УДК 620.91:697.329

В.Ф.Рєзцов[1], чл.-кор. НАН України, **Т.В.Суржик**[2], канд.техн.наук (Інститут відновлюваної енергетики НАН України, Київ)

Синергетичний метод аналізу причин виникнення автоколивальних режимів у процесах перетворення енергії відновлюваних джерел

Розроблено метод синергетичного аналізу нелінійно пов'язаних процесів перетворення енергії відновлюваних джерел і сформульовані основні причини виникнення автоколивальних режимів у результаті розвитку нестійкості. Бібл. 2.

Ключові слова: *синергетичний метод, відновлювані джерела енергії, автоколивання.*

Orcid: [1]0000-0001-8431-3968; [2]0000-0002-1418-7748.

Вступ. Однією з важливих науково-технічних проблем відновлюваної енергетики, яка на теперішній час не лише не вирішена, але навіть не поставлена, є проблема ресурсу та надійності обладнання. З досвіду, накопиченого в традиційній та атомній енергетиці, а також в авіаційній та космічній техніці, де добре розвинуті методи прискорених випробувань, витікає, що однією з головних причин, що визначає ресурс та надійність, є змінні в часі механічні, електромагнітні чи інші навантаження, що виникають внаслідок наявності коливальних періодичних складових, які обумовлені проявом автоколивальних режимів процесів перетворення енергії того чи іншого виду.

Особливістю відновлюваних джерел є те, що процеси перетворення енергії в них реалізуються за рахунок взаємопов'язаних (часто нелінійно пов'язаних) процесів різної фізичної природи, наприклад, в сонячній енергетиці – електродинаміка + теплопровідність, у вітроенергетиці – аеродинаміка + механіка, в електрохімічних накопичувачах енергії – електродинаміка + дифузія зарядів, у біоенергетиці, пов'язаній з отриманням біогазу – хімічна кінетика + дифузія + теплопровідність і т.д.

Постановка задачі. У відповідності з [1] незалежно від фізики процесів вони можуть бути представлені у вигляді узагальненої системи рівнянь такого вигляду:

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial u_1}{\partial t} - L_1(u_1, u_2, ..., u_n) = F_1(u_1, u_2, ..., u_n),\\
&\frac{\partial u_2}{\partial t} - L_2(u_1, u_2, ..., u_n) = F_2(u_1, u_2, ..., u_n),\\
&\frac{\partial u_n}{\partial t} - L_n(u_1, u_2, ..., u_n) = F_n(u_1, u_2, ..., u_{n.}),
\end{aligned} \tag{1}$$

де $u_1, u_2, ..., u_n$ – набір фізичних (у даному випадку векторних) змінних; $L_1, L_2, ..., L_n$ – набір диференціальних операторів по просторових координатах; $F_1, F_2, ..., F_n$ – набір щільностей джерел.

До такого вигляду приводить, наприклад, система рівнянь термодифузії, нелінійно зв'язаної по джерелах $F_T(T, n), F_n(T, n)$:

$$\begin{aligned}
&\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} - \lambda \Delta T = F_T(T, n),\\
&\rho_n \frac{\partial n}{\partial t} - D \Delta n = F_n(T, n),
\end{aligned} \tag{2}$$

де T, n – температура та концентрація.

Методика аналізу стійкості. Стандартна по І.Пригожину процедура аналізу системи рівнянь (1) на стійкість полягає в представленні функцій $u_1, u_2, ..., u_n$ у вигляді:

$$\begin{aligned}
&u_1 = u_{10} + \delta u_1, \delta u_1 = \delta u_{1\alpha} \exp\left(i \vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t\right),\\
&u_2 = u_{20} + \delta u_2, \delta u_2 = \delta u_{2\alpha} \exp\left(i \vec{k} \cdot r + \omega t\right),\\
&-----------------------------\\
&u_n = u_{n0} + \delta u_n, \delta u_n = \delta_{n\alpha} \exp\left(i \vec{k} \cdot \vec{r} + \omega t\right),
\end{aligned} \tag{3}$$

де змінні з індексом "0" описують незбурений стан; δu_1, $\delta u_2,...,\delta u_n$ – малі збурення; $\delta u_{1\alpha}$, $\delta u_{2\alpha},...,\delta u_{n\alpha}$ – амплітуди збурень; $\vec{k}$ – хвильовий вектор, який визначає просторову структуру збурень; $\vec{r}$ – радіус-вектор; ω – частота збурень, що визначають зміну збурень у часі; $i^2 = -1$.

Підстановка (3) в (2) з урахуванням розкладу функцій $F_T(T,n)$, $F_n(T,n)$ в ряди Тейлора з точністю до малих другого порядку по збуреннях приводить до системи рівнянь такого вигляду:

$$\begin{aligned} &\rho c_p \frac{\partial T_0}{\partial t} - \lambda \Delta T_0 + \rho c_p \frac{\partial(\delta T)}{\partial t} - \lambda \Delta(\delta T) = F_{T0} + \frac{\partial F_T}{\partial T}\Big|_0 \partial T + \frac{\partial F_T}{\partial n}\Big|_0 \delta n, \\ &\rho_n \frac{\partial n_0}{\partial t} - D \Delta n_0 + \rho_n \frac{\partial(\delta n)}{\partial t} - D \Delta(\delta n) = F_{n0} + \frac{\partial F_n}{\partial T}\Big|_0 \delta T + \frac{\partial F_n}{\partial n}\Big|_0 \partial n. \end{aligned} \tag{4}$$

Тут

$$F_{T0} = F_T(T = T_0,\ n = n_0),\ F_{n0} = F_n(T = T_0,\ n = n_0),\ \frac{\partial F_T}{\partial T}\Big|_0 = \frac{\partial F_T}{\partial T}(T = T_0,\ n = n_0),$$

$$\frac{\partial F_T}{\partial n}\Big|_0 = \frac{\partial F_T}{\partial n}(T = T_0,\ n = n_0),\ \frac{\partial F_n}{\partial T}\Big|_0 = \frac{\partial F_n}{\partial T}(T = T_0,\ n = n_0),\ \frac{\partial F_n}{\partial n}\Big|_0 = \frac{\partial F_n}{\partial n}(T = T_0,\ n = n_0).$$

. За відсутності флуктуацій у системі (4) залишаються лише рівняння для незбуреного стану, а система для збурень набуває в матричній формі вигляду:

$$\begin{pmatrix} \rho \tilde{n}_p \dfrac{\partial(\delta T)}{\partial t} \\ \rho_\delta \dfrac{\partial(\delta n)}{\partial t} \end{pmatrix} = \hat{A} \begin{pmatrix} \delta T \\ \\ \delta n \end{pmatrix},\ \hat{A} = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix},$$

$$A_{11} = \frac{\partial F_T}{\partial T}\Big|_0 - \lambda \vec{k}^2,\ A_{12} = \frac{\partial F_T}{\partial n}\Big|_0, \tag{5}$$

$$A_{21} = \frac{\partial F_n}{\partial T}\Big|_0,\ A_{22} = \frac{\partial F_n}{\partial n}\Big|_0 - D\vec{k}^2.$$

Після диференціювання системи (5) за часом t приходимо до системи алгебраїчних рівнянь відносно ω, δT, δn:

$$\begin{aligned} &\rho c_p \omega \delta T = A_{11}\delta T + A_{12}\delta n, \\ &\rho_n \omega \delta n = A_{21}\delta T + A_{22}\delta n, \end{aligned} \tag{6}$$

які після вилучення збурень δT, δn приводяться до алгебраїчного рівняння другого порядку відносно ω:

$$a_2\omega^2 + a_1\omega + a_0 = 0, \tag{7}$$

де $a_2 = \rho c_p \rho_n$, а коефіцієнти a_1, a_0 залежать не лише від ρ, c_p, ρ_n, але також і від компонент матриці $\hat{A}$.

Аналіз структури рівнянь (6), (7) приводить до таких основних висновків:

1. Збурення δT, δn синхронізовані між собою в часі і скорельовані в просторі, тобто функціонально в обох випадках пропорціональні відповідно (3) $\exp(i\vec{k}\cdot\vec{r} + \omega t)$.

2. Зниження порядку рівняння (7) може бути реалізоване при розділенні процесів на такі, які змінюють температури та концентрації в часі на "швидкі" і "повільні" (наприклад, при $\rho_n \to 0$), коли параметр $a_2 \to 0$ в рівнянні (7). Така сама ситуація має місце, коли одна з позадіагональних компонент матриці $\hat{A}\left(A_{12} \text{ або } A_{21}\right)$ дорівнює нулю. Якщо ж обидві позадіагональні компоненти дорівнюють нулю, то в цьому випадку процеси формування структур для теплопровідності та дифузії виявляються незалежними одна від одної.

В загальному випадку підстановка (3) в (1) приводить до дисперсійного рівняння порядку n по ω з такими ж вище сформульованими по п. 1, 2 властивостями:

$$P_n(\omega, k) = 0;$$

$$P_n = \alpha_n \omega^n + \alpha_{n-1}\omega^{n-1} +, \ldots + \alpha_0, \quad (8)$$

корені якого можуть бути в загальному випадку комплексними $(\omega = \omega_к + i\,\omega_i)$, причому ненульові значення уявної складової визначають схильність до появи автоколивань, тому що

$$\begin{aligned} \exp(\omega t) &= \exp(\omega_r + i\,\omega_i)t = \\ &= \exp(\omega_r t)\exp(i\,\omega_i t) = \\ &= \exp(\omega_r t) \times (\cos\omega_i\, t + i\sin\omega_i\, t). \end{aligned} \quad (9)$$

Таким чином, наявність автоколивань при розвитку нестійкості у випадку $\omega_r > 0$ з послідуючою стабілізацією $\exp(\omega_r t)$ при $t \to \infty$ залежить від умов, при яких $\omega_i \neq 0$. Як витікає з деяких робіт, опублікованих в огляді [1] та низці робіт, опублікованих у журналі "Відновлювана енергетика" за 2005-2016 рр., передумови для виконання умови $\omega_i \neq 0$ є наступні:

1. Високий порядок полінома $P_n(\omega, k)$, тому що при $n \geq 2$ корені рівняння (5) можуть бути комплексними.

2. Наявність у системі диференціальних операторів по просторових координатах непарного порядку, тому що одноразове диференціювання функцій $\delta u_1, \delta u_2, \ldots, \delta u_n$ по координатах може приводити до комплексності коефіцієнтів $\alpha_{n-1}, \ldots, \alpha_0$ у поліномі $P_n(\omega, k)$. Фізично така ситуація може реалізовуватися за рахунок залежності параметрів (наприклад, коефіцієнта теплопровідності від координат чи температури), а також при залежності амплітуд збурень та (або) компонент хвильового характеру збурень $\vec{k}$ від координат.

3. Завдання просторової структури збурень, тобто структури вектора $\vec{k}$ не в декартовій системі координат x, y, z, коли, наприклад, оператор $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ визначає парний (другий) порядок диференціювання по x, y, z, а в циліндричній, сферичній та інших системах ортогональних координат, коли диференціальні оператори по деяких координатах мають непарний порядок.

Загальний **висновок** полягає в наступному. Автоколивальні режими процесів перетворення енергії, незалежно від того, яка фізика лежить у їх основі, є розповсюдженими, реалізуються на фоні утворення просторово неоднорідних структур, які задаються вектором $\vec{k}$, що може створювати суттєвий вплив на ресурс та надійність функціонування систем перетворення енергії відновлюваних джерел внаслідок процесів деградації [2].

1. *Резцов В.Ф.* Некоторые принципы синергетического анализа процессов преобразования энергии нетрадиционных и возобновляемых источников // Відновлювана енергетика. – 2005. – №1. – С. 19-25.

2. *Коган Ш.М.* Низкочастотный токовый шум со спектром $1/f$ в твердых телах // Успехи физических наук. – 1985. – Т.145. – №2. – С. 285-328.

REFERENCES

1. Reztsov V.F. Some principles synerhetycheskyy analysis of energy transformation processes and netradytsyonnyh and vidnovlyvanuh // Renewable energy sources. – 2005. – № 1. – 19-25.

2. Kogan Sh.M. Nyzkochastotnyy tokovyy noise in the spectrum $1/f$ of solid in body // Physics-Uspekhi. – 1985. – T.145. – № 2. – P. 285-328.

В.Ф.Резцов, чл.-корр. НАН Украины, **Т.В.Суржик,** канд.техн.наук (Институт возобновляемой энергетики НАН Украины, Киев)

Разработан метод синергетического анализа нелинейно связанных процессов превращения энергии возобновляемых источников и сформулированы основные причины возникновения автоколебательных режимов в результате развития неустойчивости. Библ. 2.

Ключевые слова: *синергетический метод, возобновляемые источники энергии, автоколебания.*

Ryeztsov V., Surzhyk T. (Institute of the renewable energy, NAS of Ukraine, Kyiv)

Synergetic Method Analysis of Causes Self-oscillating Mode in the Conversion of Renewable Energy

A method for analyzing nonlinear synergistic processes related to energy conversion and renewable formulated the main causes oscillatory regimes as a result of instability. References 2.

Keywords: *synergistic method, renewable energy, self-oscillation.*

Стаття надійшла до редакції 13.02.17

Остаточна версія 03.03.17