

УДК 536.242

Ю.П.Морозов, канд.техн.наук (Ін-т відновлюваної енергетики НАН України, Київ)

**Метод теплового розрахунку підземних теплообмінників і акумуляторів**

*Розроблено метод теплового розрахунку акумуляторів теплоти і підземних теплообмінників у верхніх шарах Землі із застосуванням коефіцієнта нестационарної теплопередачі.*

*Разработан метод теплового расчета аккумуляторов теплоты и подземных теплообменников в верхних слоях Земли с использованием коэффициента нестационарной теплопередачи.*

Нехай суцільний циліндр (чи труба з теплоносієм) радіусом  $R_c$  вертикально міститься в масиві Землі. Тепловий потік із поверхні циліндра діє протягом часу  $\tau_0 < \tau \leq \tau_1$ ,  $\tau_0 = 0$ , після чого дорівнює нулеві. Початковий розподіл температури в масиві є  $T(R, \tau_0) = T_0$ . Тобто спочатку має місце процес нагрівання масиву  $\tau_0 < \tau \leq \tau_1$ , потім  $\tau_1 \leq \tau \leq \tau_2$  – охолодження масиву. Коли  $\tau = \tau_2$ , на внутрішню поверхню циліндра надходить тепловий потік протягом  $\tau_2 \leq \tau \leq \tau_3$ . Процес нагрівання та охолодження масиву продовжується багаторазово. Треба знайти квазіциклічний нестационарний розподіл температури в масиві.

Диференціальне рівняння, що описує температурне поле масиву, таке:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} R \frac{\partial T}{\partial R} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial \tau}, \quad (R_c < R < R_\infty, 0 < \tau < \infty). \quad (1)$$

Граничні та початкова умови:

$$\left. \frac{\partial T_i}{\partial R} \right|_{R=R_c} = \begin{cases} -\frac{q_{(\tau)_1}}{\lambda_m}, & 0 < \tau \leq \tau_1, \\ -\frac{q_{(\tau)_2}}{\lambda_m} = 0, & \tau_1 \leq \tau \leq \tau_2, \\ -\frac{q_{(\tau)_3}}{\lambda_m}, & \tau_2 \leq \tau \leq \tau_3, \\ -\frac{q_{(\tau)_4}}{\lambda_m} = 0, & \tau_3 \leq \tau \leq \tau_4, \\ \dots \end{cases} \quad (2)$$

$$T_i(R, \tau_{i-1}) = \begin{cases} f_1(R, \tau_0) = f_1(R, 0) = T_0, \\ f_2(R, \tau_1), \\ f_3(R, \tau_2), \\ f_4(R, \tau_3), \\ \dots \end{cases}$$

$$T_i(R_\infty) = T(R_\infty) = T_0, \quad (i = 1, 2, 3, \dots),$$

де  $a$  – коефіцієнт температуропровідності,  $m^2/c$ ;  $\lambda_m$  – коефіцієнт теплопровідності,  $Вт/м \cdot К$ ;  $q_{(\tau)_i}$  – щільність теплового потоку,  $Дж/м^2$ ;  $R_c$  – радіус циліндра,  $м$ ;  $R_\infty$  – достатньо велика відстань від порожнини (циліндричної), щоб впливом порожнини на температуру масиву на цій відстані можна знехтувати.

У даній задачі тепловий потік на кожному етапі нагрівання може різнитися. Саме тому в позначенні теплового джерела  $q_{(\tau)}$  стоїть індекс  $i$ . Тобто на кожному кроці нагрівання маємо  $q_{(\tau)_i}$ . Зрозуміло, що може мати місце ситуація, коли всі  $q_{(\tau)_i} = q_{(\tau)} = \text{const}$  чи частина з них.

**Перший крок ( $i = 1$ ),  $\tau_0 < \tau \leq \tau_1$ . Нагрівання.**

Диференціальне рівняння, граничні та початкова умови такі:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} R \frac{\partial T_1}{\partial R} = \frac{1}{a} \frac{\partial T_1}{\partial \tau}, \quad (R_c < R < R_\infty, 0 < \tau < \tau_1); \quad (3)$$

$$\left. \frac{\partial T_1}{\partial R} \right|_{R=R_c} = -\frac{q_{(\tau)_1}}{\lambda_m};$$

$$T_1(R, \tau_0) = f_1(R, \tau_0) = f_1(R, 0) = T_0;$$

$$T_1(R_\infty) = T_0. \tag{4}$$

В роботі [1] одержано формулу, що описує нестационарне нагрівання масиву за умов (3), (4):

$$T_1(R, \tau) = T_0 + \frac{q_{(\tau)_1} R_c}{\lambda_m} \times$$

$$\times \left\{ \ln \frac{R_\infty}{R} - \pi \frac{R_\infty}{R_c} \sum_{n=1}^{\infty} D_n Z_0(\mu_n R) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R_\infty^2}} \right\}, \tag{5}$$

$$де D_n = \frac{J_0(\mu_n) J_1\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right)}{\mu_n \left[ J_0^2(\mu_n) - J_1^2\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right) \right]};$$

$$Z_0(\mu_n R) = N_0(\mu_n) J_0\left(\mu_n \frac{R}{R_\infty}\right) - J_0(\mu_n) N_0\left(\mu_n \frac{R}{R_\infty}\right), \tag{6}$$

а  $\mu_n$  є корені трансцендентного рівняння:

$$J_0(\mu_n) N_1\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right) - N_0(\mu_n) J_1\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right) = 0; \tag{7}$$

$$J_0(\mu_n), N_0(\mu_n); J_1\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right); N_1\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right) -$$

функції Бесселя.

**Другий крок ( $i = 2$ ),  $\tau_1 < \tau \leq \tau_2$ . Припинення нагнітання теплоносія.**

Диференціальне рівняння, граничні та початкова умови такі:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} R \frac{\partial T_2}{\partial R} = \frac{1}{a} \frac{\partial T_2}{\partial \tau}, (R_c < R < R_\infty, \tau_1 < \tau < \tau_2); \tag{8}$$

$$\left. \frac{\partial T_2}{\partial R} \right|_{R=R_c} = -\frac{q_{(\tau)_2}}{\lambda_m} = 0; T_2(R, \tau_1) = f_2(R, \tau_1);$$

$$T_2(R_\infty) = T_0. \tag{9}$$

Якщо у формулі (5) покласти  $\tau = \tau_1$ , то тим самим буде визначено розподіл температури масиву в момент часу  $\tau = \tau_1$ , тобто  $f_2(R, \tau_1)$ . Маємо:

$$f_2(R, \tau_1) = T_0 + \frac{q_{(\tau)_1} R_c}{\lambda_m} \times$$

$$\times \left\{ \ln \frac{R_\infty}{R} - \pi \frac{R_\infty}{R_c} \sum_{n=1}^{\infty} D_n Z_0(\mu_n R) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau_1}{R_\infty^2}} \right\}. \tag{10}$$

Нехай тепер  $\tau^* = \tau - \tau_1$ . Тоді задача (8), (9) набирає вигляду

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} R \frac{\partial T_2}{\partial R} = \frac{1}{a} \frac{\partial T_2}{\partial \tau^*}, \tag{11}$$

$$(R_c < R < R_\infty, 0 < \tau^* < \tau_2 - \tau_1);$$

$$\left. \frac{\partial T_2}{\partial R} \right|_{R=R_c} = -\frac{q_{(\tau)_2}}{\lambda_m} = 0;$$

$$T_2(R, 0) = f_2(R, \tau_1);$$

$$T_2(R_\infty) = T_0. \tag{12}$$

Задача за умов (11), (12) детально розглянута в роботі [1] і має розв'язок:

$$T_2(R, \tau^*) = T_0 - \pi \frac{q_{(\tau)_1} R_\infty}{\lambda_m} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} D_n \left[ 1 + e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau_1}{R_\infty^2}} \right] e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau^*}{R_\infty^2}} Z_0(\mu_n R),$$

або, врахувавши, що  $\tau^* = \tau - \tau_{kr}$ :

$$T_2(R, \tau) = T_0 - \pi \frac{q_{(\tau)_1} R_\infty}{\lambda_m} \times$$

$$\times \sum_{n=1}^{\infty} D_n \left[ e^{-\mu_n^2 \frac{a(\tau-\tau_1)}{R_\infty^2}} + e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R_\infty^2}} \right] Z_0(\mu_n R). \tag{13}$$

**Третій крок ( $i = 3$ ),  $\tau_2 < \tau \leq \tau_3$ . Нагрівання.**

Диференціальне рівняння, граничні та початкова умови такі:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} R \frac{\partial T_3}{\partial R} = \frac{1}{a} \frac{\partial T_3}{\partial \tau}, (R_c < R < R_\infty, \tau_2 < \tau < \tau_3); \tag{14}$$

$$\left. \frac{\partial T_3}{\partial R} \right|_{R=R_c} = -\frac{q_{(\tau)_3}}{\lambda_m}; T_3(R, \tau_2) = f_3(R, \tau_2);$$

$$T_3(R_\infty) = T_0. \tag{15}$$

Якщо в формулі (13) написати  $\tau = \tau_2$ , то тим самим буде визначено розподіл температури масиву в момент часу  $\tau = \tau_2$ , тобто  $f_3(R, \tau_2)$ . Маємо:

$$f_3(R, \tau_2) = T_0 + \pi \frac{q_{(\tau_1)} R_\infty}{\lambda_m} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\mu_n) J_1\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right) \left[ e^{-\mu_n^2 \frac{a(\tau_2 - \tau_1)}{R_\infty^2}} + e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau_2}{R_\infty^2}} \right]}{\mu_n \left[ J_1^2\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right) - J_0^2(\mu_n) \right]} \times Z_0(\mu_n R). \quad (16)$$

Нехай тепер  $\tau^* = \tau - \tau_2$ . Тоді задача (14), (15) набирає вигляду:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} R \frac{\partial T_3}{\partial R} = \frac{1}{a} \frac{\partial T_3}{\partial \tau^*}, \quad (R_c < R < R_\infty, 0 < \tau^* < \tau_3 - \tau_2); \quad (17)$$

$$\left. \frac{\partial T_3}{\partial R} \right|_{R=R_c} = -\frac{q_{(\tau_3)}}{\lambda_m}; \quad T_3(R, 0) = f_3(R, \tau_2); \quad T_3(R_\infty) = T_0. \quad (18)$$

Скориставшись розв'язком, що його описано в роботі [1], отримуємо:

$$T_3(R, \tau^*) = T_0 + \frac{q_{(\tau_3)} R_c}{\lambda_m} \ln \frac{R_\infty}{R} - \frac{q_{(\tau_3)} R_\infty}{\lambda_m} \pi \sum_{n=1}^{\infty} D_n Z_0(\mu_n R) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau^*}{R_\infty^2}} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1^2\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right) (\pi \mu_n)^2 \int_{R_c}^{R_\infty} f_3(R, \tau_2) Z_0(\mu_n R) R dR}{2R_\infty^2 \left[ J_1^2\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right) - J_0^2(\mu_n) \right]} \times Z_0(\mu_n R) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau^*}{R_\infty^2}} - \pi T_0 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_1^2\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right) Z_0(\mu_n R) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau^*}{R_\infty^2}}}{J_1^2\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right) - J_0^2(\mu_n)}.$$

Остання формула містить інтеграл:

$$\int_{R_c}^{R_\infty} f_3(R, \tau_2) Z_0(\mu_n R) R dR,$$

що складається з двох інтегралів:

$$\int_{R_c}^{R_\infty} T_0 Z_0(\mu_n R) R dR = \frac{2R_\infty^2 T_0}{\pi \mu_n^2} \quad \text{та}$$

$$\pi \frac{q_{(\tau_1)} R_\infty}{\lambda_m} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\mu_n) J_1\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right) \left[ e^{-\mu_n^2 \frac{a(\tau_2 - \tau_1)}{R_\infty^2}} + e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau_2}{R_\infty^2}} \right]}{\mu_n \left[ J_1^2\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right) - J_0^2(\mu_n) \right]} \times \int_{R_c}^{R_\infty} Z_0^2(\mu_n R) R dR$$

Враховуючи ортогональність функцій Бесселя та формули, отримані раніше [1], маємо:

$$\int_{R_c}^{R_\infty} Z_0^2(\mu_n R) R dR = \frac{2R_\infty^2}{J_1^2\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right) (\pi \mu_n)^2} \left[ J_1^2\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right) - J_0^2(\mu_n) \right];$$

$$\pi \frac{q_{(\tau_1)} R_\infty}{\lambda_m} \times \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\mu_n) J_1\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right) \left[ e^{-\mu_n^2 \frac{a(\tau_2 - \tau_1)}{R_\infty^2}} + e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau_2}{R_\infty^2}} \right]}{\mu_n \left[ J_1^2\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right) - J_0^2(\mu_n) \right]} \times \int_{R_c}^{R_\infty} Z_0^2(\mu_n R) R dR = \frac{2R_\infty^3 q_{(\tau_1)} J_0(\mu_n) \left[ e^{-\mu_n^2 \frac{a(\tau_2 - \tau_1)}{R_\infty^2}} + e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau_2}{R_\infty^2}} \right]}{\pi \lambda_m \mu_n^3 J_1\left(\mu_n \frac{R_c}{R_\infty}\right)}.$$

Отже

$$T_3(R, \tau) = T_0 + \frac{q_{(\tau_3)} R_c}{\lambda_m} \ln \frac{R_\infty}{R} - \pi \frac{q_{(\tau_3)} R_\infty}{\lambda_m} \sum_{n=1}^{\infty} D_n Z_0(\mu_n R) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R_\infty^2}} - \pi \frac{R_\infty q_{(\tau_1)}}{\lambda_m} \sum_{n=1}^{\infty} D_n \left[ e^{-\mu_n^2 \frac{a(\tau_2 - \tau_1)}{R_\infty^2}} + e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau_2}{R_\infty^2}} \right] e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R_\infty^2}} \times Z_0(\mu_n R).$$

Враховавши, що  $\tau^* = \tau - \tau_2$ , одержимо:

$$T_3(R, \tau) = T_0 + \frac{q_{(\tau)_3} R_c}{\lambda_m} \ln \frac{R_\infty}{R} - \pi \frac{R_\infty}{\lambda_m} \times \sum_{n=1}^{\infty} D_n Z_0(\mu_n R) \left[ q_{(\tau)_1} \left( e^{-\mu_n^2 \frac{a(\tau-\tau_1)}{R_\infty^2}} + e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R_\infty^2}} \right) + q_{(\tau)_3} e^{-\mu_n^2 \frac{a(\tau-\tau_2)}{R_\infty^2}} \right]. \quad (19)$$

**Четвертий крок ( $i = 4$ ),  $\tau_3 < \tau \leq \tau_4$ . Припинення нагнітання теплоносія.**

Диференціальне рівняння, граничні та початкова умови такі:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} R \frac{\partial T_4}{\partial R} = \frac{1}{a} \frac{\partial T_4}{\partial \tau}, \quad (R_c < R < R_\infty, \tau_3 < \tau < \tau_4); \quad (20)$$

$$\left. \frac{\partial T_4}{\partial R} \right|_{R=R_c} = 0; \quad T_4(R, \tau_3) = f_4(R, \tau_3); \quad T_4(R_\infty) = T_0. \quad (21)$$

Якщо у формулі (19) покласти  $\tau = \tau_3$ , то тим самим буде визначено розподіл температури масиву в момент часу  $\tau = \tau_3$ , тобто  $f_4(R, \tau_3)$ . Маємо:

$$f_4(R, \tau_3) = T_0 + \frac{q_{(\tau)_3} R_c}{\lambda_m} \ln \frac{R_\infty}{R} - \pi \frac{R_\infty}{\lambda_m} \sum_{n=1}^{\infty} D_n Z_0(\mu_n R) \times \left[ q_{(\tau)_1} \left( e^{-\mu_n^2 \frac{a(\tau-\tau_1)}{R_\infty^2}} + e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau_3}{R_\infty^2}} \right) + q_{(\tau)_3} e^{-\mu_n^2 \frac{a(\tau_3-\tau_2)}{R_\infty^2}} \right].$$

Далі чинимо так, як і раніше: нехай  $\tau^* = \tau - \tau_3$ . Тоді задача (20), (21) набирає вигляду:

$$\frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} R \frac{\partial T_4}{\partial R} = \frac{1}{a} \frac{\partial T_4}{\partial \tau}, \quad (R_c < R < R_\infty, 0 < \tau^* < \tau_4 - \tau_3); \quad (22)$$

$$\left. \frac{\partial T_4}{\partial R} \right|_{R=R_c} = 0; \quad T_4(R, 0) = f_4(R, \tau_3); \quad T_4(R_\infty) = T_0. \quad (23)$$

Скориставшись результатом задачі (9), розв'язок задачі (22), (23) можна записати так:

$$T_4(R, \tau^*) = T_0 + \frac{\pi^2}{2R_\infty^2} \sum_{n=1}^{\infty} \mu_n^2 B_n \int_{R_c}^{R_\infty} f_4(R, \tau_3) \times Z_0(\mu_n R) R dR Z_0(\mu_n R) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau^*}{R_\infty^2}} - T_0 \pi \sum_{n=1}^{\infty} B_n Z_0(\mu_n R) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau^*}{R_\infty^2}};$$

$$B_n = \frac{J_1^2 \left( \mu_n \frac{R_c}{R_\infty} \right)}{J_1^2 \left( \mu_n \frac{R_c}{R_\infty} \right) - J_0^2(\mu_n)}$$

Інтеграли, що входять до останньої формули, можна обчислити аналітично (1), (2), а саме:

$$\begin{aligned} T_0 \int_{R_c}^{R_\infty} Z_0(\mu_n R) R dR &= T_0 \left[ \frac{R_\infty R}{\mu_n} Z_1(\mu_n R) \right]_{R_c}^{R_\infty} = \frac{2R_\infty^2 T_0}{\pi \mu_n^2}; \\ \int_{R_c}^{R_\infty} \frac{q_{(\tau)_3} R_c}{\lambda_m} \ln \frac{R_\infty}{R} Z_0(\mu_n R) R dR &= \frac{2q_{(\tau)_3} R_\infty^3 J_0(\mu_n)}{\pi \lambda_m \mu_n^3 J_1 \left( \mu_n \frac{R_c}{R_\infty} \right)}; \\ -\pi \frac{R_\infty}{\lambda_m} \sum_{n=1}^{\infty} D_n \left[ q_{(\tau)_1} \left( e^{-\mu_n^2 \frac{a(\tau-\tau_1)}{R_\infty^2}} + e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau_3}{R_\infty^2}} \right) + q_{(\tau)_3} e^{-\mu_n^2 \frac{a(\tau_3-\tau_2)}{R_\infty^2}} \right] \int_{R_c}^{R_\infty} Z_0^2(\mu_n R) R dR &= \\ &= \frac{2R_\infty^3 J_0(\mu_n) \left[ q_{(\tau)_1} \left( e^{-\mu_n^2 \frac{a(\tau-\tau_1)}{R_\infty^2}} + e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau_3}{R_\infty^2}} \right) + q_{(\tau)_3} e^{-\mu_n^2 \frac{a(\tau_3-\tau_2)}{R_\infty^2}} \right]}{\pi \lambda_m (\mu_n)^3 J_1 \left( \mu_n \frac{R_c}{R_\infty} \right)}. \end{aligned}$$

Отже

$$T_4(R, \tau^*) = T_0 + T_0 \pi \sum_{n=1}^{\infty} B_n Z_0(\mu_n R) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R_c^2}} - \frac{\pi R_\infty}{\lambda_m} \sum_{n=1}^{\infty} D_n Z_0(\mu_n R) q_{(\tau)_3} e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R_c^2}} - \frac{\pi R_\infty}{\lambda_m} \sum_{n=1}^{\infty} D_n \left[ q_{(\tau)_1} \left( e^{-\mu_n^2 \frac{a(\tau-\tau_1)}{R_c^2}} + e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau_3}{R_c^2}} \right) + q_{(\tau)_3} e^{-\mu_n^2 \frac{a(\tau_3-\tau_2)}{R_c^2}} \right] Z_0(\mu_n R) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R_c^2}} - T_0 \pi \sum_{n=1}^{\infty} B_n Z_0(\mu_n R) e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R_c^2}},$$

або, врахувавши, що  $\tau^* = \tau - \tau_3$ :

$$T_4(R, \tau) = T_0 - \frac{\pi R_\infty}{\lambda_m} \sum_{n=1}^{\infty} D_n Z_0(\mu_n R) \left[ q_{(\tau)_1} \left( e^{-\mu_n^2 \frac{a(2\tau-\tau_1-\tau_3)}{R_c^2}} + e^{-\mu_n^2 \frac{a\tau}{R_c^2}} \right) + q_{(\tau)_3} \left( e^{-\mu_n^2 \frac{a(\tau-\tau_2)}{R_c^2}} + e^{-\mu_n^2 \frac{a(\tau-\tau_3)}{R_c^2}} \right) \right]. \tag{24}$$

Формули для знаходження температурних полів у наступних циклах можна отримати аналогічно.

Недоліком задачі (1), (2) щодо теплопритоку від лінійного джерела в необмежене середовище є те, що щільність теплового потоку від джерела  $q$  приймається постійною, що не відповідає фізичним процесам нестационарного теплообміну. Про це наголошується в роботах [2, 3].

Теоретичні та експериментальні дослідження теплових процесів у гірському масиві показали, що у процесі нагрівання або охолодження гірського масиву з часом по мірі нагрівання чи охолодження більш поверхневих шарів збільшується ступінь теплової дії більш віддалених порід. При цьому відбувається безперервна зміна теплового потоку через зростання термічного опору переходу теплоти через шари, які мають різний ступінь нагріву чи охолодження.

Розподіл температур у масиві та пов'язаний з ним тепловий потік безперервно змінюється в часі. В роботі [4] залежність теплового потоку від гірського масиву враховується шляхом вводу коефіцієнта нестационарного теплообміну, який розраховується на відповідне значення часу на підставі аналітичного розв'язку диференціального рівняння (1).

При граничних умовах:

$$T = T_n \text{ при } \tau = 0; \tag{25}$$

$$T \rightarrow T_n \text{ при } R \rightarrow \infty, \tau > 0; \tag{26}$$

$$-\lambda \frac{\partial T}{\partial R} + \alpha(T - T_g) = 0 \text{ при } R = R_0 \tag{27}$$

отримано залежність для визначення  $K_\tau$  (коефіцієнт нестационарної теплопередачі [2]) та теплового потоку при  $F_0 = 0,5 \div 25$ ,  $Bi = 0,5 \div 25$ :

$$K_\tau = 0,5 F_0^{-0,5} Bi^{0,15} \frac{\lambda_m}{R_{cg}}. \tag{28}$$

Тепловий потік у залежності від часу дорівнює:

$$q_{(\tau)} = K_\tau \cdot \Delta T. \tag{29}$$

Підставляючи значення  $q_{(\tau)}$  у рівняння (10), (13), (19), (24), можна врахувати зміну теплового потоку в часі.

**Висновки.** 1. Розроблено метод теплового розрахунку акумуляторів теплоти і підземних теплообмінників у верхніх шарах Землі, який враховує стадії їх роботи, що дозволяє підвищити точність визначення теплової продуктивності таких систем.

2. Запропоновано визначати щільність теплового потоку від свердловини до гірського масиву шляхом застосування коефіцієнта нестационарної теплопередачі.

1. Морозов Ю.П., Мейнарович Є.В. Аналітичний розв'язок задачі визначення температури гірського масиву після припинення теплової дії свердловини // Відновлювана енергетика. – 2012. – № 2. – С. 65–69.

2. Щербань А.Н., Кремнев О.А. Научные основы расчета и регулирования теплового режима глубоких шахт / Издательство Академии наук УССР. – 1959. – Т.1. – К. – 430 с.

3. Накорчевский А.И. Теоретические и прикладные аспекты грунтового аккумулярования и извлечения теплоты. – К.: Наукова думка, 2008. – 150 с.

4. Сигалова З.В. Анализ экспериментальных данных по теплопроводности зернистых систем // Исследования по теплопроводности. – Минск: 1967. – С. 367–371.