

УДК 624.121.54

МОДЕЛЮВАННЯ ДЕФОРМАЦІЙ ВОДОНАСИЧЕНИХ ГРУНТОВИХ МАСИВІВ ПІД ЧАС ЗМІНИ ГІДРОЛОГІЧНИХ УМОВ

М. Т. Кузло, доц., к. т. н.,

Національний університет водного господарства та природокористування

Анотація. Наведено аналітичні розв'язки з визначення надлишкових напорів і вертикальних зміщень у стискальних глинистих основах під час повені в річках.

Ключові слова: напір, вертикальні зміщення, коефіцієнт консолідації, фільтрація.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИЙ ВОДОНАСЫЩЕННЫХ ГРУНТОВЫХ МАССИВОВ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ГИДРОЛОГИЧЕСКИХ УСЛОВИЙ

Н. Т. Кузло, доц., к. т. н.,

Национальный университет водного хозяйства и природопользования

Аннотация. Приведены аналитические решения по определению избыточных напоров и вертикальных смещений в сжимающих глинистых основаниях при паводке в реках.

Ключевые слова: напор, вертикальные смещения, коэффициент консолидации, фильтрация.

MODELLING OF WATER SATURATED SOIL MASSIFS' DEFORMATIONS UNDER THE CHANGE OF HYDROLOGICAL CONDITIONS

M. Kuzlo, Assoc. Prof., Ph. D. (Eng.),

National University of Water Management and Nature Resources Use

Abstract. The analytical solutions of surplus pressures and vertical displacement determination in pressing clay soil bases during flood passing in the rivers have been outlined.

Key words: pressure, vertical displacements, consolidation coefficient, filtration.

Вступ

Під час проектування та будівництва автомобільних доріг нерідко доводиться споруджувати мости для перетину річок. Гідрологічні умови будь-якої річки протягом року зазвичай змінюються. Особливо значні зміни рівнів води в річках відбуваються під час повені. У цьому випадку миттєве збільшення рівня води в річці призводить до виникнення значних тисків води на ґрунт основи опор мостів і, як наслідок, їх деформацій. При цьому найбільших деформацій зазнають водонасичені глинисті ґрунти, оскільки наявність додаткових фільтраційних сил викликає процес консолідації цих ґрунтів.

Аналіз публікацій

Аналіз останніх досліджень показав, що існує низка теоретичних і чисельних розв'язків з визначення надлишкових тисків у стискальних глинистих основах [1, 2].

У роботах [3, 4] наведені рішення з визначення вертикальних зміщень в одношарових і багатшарових ґрунтових масивах від дії фільтраційного потоку води. Однак питання з визначення вертикальних зміщень у стискальних глинистих ґрунтах з урахуванням консолідації під час стрімкого зростання тиску води на поверхні ґрунту недостатньо вивчено.

Мета і постановка завдання

Метою роботи є визначення у стискальних глинистих основах надлишкових тисків і відповідних до них вертикальних зміщень за умови стрімкого зростання тиску води на поверхні ґрунту.

Для аналізу фізико-механічних процесів у ґрунті основи опор мосту під час повені в річці розглянемо схему гідрогеологічних умов, наведену на рис. 1.

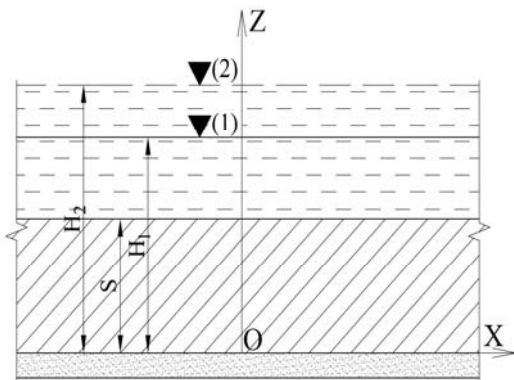


Рис. 1. Розрахункова схема гідрогеологічних умов

Нерідко у природі шар глинистих ґрунтів на певній глибині підстиляється водопроникними ґрунтами. Напір води у водопроникному підстильному шарі в меженний період приблизно відповідає рівню води в річці. Під час повені підйом рівня води в річці може опереджувати процес консолідації слабо водопроникних глинистих ґрунтів і, як наслідок, з'являється різниця напорів між рівнем води під час повені і в меженний період. Це зумовлює рух води із пор глинистих ґрунтів у підстильні водопроникні ґрунти. Цей процес призводить до ущільнення глинистих ґрунтів і, як наслідок, додаткових вертикальних зміщень опор мостів.

Розглянемо задачу визначення вертикальних зміщень ґрунту основи опори моста під час повені в річці. Надалі рівень води в річці поступово повернеться до початкового.

Для отримання аналітичного розв'язку з визначення параметрів фільтрації зробимо припущення, що рівень води в річці, а отже й напір на верхній межі ґрунту, змінюється за лінійним законом. Крім того, вважатимемо, що фільтрація відбувається у вертикальному

напрямку і напір у нижньому водопроникному шарі сталий.

Для розрахунку вертикальних зміщень у верхньому стискальному шарі розв'яжемо одновимірну крайову задачу напруженого деформованого стану (НДС), а також допоміжну задачу фільтрації.

Математична модель задачі НДС у зміщеннях у момент часу $t = t_1$ в області $\Omega_{t_1} = \{z \in (0, s)\}$ описується таким диференціальним рівнянням (1)

$$(\lambda + 2\mu) \frac{d^2 w}{dz^2} = \gamma_{sb} + \gamma_w \frac{dh}{dz}. \quad (1)$$

За таких граничних умов

$$W(0) = 0, \quad \left. \frac{dw}{dz} \right|_{z=s} = 0, \quad (2)$$

де s – довжина стискального шару ґрунту; w – вертикальні зміщення стискального шару ґрунту; λ, μ – пружні сталі γ_{sb} – питома вага ґрунту у зваженому стані; γ_w – питома вага води; h – напірна функція.

Для розв'язання задачі (1)–(2) необхідно знати напори в усіх точках ґрунтового масиву в момент часу $t = t_1$. Для знаходження напорів розглянемо в області $\Omega = \{(z, t) | z \in (0, s), t \in (0, T)\}$ таку крайову задачу

$$\frac{\partial h(z, t)}{\partial t} = C_v \frac{\partial^2 h(z, t)}{\partial z^2} \quad (3)$$

за таких крайових умов

$$\begin{aligned} h(0, t) &= H_1, \quad \lambda, \mu, \\ h(z, 0) &= H_1, \end{aligned} \quad (4)$$

$$(\lambda + 2\mu) \frac{d^2 w}{dz^2} = \gamma_{sb} + \gamma_w \frac{dh}{dz},$$

$$h(s, t) = H_2 - \frac{H_2 - H_1}{T} t, \quad (5)$$

де $C_v > 0$ – коефіцієнт консолідації; H_1 – початковий рівень води в річці; H_2 – максимальний рівень води в річці під час повені T – час стабілізації повеневих вод.

Позначимо $V = \frac{H_2 - H_1}{T}$ – швидкість пониження рівня води. Візьмемо, що $C_v = a^2$. Це означає, що воно має завжди додатне значення. Знайдемо розв'язок задачі (3)–(5). Зведемо однорідне рівняння (3) до неоднорідного, але з однорідними граничними умовами.

$$H_2 C_v > 0 \frac{\partial v}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + f(z).$$

Для цього проведемо заміну

$$h(z, t) = v(z, t) + H_1 + \frac{H_2 - Vt - H_1}{s} z. \quad (6)$$

Отримаємо таку крайову задачу

$$\frac{\partial v}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} + f(z) \quad (7)$$

$$v(z, 0) = \frac{H_1 - H_2}{s} z, \quad (8)$$

$$v(0, t) = v(s, t) = 0, \quad (9)$$

де

$$f(z) = \frac{V}{s} z. \quad (10)$$

Позначимо $v(z, 0) = \phi(z)$. Розв'язок цієї задачі на основі [5] має вигляд

$$v(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n e^{-\left(\frac{\pi n a}{s}\right)^2 t} \sin \frac{\pi n}{s} z + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\int_0^t e^{-\left(\frac{\pi n a}{s}\right)^2 (t-\tau)} f_n(\tau) d\tau \right) \sin \frac{\pi n}{s} z, \quad (11)$$

де

$$A_n = \frac{2}{s} \int_0^s \phi(\xi) \sin \frac{\pi n}{s} \xi d\xi, \quad (12)$$

$$f_n(t) = \frac{2}{s} \int_0^s f(\xi, t) \sin \frac{\pi n}{s} \xi d\xi.$$

Функції f_n у даному випадку обчислюються наступним чином

$$f_n = \frac{2V}{\pi n} (-1)^{n+1}. \quad (13)$$

Підставивши f_n в отриманий розв'язок та змінивши доданки біля однакових $\sin\left(\frac{\pi n}{s} z\right)$, отримаємо

$$v(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n e^{-\left(\frac{\pi n a}{s}\right)^2 t} + \frac{2V}{\pi n} (-1)^{n+1} \int_0^t e^{-\left(\frac{\pi n a}{s}\right)^2 (t-\tau)} d\tau \right) \times \sin\left(\frac{\pi n}{s} z\right) \quad (14)$$

Повернувшись до заміни, отримаємо

$$h(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n e^{-\left(\frac{\pi n a}{s}\right)^2 t} + \frac{2V}{\pi n} (-1)^{n+1} \int_0^t e^{-\left(\frac{\pi n a}{s}\right)^2 (t-\tau)} d\tau \right) \times \sin\left(\frac{\pi n}{s} z\right) + H_1 + \frac{H_2 - V \cdot t - H_1}{s} z \quad (15)$$

Після спрощення рівняння (15) можна записати у вигляді

$$h(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n e^{-\left(\frac{\pi n a}{s}\right)^2 t} + \frac{2V}{\pi n} (-1)^{n+1} \times \left(\frac{s}{\pi n a} \right)^2 \left(1 - e^{-\left(\frac{\pi n a}{s}\right)^2 t} \right) \right) \times \sin\left(\frac{\pi n}{s} z\right) + H_1 + \frac{H_2 - V \cdot t - H_1}{s} z, \quad (16)$$

де

$$A_n = \frac{2(H_2 - H_1)(-1)^n}{\pi n}. \quad (17)$$

Позначимо

$$B_n(t) = A_n e^{-\left(\frac{\pi n a}{s}\right)^2 t} + \frac{2V}{\pi n} (-1)^{n+1} \left(\frac{s}{\pi n a} \right)^2 \times \left(1 - e^{-\left(\frac{\pi n a}{s}\right)^2 t} \right). \quad (18)$$

Тоді (16) набуде вигляду

$$h(z, t) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n(t) \sin\left(\frac{\pi n}{s} z\right) + H_1 + \frac{H_2 - Vt - H_1}{s} z. \quad (19)$$

Розв'яжемо задачу (1)–(2), використовуючи знайдену функцію $h(z, t)$. З (1) отримаємо

$$(\lambda + 2\mu) \frac{dw}{dz} = \gamma_{sb} z + \gamma_w h(z, t_1) + c_1. \quad (20)$$

Константу c_1 знайдемо з граничної умови (2) при $z = s$

$$c_1 = -\gamma_{sb} s - \gamma_w (H_2 - Vt_1). \quad (21)$$

Підставивши (19) у (20), отримаємо

$$\frac{dw}{dz} = \frac{1}{\lambda + 2\mu} \times \left(\gamma_{sb} z + \gamma_w \left(\sum_{n=1}^{\infty} B_n(t_1) \sin\left(\frac{\pi n}{s} z\right) + H_1 + \frac{H_2 - Vt_1 - H_1}{s} z \right) + c_1 \right), \quad (22)$$

$$w = \frac{1}{\lambda + 2\mu} \left(\gamma_{sb} \frac{z^2}{2} + \gamma_w \times \left(-\frac{s}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n(t_1) \cos\left(\frac{\pi n}{s} z\right)}{n} + H_1 z + \frac{H_2 - Vt_1 - H_1}{s} \frac{z^2}{2} \right) + c_1 \cdot z + c_2 \right) \quad (23)$$

Константу знайдемо з граничної умови (2) при $z = 0$.

$$c_2 = \frac{\gamma_w s}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{B_n(t_1)}{n}. \quad (24)$$

Таким чином формулою (23) визначаються повні зміщення. Для того, щоб отримати зміщення внаслідок повені, необхідно від повних зміщень відняти зміщення за відсутності фільтраційної консолідації ґрунту. Для знаходження цих початкових зміщень розглянемо таку крайову задачу: в області $\Omega_p = \{z \in (0, s)\}$ знайти розв'язок диференціального рівняння

$$(\lambda + 2\mu) \frac{d^2 w_p}{dz^2} = \gamma_{sb} \quad (25)$$

за таких граничних умов

$$w_p(0) = 0, \quad \left. \frac{dw_p}{dz} \right|_{z=s} = 0. \quad (26)$$

Розв'яжемо задачу (25)–(26). З (25) отримаємо

$$(\lambda + 2\mu) w_p = \gamma_{sb} \frac{z^2}{2} + c_3 z + c_4. \quad (27)$$

Константи знайдемо із (26) та (27)

$$c_3 = -\gamma_{sb} s, \quad c_4 = 0. \quad (28)$$

Остаточний розв'язок задачі (25)–(26) набуде вигляду

$$w_p = \frac{1}{\lambda + 2\mu} \left(\gamma_{sb} \frac{z^2}{2} - \gamma_{sb} s z \right). \quad (29)$$

Отже, зміщення ґрунту основи гідротехнічних споруд під час повені в річці дорівнюють $w - w_p$ і визначаються за формулами (23), (29).

Висновок

Отримані аналітичні залежності дозволяють встановити вертикальні зміщення у стискальних глинистих основах під час стрімкого зростання тиску води на поверхні ґрунту, що відповідає випадку повені на річках.

Література

- Егоров А. Г. Плоская контактная задача фильтрационной консолидации / А. Г. Егоров // Прикладная математика и механика. – 1999. – Т. 63, Вып. 4. – С. 629–644.
- Иванов П. Л. Грунты и гидротехнические основания. Механика грунтов / П. Л. Иванов. – М.: Высшая школа, 1991. – 448 с.
- Кузло М. Т. Моделирование вертикальных смещений грунтового массива в процессе його осушения / М. Т. Кузло // Автомобильные дороги и дорожное строительство: научно-технический сборник. – 2013. – Вып. 87. – С. 49–55.
- Кузло М. Т. Оцінка напружено-деформованого стану багатощарового ґрунтового масиву при дії фільтраційного потоку води / М. Т. Кузло // Комунальне господарство міст: научно-технический сборник. – 2012. – Вып. 105. – С. 232–241.
- Тихонов А. Н. Уравнения математической физики / А. Н. Тихонов, А. А. Самарский. – М.: Наука, 1972. – 736 с.

Рецензент: В. Г. Солодов, професор, д. т. н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 12 лютого 2014 р.