УДК 534.8

А.В.Гамарко, В.Ф.Рєзцов, чл.-кор. НАН України, **Т.В.Суржик,** канд.техн.наук,
В.І.Шевчук (Ін-т відновлюваної енергетики НАН України, Київ)

Аналіз стійкості акумуляторів енергії сонячного випромінювання

В роботі на основі використання теореми Гауса-Остроградського про дивергенцію отримано рівняння зміни середньої температури акумуляторів сонячної енергії в часі та проаналізовані умови його нестійкості при нагріванні внаслідок хімічних реакцій та омічного нагрівання електричним струмом.

В работе на основе использования теоремы Гаусса-Остроградского о дивергенции получено уравнение изменения средней температуры аккумуляторов солнечной энергии во времени и проанализированы условия его неустойчивости при нагреве вследствие химических реакций и омического нагрева электрическим током.

Вступ. Електрохімічні акумулятори електричної енергії та акумулятори теплової енергії є важливою складовою систем енергопостачання з використанням відновлюваних джерел енергії, оскільки їх застосування дає змогу в певній мірі нівелювати недоліки, притаманні енергії Сонця та вітру – нестабільність параметрів у часі. Одним із важливих режимів роботи акумуляторів є процес зарядження від зовнішнього джерела енергії, параметри якого можуть змінюватись у часі. Враховуючи, що в процесі зарядження акумуляторів для забезпечення його надійності необхідно створити регламентований температурний режим, виникає задача аналізу теплової стійкості акумуляторів по відношенню до малих температурних збурень. В тому випадку, коли джерелом зовнішньої енергії є електрична, зміни температури акумуляторів у часі будуть приводити до змін електричних параметрів джерел електричного живлення. Описана вище ситуація буде мати місце і в біоенергетичних установках для виробництва біогазу та рідкого біопалива за умов підтримання температурного режиму цих установок електричним струмом, і в технологічному застосуванні сонячної енергії (наприклад, при геліообробці бетонів із додатковим пропусканням струму).

Постановка задачі. В загальному випадку для описаних вище пристроїв розглянемо довільний об’єм V, обмежений замкнутою поверхнею S (рис. 1) з одиничною нормаллю $\vec{n}$, у якому розподілені джерела омічного електричного тепловиділення зі щільністю q_{ve} та джерела тепловиділення неелектричного походження зі щільністю f_r (хімічні та біохімічні реакції, процеси плавлення, кристалізації, конденсації, випаровування тощо).

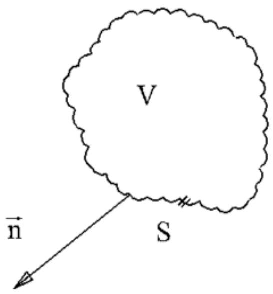

Рис. 1.

Нестаціонарне рівняння теплового балансу в кожній точці об’єму V визначається:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho\, c_p T) + \nabla \cdot \vec{q} = f_r + q_{ve}; \; \vec{q} = -\lambda \nabla T \, , \quad (1)$$

де ρ , c_p, λ – відповідно щільність, питома теплоємність і коефіцієнт теплопровідності, причому припускається, що середовище в об’ємі V нерухоме.

Для перетворення рівняння (1) в інтегральну форму доцільно скористатися теоремою про дивергенцію для довільної векторної функції $\vec{F}$, яка відповідає довільній замкненій поверхні S [1]:

$$\oint_s \vec{F} \cdot d\vec{s} = \int_V (\nabla \cdot \vec{F}) dV \, , \quad (2)$$

де $d\vec{s} = \vec{n}\left|d\vec{s}\right|$ – вектор елементарної площадки.

Застосування теореми (2) до рівняння (1) веде до наступного результату:

$$\int_V \frac{d}{dt}(\rho\, c_p T)dV = F + Q_{ve} - \oint_S \vec{q}\cdot d\vec{s}\,, \quad (3)$$

де F, Q_{ve} – інтегральні тепловиділення в об'ємі V за рахунок джерел неелектричного (F) та електричного (Q_{ve}) походження.

Якщо ρ, c_p = const, то для нерухомого середовища рівняння (3) може бути зведене до більш спрощеної форми:

$$\rho c_p V \frac{dT_{cp}}{dt} = F + Q_{ve} - \oint_s \vec{q}\cdot d\vec{s}\,, \quad (4)$$

де $T_{cp} = \dfrac{\int_V T dV}{V}$ – середня по об'єму V температура середовища.

Зазначимо, що $\oint_S \vec{q}\cdot d\vec{s}$ являє собою інтегральний тепловий потік із об'єму V у навколишнє середовище, який залежить від температури поверхні S, яка обмежує об'єм V і контактує з оточуючою поверхнею. За деяких припущень, пов'язаних із малими значеннями термічного опору при проходженні теплового потоку з об'єму V у навколишнє середовище через поверхню S, температура поверхні S може бути прийнята такою, що дорівнює середній по об'єму V температурі T_{cp}. За умови сформульованого вище припущення $\oint_S \vec{q}\cdot d\vec{s}$ можна представити у вигляді $\oint_S \vec{q}\cdot d\vec{s} = Q(T_{cp})$, оскільки тепловий потік, який відводиться у навколишнє середовище природною або примусовою конвекцією, а також тепловим випромінюванням, залежить функціонально від температури поверхні S.

З урахуванням наведеного вище і за умови $Q_{ve} = 0$ рівняння (4) може бути зведене до рівняння відносно однієї змінної T_{cp}:

$$\rho c_p V \frac{dT_{cp}}{dt} = F(T_{cp}) - Q_{вн}(T_{cp})\,. \quad (5)$$

Аналіз стійкості рівняння (5). Записавши функції $F(T_{cp})$ та $Q_{вн}(T_{cp})$ в околі незбуреного стану $T_{cp} = T_{cp0}$:

$$F(T_{cp}) = F_0 + \left.\frac{\partial F}{\partial T_{cp}}\right|_0 \delta T_{cp} + 0^2(\delta T_{cp});$$

$$F_0 = F(T_{cp} = T_{cp0});$$

$$\left.\frac{\partial F}{\partial T_{cp}}\right|_0 = \frac{\partial F}{\partial T_{cp}}(T_{cp} = T_{cp0});$$

$$Q_{вн}(T_{cp}) = Q_{вн0} + \left.\frac{\partial Q_{вн}}{\partial T_{cp}}\right|_0 \delta T_{cp} + 0^2(\delta T_{cp}); \quad (6)$$

$$Q_{вн0}(T_{cp} = T_{cp0});$$

$$\left.\frac{\partial Q_{вн}}{\partial T_{cp}}\right|_0 = \frac{\partial Q_{вн}}{\partial T_{cp}}(T_{cp} = T_{cp0}),$$

приходимо до рівняння для малих збурень середньої температури:

$$\delta T_{cp} = T_{cp} - T_{cp0}\,; \quad \left|\delta T_{cp}\right| << T_{cp0}\,;$$

$$\rho c_p V \frac{d(\delta T_{cp})}{dt} = \left(\left.\frac{\partial F}{\partial T_{cp}}\right|_0 - \left.\frac{\partial Q_{вн}}{\partial T_{cp}}\right|_0\right)\delta T_{cp}\,, \quad (7)$$

звідки випливає вираз для частоти збурень ω:

$$\omega = \frac{\left.\dfrac{\partial F}{\partial T_{cp}}\right|_0 - \left.\dfrac{\partial Q_{вн}}{\partial T_{cp}}\right|_0}{\rho c_p V}\,. \quad (8)$$

З виразу (8) випливає висновок про те, що позитивне значення ω, при якому реалізується експоненціальне зростання збурень температури у часі, може бути реалізоване тільки за умови $\left.\dfrac{\partial F}{\partial T_{cp}}\right|_0 > 0$, тобто в умовах зростаючої функції внутрішнього тепловиділення від температури. Це пояснюється тим, що функція $Q_{вн}$, як правило, в реальній фізичній ситуації зростає зі зростанням середньої температури T_{cp} в об'ємі і, відповідно, температури на поверхні.

Аналіз стійкості теплового стану акумуляторів за умови пропускання електричного струму з незмінною напругою джерела живлення. В цьому випадку необхідно враховувати у рівнянні теплового балансу тепловиділення Q_{ve} за рахунок протікання електричного струму:

$$\rho c_p V \frac{dT_{cp}}{dt} = F(T_{cp}) + Q_{ve} - Q_{вн}(T_{cp});$$
$$Q_{ve} = G_a(T_{cp}) u_R^2 \ (T_{cp}), \tag{9}$$

де $G_a(T_{cp})$ – інтегральна електрична провідність акумулятора; u_R – падіння напруги на акумуляторі. Для розрахунку збурень Q_{ve} розглянемо спрощену електричну схему акумулятора (рис. 2), де u_u – напруга джерела живлення; L – індуктивність підвідних ліній.

Згідно другого закону Кірхгофа:

$$u_u = u_R + L\frac{di}{dt}; \quad u_R = R_a i. \tag{10}$$

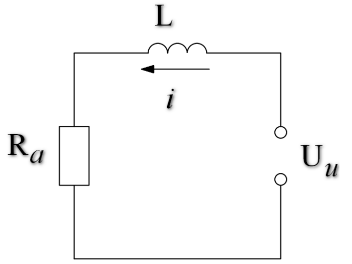

Рис. 2.

Оскільки величину Q_{ve} можна записати також у вигляді:

$$Q_{ve'} = R_a(T_{cp}) i^2,$$

то для збурень δQ_{ve} одержуємо співвідношення:

$$\delta Q_{ve} = \left.\frac{\partial R}{\partial T_{cp}}\right|_0 i_0^{\,2} \delta T_{cp} + 2R_{a0} i_0 \delta i, \tag{11}$$

де i_0 – величина струму в контурі з незбуреним станом;

$$R_{a0} = R_a(T_{cp} = T_{cp0}); \left.\frac{\partial R}{\partial T_{cp}}\right|_0 = \frac{\partial R}{\partial T_{cp}}(T_{cp} = T_{cp0}).$$

В свою чергу, з (10) одержуємо наступне додаткове рівняння, що пов'язує збурення середньої температури δT_{cp} та струму δi:

$$(\omega L + R_{a0})\delta i + \left.\frac{\partial R}{\partial T_{cp}}\right|_0 i_0 \delta T_{cp} = 0. \tag{12}$$

В підсумку з урахуванням (7), (11) і (12) отримаємо наступне характеристичне рівняння для частоти збурень:

$$a\omega^2 + b\omega + c = 0, \tag{13}$$
$$a = \rho c_p V L;$$
$$b = [\rho c_p V R_{a0} - (\left.\frac{\partial F}{\partial T_{cp}}\right|_0 - \left.\frac{\partial Q_{вн}}{\partial T_{cp}}\right|_0)L];$$
$$c = R_{a0} \left.\frac{\partial R}{\partial T_{cp}}\right|_0 i_0^2 = 0.$$

Корені рівняння (13) визначаються простим співвідношенням:

$$\omega_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \tag{14}$$

з якого можна зробити наступні висновки:

1. Дійсні значення ω, які визначають експоненціальний характер зміни збурень у часі, можуть бути реалізовані тільки за умови негативних значень коефіцієнта c, тобто спадаючої залежності опору акумулятора від температури.

2. В умовах зростаючої залежності опору акумулятора від його температури, коли $\left.\frac{\partial R}{\partial T_{cp}}\right|_0 > 0$, при виконанні умови $|4ac| >> b^2$ корені рівняння (14) є комплексними, що зумовлює накладання синусоїдальної складової на експоненціальне зростання або спад збурень у часі.

Аналіз стійкості теплового стану акумуляторів за умови пропускання електричного струму від джерела живлення обмеженої потужності. В цьому випадку замість схеми заміщення, показаної на рис. 2, необхідно розглянути наступну схему заміщення (рис. 3):

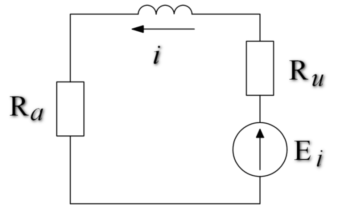

Рис. 3.

В даному випадку замість рівняння (10) згідно другого закону Кірхгофа маємо наступне рівняння:

$$E - iR_u = u_R + L\frac{di}{dt}. \tag{15}$$

Згідно (15) вираз для зв'язку збурень δQ_{ve} з δT_{cp} та δi приймає вигляд:

$$\delta Q_{ve} = \frac{\partial R}{\partial T_{cp}}\bigg|_0 i_0^2 \delta T_{cp} + 2(R_{a0} + R_u) i_0 \delta i, \quad (16)$$

з якого випливає, що в коефіцієнтах характеристичного рівняння (13) b і c необхідно величину R_{ao} замінити на $R_{ao}+ R_u$.

Звичайно, що при цьому зміниться і величина струму в контурі в незбуреному стані i_0, що також буде впливати на величину коефіцієнта c в (13) з відповідною зміною умов реалізації експоненціальної або експоненціально-синусоїдальної зміни збурень у часі.

Аналіз стійкості теплового стану акумуляторів за умови підключення фотоелектричних батарей. У даному випадку, коли в якості джерела електричної енергії використовуються фотоелектричні батареї з нелінійною вольт-амперною характеристикою $u_u = u_u(i)$ [2], рівняння для контуру на рис. 3 приймає вигляд:

$$u_u(i) = u_R + L\frac{di}{dt}. \quad (17)$$

При цьому комплекс $u_u(i)$ після розкладу в ряд Тейлора в околі незбуреного стану по струму $i = i_0$ трансформується до вигляду:

$$u_u(i) = u_{u0} + \frac{\partial u_u}{\partial i}\bigg|_0 \delta i + 0^2(\delta i);$$

$$u_{u0} = u_u(i = i_0); \frac{\partial u_u}{\partial i}\bigg|_0 = \frac{\partial u_u}{\partial i}(i = i_0). \quad (18)$$

З попереднього аналізу видно, що і в цьому випадку характеристичне рівняння (13) зберігає свою структуру зі зміною R_{ao} на комплекс $R_{ao}+ \frac{\partial u_u}{\partial i}\bigg|_0$.

Звідси випливає, що той чи інший характер зміни збурень залежить також від того, на якій ділянці вольт-амперної характеристики функціонує система "фотоелектрична батарея – акумулятор" в незбуреному стані.

На закінчення відзначимо, що аналогічний аналіз може бути виконаний і в тому випадку, коли необхідно враховувати ємнісні складові в акумуляторах та джерелі живлення.

Висновки: 1. Показано, що в тому випадку, коли враховується нагрівання акумуляторів енергії сонячного випромінювання, яке реалізується внаслідок хімічних реакцій, можливим є розвиток теплової нестійкості з експоненціальною в часі зміною збурень при зростаючій залежності тепловиділення від температури.

2. При омічному нагріванні акумуляторів можлива зміна збурень температури в часі за рахунок того, що дисперсійне рівняння для частоти збурень має другий і вище порядок внаслідок наявності в електричних колах реактивних елементів (індуктивностей та ємностей).

1. *Корн Г., Корн Т.* Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М.: Наука, 1984. – 831 с.
2. *Фаренбрух А., Бьюб Р.* Солнечные элементы: Теория и эксперимент / Пер. с англ. под. ред. М.М. Колтуна. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 280 с.