$F_{\text{баз}} = 0,5 \cdot [115,865 - 2,089 + 90,974 + 2,625 - (-0,164)] \cdot 37,208 = 3861 \text{ м}^2.$$

Після отримання координат основних M_1 і M_n та проміжних M_2, M_3 і M_4 точок спрямленої межі площу нового полігона обчислюємо за формулою (5) з використанням умовних координат:

$$F_{\text{баз}} = 0,5 \cdot [115,865 - 2,089 + 90,974 + 2,625 - (-0,164)] \cdot 37,208 = 3861 \text{ м}^2$$

та контролюємо її за приведеними координатами базових точок, наведених у табл. 2.

Таблиця 2. Координати поворотних точок після спрямлення межі

Номер точки	Координати, м		Дирекційні кути	Довжини сторін, м	Номер точки
	X	Y			
A ₂	2102,060	1132,850	85°08'49"	46,277	M ₅
M ₅	2105,975	1178,961	211°37'49"	116,565	M ₁
M ₁	2006,726	1117,830	298°40'07"	37,257	A ₁
A ₁	2024,600	1085,140	31°37'49"	90,974	A ₂

Описаний спосіб спрямлення меж забезпечено алгоритмічними формулами, придатними для складання комп'ютерних програм у системі координат XOY об'єкта (місто, село, промислове підприємство) з блоком переходу до умовної системи координат.

2. Спосіб двох точок з еквівалентною площею базового прямокутника застосовується в тому випадку, коли поперечні межі ділянки перпендикулярні до осі абсцис умовної системи координат, а малі трикутники, як це було в попередньому способі, вироджуються у пряму лінію. Зрозуміло, що ці висоти трикутників дорівнюють нулеві, абсциса $x_{A_n} = x_n$, а базову площу ділянки необхідно трансформувати у площу прямокутника (мал. 4) за формулою

$$F_{\text{пр}} = F_{\text{баз}} + F_n - F_1 = (x_n - x_1)y_C;$$

$$F_1 = x_1y_1/2; \quad F_n = (x_n - x_{A_n})y_n/2, \quad (11)$$

де F_1, F_n – площі трикутників, які примикають до ординат y_1 та y_n ; y_C – ордината паралелі $C_1^0C_n^0$ спрямленої межі ділянки прямокутної форми (тут $y_C \geq y_M$).

Площу вказаного прямокутника з одною ламаюю межею з n точок доцільніше визначати через суму площ елементарних трапецій. Тому, ввівши позначення $x_i - x_{i-1} = l_i$ та звівши подібні члени, запишемо:

$$F_{\text{пр}} = [l_1(y_2 - y_1) + l_2(y_3 - y_2) + \dots + l_i(y_{i+1} - y_i) + \dots + l_{n-1}(y_n - y_{n-1})]2L, \quad (12)$$

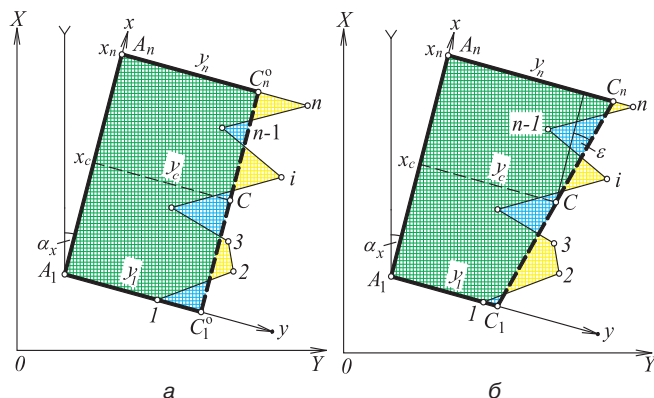
де $L = [l] = x_n - x_1$ – сумарна довжина основи трапецій. Позначивши

$$p_1 = l_1/2L; \quad p_2 = (l_1 + l_2)/2L; \dots;$$

$$p_i = (l_{i-1} + l_i)/2L, \dots; \quad p_n = l_n/2L \quad (13)$$

та звівши подібні члени, із порівняння формул (11) і (12) остаточно отримуємо:

$$y_C = p_1y_1 + p_2y_2 + \dots + p_iy_i + \dots + p_ny_n = [py]. \quad (14)$$



Мал. 4. Способи спрямлення межі:

а – еквівалентної заміни площ; б – мінімізації відхилень точок

Отже, ордината спрямленої межі ділянки прямокутної (квадратної) форми визначається як сума добутків ординат точок межі на їх приведені ваги, а площа прямокутника зі спрямленою межею – за формулою (11).

Таким чином, визначена лінія $C_1^0 C_n^0$ забезпечує незмінність площі земельної ділянки зі спрямленою межею, яка задається полігоном $A_1-A_n-C_n^0-C_1^0-A_1$ прямокутної або квадратної форми.

Редукції точок межі на пряму $C_1^0 C_n^0$ обчислюємо за формулою $r_i = y_C - y_i$. Контроль обчислень здійснюється за сумою $[pr] = 0$.

Для закріплення спрямленої межі можна винести на місцевість точки C_1^0 і C_n^0 , умовні координати яких обчислено за формулами

$$x_{C_1^0} = 0; \quad y_{C_1^0} = y_{C_n^0} = y_C; \quad x_{C_n^0} = x_n. \quad (15)$$

тобто точки C_1^0 і C_n^0 розташовуються на ординатах точок 1 і n або на їх продовженнях, що є гарантією забезпечення балансу площ. Очевидно, що ординати проміжних точок спрямленої межі дорівнюють y_C ($i = 1, 2, \dots, n$), а абсциси x_i залишаються незмінними.

3. Спосіб непаралельної спрямленої межі з мінімізацією відхилень точок (мал. 4, б), передбачає поворот спрямленої межі прямої $C_1^0 C_n^0$ на деякий кут ε для формування межі $C_1 C_n$, який визначається з рівнянь поправок

$$y_C + x_i \operatorname{tg} \varepsilon - y_i = \delta_i. \quad (16)$$

Позначивши $y_i - y_C = a_i$, отримуємо n робочих рівнянь поправок для кожної з точок межі з одним невідомим:

$$x_i \operatorname{tg} \varepsilon - a_i = \delta_i. \quad (17)$$

Згідно з теорією математичного опрацювання геодезичних вимірювань такі рівняння розв'язують методом найменших квадратів за умовою $[p\delta\delta] = \min$, складаючи нормальні рівняння залежно від кількості шуканих невідомих. У даному випадку отримуємо одне рівняння: $[pxx] \operatorname{tg} \varepsilon - [pax] = 0$, звідки виходить, що

$$\operatorname{tg} \varepsilon = \frac{[pax]}{[pxx]}. \quad (18)$$

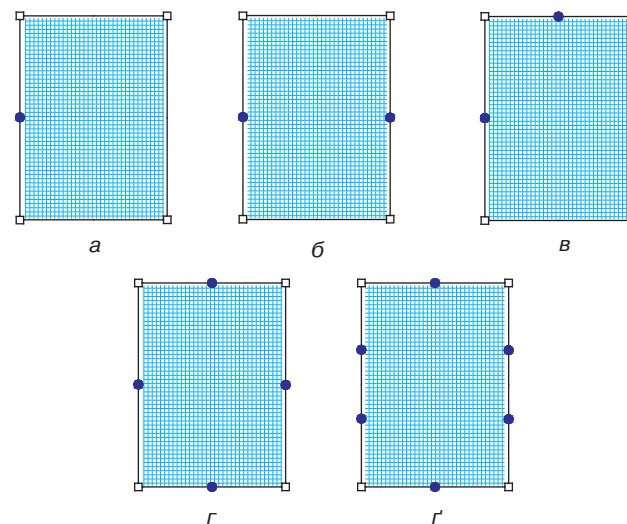
Знак кута вказує напрям відхилення прямої $C_1 C_n$ від осі абсцис: якщо плюс, то праворуч, а якщо мінус – ліворуч. Умовні координати точок C_1 і C_n , зокрема ординати і зміщення проміжних точок прямої $C_1 C_n$, обчислюємо за формулами

$$\begin{aligned} x_{C_1} &= 0; & y_{C_1} &= y_C - x_C \operatorname{tg} \varepsilon; & x_{C_n} &= x_n; \\ y_{C_n} &= y_C + x_C \operatorname{tg} \varepsilon; & \bar{y}_i &= y_C + (x_i - x_C) \operatorname{tg} \varepsilon; \\ V_i &= \bar{y}_i - y_i; & [pV] &= 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Остання формула є контрольною, оскільки визначає правильність обчислень точок межі від прямої як її спрямленої лінії. Переведення умовних координат точок лінії $C_1 C_n$ у систему координат XOY об'єкта здійснюємо за формулами (10), а скорегованої площі ділянки – методом полігона з використанням координат точок C_1 і C_n .

Хоча описаний спосіб забезпечує отримання мінімальних зміщень точок межі, він, на наш погляд, не матиме широкого застосування на практиці. Зате ймовірніше застосування способів з довільним орієнтуванням спрямленої межі, наприклад, з однаковим наближенням її кінцевих точок до точок 1 і n або щоби пряма проходила через будь-яку проміжну точку цієї межі, але при цьому сума зміщень точок межі відносно прямої буде перевищувати мінімальні значення. Тому проблема вибору рішення залишається за проектантом.

На великих ділянках відстань між межовими знаками може перевищувати 100 м, і візуальна оцінка прямолінійності межі може сягнути 3-5 см, що впливатиме на точність визначення площі. Тому для підвищення точності вимірювань на протяжних прямолінійних межах, крім основних точок, необхідно координувати і проміжні точки (мал. 5).



Мал. 5. Варіанти розташування межових допоміжних точок: а, б, в, г, г' – розміщення 1, 2, 3, 4 і 6-ти точок

Залежно від кількості проміжних точок похибку визначення площі прямокутних і квадратних ділянок можна розрахувати відповідно за такими наближеними формулами:



$$m_F \approx K_1 m_T \sqrt{a^2 + b^2}; \quad m_F \approx K_2 a m_T;$$

$$K_1 = \frac{1}{2\sqrt{2}} \sqrt{\left(N - \frac{n+1}{2N}\right)}; \quad K_2 = K_1 \sqrt{2}, \quad (20)$$

де a, b – довжини сторін ділянки; m_T – середня квадратична похибка визначення положення межового знака; N, n – кількість основних і проміжних точок меж ділянки прямокутної та квадратної форм.

Значення множників K_1 і K_2 наведено в табл. 3.

Таблиця 3. Множники K для визначення похибок площі фігур

Фігура	Кількість проміжних точок меж ділянки					
	0	1	2	3	4	6
Прямокутник	0,71	0,70	0,67	0,66	0,65	0,63
Квадрат	1,00	0,98	0,95	0,94	0,92	0,88

Якщо, наприклад, на довгих межах прямокутної ділянки (мал. 5, б) взяти по одній допоміжній точці, то для площі розміром 160×180 м при похибці $m_T = 0,05$ м абсолютна та відносна похибки площі відповідно будуть:

$$m_F = 0,67 \cdot 0,05 \sqrt{160^2 + 180^2} = 6,0 \text{ м}^2;$$

$$\frac{m_F}{F} = \frac{6,0}{12800} = \frac{1}{2133} = 0,05 \text{ \%}.$$

Для аналогічної квадратної ділянки розміром 113×113 м ці похибки відповідно будуть:

$$m_F = 0,95 \cdot 113 \cdot 0,05 = 5,4 \text{ м}^2; \quad \frac{m_F}{F} = \frac{5,4}{12800} = \frac{1}{2384} = 0,04 \text{ \%},$$

які свідчать про те, що найвища точність визначення площі досягається на квадратних ділянках.

Висновки. 1. Серед трьох розроблених способів спрямлення меж земельних ділянок основним є перший, який можна взяти базовим для складання комп'ютерної програми, а інші – похідні від нього.

2. При спрямленні довгих меж для точного визначення площі ділянок необхідно координувати допоміжні (створні) точки.

Література

1. *Інструкція* про встановлення (відновлення) меж земельних ділянок в натурі (на місцевості) та їх закріплення межовими знаками від 18.05.2010 р. № 376. – К.: Держкомзем України, 2010. – 11 с.

2. *Маслов, А.В.* Геодезические работы при землеустройстве / А.В. Маслов, Г.И. Горохов, Э.М. Ктиторов, А.Г. Юнусов. – М.: Недра, 1976. – 256 с.

3. *Циль, В.* Инженерная геодезия / В. Циль. – М.: Недра, 1974. – 432 с.

Надійшла 25.08.13

* * *

УДК 528.2/3+551.24

О. А. Тадєєв

ШЛЯХИ ВИРІШЕННЯ ЗАДАЧІ ОЦІНЮВАННЯ ДЕФОРМАЦІЙ ЗЕМНОЇ ПОВЕРХНІ ЗА ГЕОДЕЗИЧНИМИ ДАНИМИ

Обоснованы подходы к решению задачи оценки деформаций земной поверхности по геодезическим данным на основе теории отображения поверхностей. Выполнена систематизация решений в типичных геодезических координатных системах с учетом перспектив использования конечных результатов для интерпретации геодинамических явлений. Сформулирован алгоритм решения задачи.

The approaches and ways of solving the problem of evaluation of the earth surface deformations by geodetic data based on the theory of reflection of surfaces have been grounded. Classification of solutions in typical geodetic frames with allowances made for the perspectives of the use of the final results for the interpretations of geodynamic phenomena are done. The algorithm for solving the problem is formulated.

Постановка проблеми та її зв'язок з важливими науковими і практичними завданнями. Активний розвиток і широке запровадження сучасних технологій для координування фізичної поверхні Землі стимулювали потужний рух у напрямі вирішення багатьох задач сучасної геодинаміки.

Геодезичні методи моніторингу геодинамічних процесів у частині накопичення даних повторних спостережень забезпечують нині достатньо високу точність реєстрації багатьох показників рухів земної поверхні. Наявні дані та їх інтерпретація для вирішення наукових і прикладних проблем, пов'язаних з геодинамікою, є предметом досліджень не лише ок-

ремих науковців та цілих колективів, вони стали основою не однієї міжнародної та вітчизняної програми. Разом з тим теоретичні основи опрацювання даних і наступного аналізу одержаних результатів залишаються практично незмінними впродовж десятиліть. Це значно обмежує потенційні інформативні можливості накопичених геодезичних даних, змушує сферу практичного застосування результатів спостережень для інтерпретації геодинамічних явищ.

Аналіз досліджень та невирішені частини загальної проблеми. Традиційно теоретичною основою відстеження явищ деформації земної поверхні за геодезичними даними є математична теорія пружності [3], а технічним апаратом її реалізації – метод скінченних елементів. Застосування методу для вирішення

© О. А. Тадєєв, 2013