

## ДОСЛІДЖЕННЯ РИТМІКИ ПРИРОДНИХ ЯВИЩ ТА ЇЇ ХАРАКТЕРНИХ ОСОБЛИВОСТЕЙ В СИСТЕМАХ РІЗНОГО ПОХОДЖЕННЯ

The short historical survey of natural phenomena rhythmic investigations, which were began in the department of selection and processing of stochastic signals of Karpenko Physico-mechanical institute of NAS of Ukraine under chaireing of V.M. Mykhailovskiy, is given in this paper. The characteristic properties of proposed and developed in the institute rhythmic conception, which grounded on describing within periodically correlated random processes and their generalizations, are described. The examples of such approach using are given.

**Keywords:** *rhythmic, periodically correlated random processes, mean function, correlation function, variance, spectral density.*

Дано короткий історичний огляд досліджень ритміки природних явищ, що були започатковані у відділі відбору інформації Фізико-механічного інституту ім. Г. В. Карпенка НАН України, який очолював чл.-кор. НАН України В. М. Михайловський. Описано характерні особливості запропонованої та розвинутої в інституті концепції ритміки, яка ґрунтується на її описі періодично нестационарними випадковими процесами та їх узагальненнями. Наведено приклади застосування такого підходу.

**Ключові слова:** *ритміка, періодично корельовані випадкові процеси, математичне сподівання, кореляційна функція, дисперсія, спектральна густина.*

Наукові дослідження у відділі відбору інформації, яким завідував чл.-кор. НАН України В. М. Михайловський, перший з авторів почав ще в далекому 1968 році, коли, навчаючись на п'ятому курсі фізичного факультету Львівського державного університету імені Івана Франка (тепер Львівський національний університет), був скерований у ФМІ НАН України на переддипломну практику. Початок досліджень з теорії сигналів – фізичних процесів, що є переносниками інформації, – був пов'язаний у відділі з вивченням питань каротажу геофізичними методами, критеріїв ефективності систем передачі інформації, передачі мови. Дослідження та розробки в області теорії сигналів і завад, перш за все, були спрямовані на точніший аналітичний опис (побудову моделей) сигналів і завад, їх перетворень в інформаційних системах (колах) і каналах, вивчення можливостей прогнозування просторово-часових змін характеристик природних завад, підвищення достовірності передачі та обробки інформації на фоні завад у реальному масштабі часу. В результаті проведених досліджень були обґрунтовані й розроблені аналітичні моделі нестационарних  $T$ -варіантних процесів у лінійних інформаційних системах [1, 2], стохастичні моделі ритміки явищ у вигляді періодично корельованих випадкових процесів [3], а також розроблені алгоритми розрахунку гравітаційного впливу як ритмозадаючого фактору в геофізичних процесах, які зумовлюють завади, та показана можливість їх довготермінованого прогнозування [3]. Відділ відбору інформації проводив низку робіт з господарчої тематики, зокрема, зі створення інформаційно-вимірювальних систем для дослідження Світового океану. Можливості підвищення якості таких систем суттєво залежать від повноти врахування характеристик товщі води як акустичного (як основного й часто єдиного можливого) каналу передачі інформації. Один із напрямків вивчення акустичних властивостей водного середовища – це дослідження впливу на якість передачі інформації нестабільності його характеристик, яка зумовлена відбиттям сигналів від схвильованої морської поверхні. Дослідження цієї проблеми можливе лише при побудові адекватної математичної моделі вітрових хвиль на поверхні води. В історично перших детермінованих гідродинамічних моделях хвилювання у відпо-

© І. М. Яворський, Р. М. Юзефович, І. Й. Мацько, 2014

відних періодичних функцій (косинусоїдального, трохоїдального та складнішого профілю) знаходить своє відображення одна з характерних рис руху поверхні – певна повторюваність його властивостей у часі й просторі. Однак хвилі, які нескінченною низкою рухаються по поверхні моря, ніколи точно не повторюють одна одну. Складний, нерегулярний характер морських хвиль – друга важлива їх особливість. Відображення цієї властивості хвилювання стало можливим тільки після залучення до його опису моделей, побудованих з використанням теорії випадкових функцій. І детерміністичний, і ймовірнісний підходи кожен у своїй області досягли значних практичних важливих результатів. Однак у той час, як детерміновані моделі хвиль описують, хоч у ідеалізованій формі, повторюваність їх властивостей у часі та просторі, ймовірнісні моделі у вигляді стаціонарного й однорідного поля, відображають нерегулярність руху поверхні, повністю ігнорують його повторюваність. Хоч спектр такого поля й містить інформацію про потужність і періоди елементарних гармонічних складових поля, він не зберігає ніякої інформації про їх фази. Об'єднання в одному понятті, в одній математичній моделі цих важливих рис коливань морської поверхні у фіксованій точці дає можливість їх подання у вигляді періодично корельованого випадкового процесу (ПКВП) [4–8]. Такий підхід до дослідження вітрового хвилювання був розвитком робіт Я. П. Драгана і К. С. Войчишина про нову концепцію ритміки і можливості її опису моделлю у вигляді ПКВП [2, 9–12].

Теорія ритміки, що будується на основі ПКВП-моделі, розвиває теорію коливань на ситуації, де поряд з повторюваністю істотну роль відіграє стохастичність. Ритміка природних явищ тісно пов'язана з поняттям циклічності і визначається через нього. Основним у цій системі є поняття циклу, під яким розуміється упорядкована сукупність взаємозв'язаних явищ чи процесів (їх називають фазами, стадіями, етапами тощо), яка створює закінчене коло в розвитку певного об'єкта чи явища. Саме можливість виділення окремих фаз у розвитку є передумовою введення поняття ритміки, котре визначається тепер як нова якість, що виникає в результаті закономірного повторення (в просторі чи в часі) циклів, при цьому інтервали повторення можуть бути й неоднаковими, але повинні підпорядковуватися статистичній закономірності.

ПКВП-підхід до аналізу ритміки був запропонований у [9] в результаті синтезу робіт Я. П. Драгана з аналізу перетворень стаціонарних випадкових сигналів системами з періодично змінними параметрами [13] і робіт К. С. Войчишина [3] з експериментальних досліджень природних явищ у області біогеліофізики, в яких істотну роль грає циркадна, добова, місячна, сезонна та інші повторюваності. У процесі обґрунтування моделі ритміки були сформульовані такі вимоги. По-перше, це стохастичність, оскільки реєстрограми ритмічних процесів, отриманих при проведенні експериментів, як правило, мають “шумоподібний” характер. По-друге, випадкові процеси, які описують ритміку, повинні належати до класу гармонізованих, що впливає з традиційності використання гармонічного аналізу при попередніх дослідженнях ритміки. І, по-третє, властивість повторюваності повинна бути відображена не в точному повторюванні значень реалізацій, а в повторюваності “в середньому”, тобто в періодичності ймовірнісних характеристик. Остання вимога визначає клас випадкових процесів, придатних для опису ритміки – це періодично нестаціонарні випадкові процеси. Якщо умова періодичності накладається тільки на математичне сподівання  $m(t) = E\xi(t)$  і кореляційну

функцію  $b(t, u) = E\overset{\circ}{\xi}(t)\overset{\circ}{\xi}(t+u)$ ,  $\overset{\circ}{\xi}(t) = \xi(t) - m(t)$ , тобто

$$m(t) = m(t+T), \quad b(t+T, u) = b(t, u), \quad T > 0, \quad (1)$$

то одержимо клас періодично корельованих випадкових процесів (ПКВП).

Математичне сподівання  $m(t)$  описує детерміновану складову ритміки, дисперсія  $d(t) = b(t, 0)$  – миттєву потужність флуктуацій, а кореляційна функція – зв'язки між значеннями флуктуацій у точках  $t$  і  $t + u$ . Функції (1) можуть бути представлені рядами Фур'є

$$m(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} m_k e^{ik\omega_0 t}, \quad b(t, u) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} B_k(u) e^{ik\omega_0 t}, \quad \omega_0 = \frac{2\pi}{T}. \quad (2)$$

Коефіцієнти рядів (2) є параметрами форми часового ходу відповідних імовірнісних характеристик.

Важливу роль у розумінні структури ПКВП як моделі ритміки відіграє його подання через стаціонарні стаціонарно зв'язані компоненти  $\xi_k(t)$  [4, 13–15]:

$$\xi(t) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} \xi_k(t) e^{ik\omega_0 t}, \quad (3)$$

з якого випливає, що ПКВП є сумою модульованих за амплітудою та фазою гармонік із частотами, які кратні до основної частоти ритму. Математичні сподівання стаціонарних випадкових процесів  $\xi_k(t)$  є коефіцієнтами Фур'є функції  $m(t)$ , а кореляції між  $\xi_k(t)$  формують структуру Фур'є-коефіцієнтів кореляційної функції  $B_k(u)$  – кореляційних компонентів:

$$B_k(u) = \sum_{l \in \mathbb{Z}} R_{l-k, l}(u) e^{il\omega_0 u}.$$

Тут  $R_{l, k}(u) = E \overset{\circ}{\xi}_l^*(t) \overset{\circ}{\xi}_k^*(t+u)$ ,  $\overset{\circ}{\xi}_l^*(t) = \xi(t) - m_l$ ,  $m_l = E \xi_l(t)$ . Нульовий кореляційний компонент визначається автокореляційними функціями модулюючих процесів, а кореляційні компоненти номерів  $k$  – взаємокореляційними функціями тих модулюючих процесів, номери яких відрізняються на  $k$ . З подання (3) легко отримуємо окремі моделі: адитивну, мультиплікативну, полі гармонічну та ін. Якщо  $\xi_k(t) = c_k + \eta_k(t)$ , де  $\eta_k(t)$  – некорельовані стаціонарні випадкові процеси, а  $c_k$  – комплексні числа, для яких  $c_{-k} = c_k^*$ , то отримуємо адитивну модель  $\xi(t) = \eta(t) + f(t)$ , де  $f(t)$  – періодична функція, а  $\eta(t)$  – стаціонарний випадковий процес. Коли стаціонарні компоненти мають вигляд  $\xi_k(t) = c_k \eta(t)$ , то ПКВП переходить у мультиплікативну модель:  $\xi(t) = \eta(t) f(t)$ , яка описує амплітудну модуляцію. Полігармонічну модель отримуємо у випадку, коли  $\xi_k(t) = \eta_k$ , де  $\eta_k$  – випадкові величини. Якщо випадкові величини вироджуються у детерміновані, то  $\xi(t)$  є просто періодичною функцією. Таким чином, стаціонарний випадковий процес і періодичну функцію можна розглядати як окремі крайні випадки ПКВП-моделі ритміки.

ПКВП як гармонізований випадковий процес може бути записаний у вигляді

$$\xi(t) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t} dZ(\omega),$$

де

$$EdZ(\omega) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} m_k \delta(\omega - k\omega_0) d\omega,$$

$$Ed\overset{\circ}{Z}(\omega_1) d\overset{\circ}{Z}^*(\omega_2) = \sum_{k \in \mathbb{Z}} f_k(\omega_1) \delta(\omega_2 - \omega_1 + k\omega_0) d\omega_1 d\omega_2,$$

$$\overset{\circ}{Z}(\omega) = Z(\omega) - \sum_{k=-\infty}^{\infty} m_k H(\omega - k\omega_0).$$

Отже, ритміка описується певним типом корельованості гармонік, що формують даний процес: між собою корелюють ті гармоніки, різниця між частотами котрих є кратною до  $\omega_0$ . У випадку стаціонарного випадкового процесу прирости  $dZ(\omega)$  є некорельованими. Характер такої корельованості визначається функціями  $f_k(\omega)$  – спектральними компонентами, які є коефіцієнтами Фур'є змінної спектральної густини:

$$f(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} b(t, u) e^{-i\omega u} du = \sum_{k \in \mathbb{Z}} f_k(\omega) e^{ik\omega_0 t},$$

при цьому

$$f_k(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} B_k(u) e^{-i\omega u} du.$$

Зауважимо, що корельованість стаціонарних компонентів у представленні (3) і корельованість гармонічних складових ПКВП є еквівалентними.

Перші результати, отримані в роботах Я. П. Драгана та К. С. Войчишина [9–12], показали можливість і плідотворність ПКВП-підходу не тільки до вивчення ритміки, а й до розвитку загальної теорії коливань. Власне першим кроком на шляху до такої теорії була побудова стохастичної моделі коливань морської поверхні [4–8] та вивчення впливу розсіювання на такій поверхні на властивості гідроакустичного каналу зв'язку [16–18].

Верифікація ПКВП-моделі на основі натурних даних уперше була проведена у процесі дослідження добового ходу деяких геофізичних процесів К. С. Войчишином [12]. Це було зроблено в рамках оцінок математичного сподівання та дисперсії. У процесі аналізу структури стохастичних коливань морської поверхні (хвилеграм) [5, 6] вже були використані оцінки кореляційної функції та кореляційних компонентів і на цій основі була обґрунтована їх квадратурна ПКВП-модель:

$$\xi(t) = \xi_c(t) \cos \omega_0 t + \xi_s(t) \sin \omega_0 t.$$

Перші спроби статистичної обробки методами ПКВП часових рядів гідрометеорологічних рядів були зроблені в [19].

Однак повноцінне використання ПКВП-моделі та її узагальнень до аналізу стохастичних коливань стримувалося перш за все відсутністю єдиної методології обробки даних, в основі якої лежить теорія оцінювання всього комплексу ймовірнісних характеристик даного класу нестаціонарних випадкових процесів. Розвитку такої методології та її використанню для аналізу структури стохастичних коливань різної фізичної природи присвячені праці автора та його колег. Послідовний виклад основних результатів таких досліджень подано у монографії [20].

Для оцінювання ймовірнісних характеристик ПКВП можуть бути використані когерентний [21] і компонентний [22] методи, метод найменших квадратів [23], методи лінійної [24] та смугової [25] фільтрації.

Когерентний метод полягає в усередненні відліків сигналу, відібраних через період  $T$

$$\hat{m}(t) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \xi(t + nT), \quad (4)$$

$$\hat{b}(t, u) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \xi(t+nT) \xi(t+u+nT) - \hat{m}(t) \hat{m}(t+u+nT). \quad (5)$$

Компонентні оцінки мають вигляд тригонометричних поліномів

$$\hat{m}(t) = \sum_{k=-N_1}^{N_1} \hat{m}_k e^{ik \frac{2\pi}{T} t}, \quad \hat{b}(t, u) = \sum_{k=-N_2}^{N_2} \hat{B}_k(u) e^{i\omega_0 t}, \quad (6)$$

де  $N_i, i=1, 2$  – номери найвищих гармонік. Коефіцієнти поліномів  $\hat{m}_k$  і  $\hat{B}_k(u)$  визначаються на основі статистик

$$\hat{m}_k = \frac{1}{\theta} \int_0^\theta \xi(t) e^{-ik \frac{2\pi}{T} t} dt, \quad (7)$$

$$\hat{B}_k(u) = \frac{1}{\theta} \int_0^\theta [\xi(t) - \hat{m}(t)] [\xi(t+u) - \hat{m}(t+u)] e^{-ik \frac{2\pi}{T} t} dt, \quad (8)$$

$\theta$  – довжина відрізка реалізації. Компонентні оцінки формуються на основі апіорних даних про число гармонічних складових, що містить ряд Фур'є для кожної імовірнісної характеристики, яка обчислюється. Вони є ефективнішими від когерентних, особливо за умови швидкого загасання кореляційних зв'язків зі збільшенням зсуву.

Оцінки найменших квадратів знаходять, мінімізуючи функціонали

$$F_1[\hat{m}_0, \hat{m}_1^c, \dots, \hat{m}_{N_1}^c, \hat{m}_1^s, \dots, \hat{m}_{N_1}^s] = \int_0^\theta [\xi(t) - \hat{m}(t)]^2 dt, \quad (9)$$

$$F_2[\hat{B}_0(u), \hat{B}_1^c(u), \dots, \hat{B}_{N_2}^c(u), \hat{B}_1^s(u), \dots, \hat{B}_{N_2}^s(u)] = \int_0^\theta [\xi(t) \xi(t+u) - \hat{b}(t, u)]^2 dt. \quad (10)$$

Для таких оцінок при всіх значеннях  $\theta$  є відсутніми ефекти просочування.

Для побудови статистик спектральних характеристик використаний корелограмний метод Блекмана–Г'юкі. Для цього вибирають точку усічення корелограми  $u_m$  і відповідне згладжувальне вікно  $k(u)$ . Тоді оцінки миттєвої спектральної густини  $f(\omega, t)$  і спектральних компонентів  $f_k(\omega)$  знаходять за формулами:

$$\hat{f}(\omega, t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-u_m}^{u_m} \hat{b}(t, u) k(u) e^{-i\omega u} du, \quad (11)$$

$$\hat{f}_k(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-u_m}^{u_m} \hat{B}_k(u) k(u) e^{-i\omega u} du, \quad (12)$$

де  $k(-u) = k(u)$ ,  $k(0) = 1$ ,  $k(u) \equiv 0$  при  $|u| \geq u_m$ . Вибір параметрів обробки реальних сигналів  $\theta, u_m$  здійснюється на основі статистичних характеристик оцінок (4)–(12) й отриманих аналітично критеріях якості.

Наведені вище методи кореляційно-спектрального аналізу ПКВП потребують попереднього знання періоду  $T$ . У багатьох випадках основні періоди збудження механічної системи, наприклад, можуть бути обчислені на основі їх кінематичних схем за умови, коли відомим є період обертання вала двигуна, що приводить у дію машину. Однак обчислені в такий спосіб величини мають недостат-

ню точність і в реальних ситуаціях можуть змінюватися, тому для ефективного застосування ПКВП-підходу величини періодів слід знаходити на основі отриманої реалізації сигналу. Визначення періоду  $T$  і дослідження на основі ПКВП-моделі структури стохастичних коливань можна розглядати як розвиток відомої проблеми про виявлення прихованих періодичностей. Оскільки властивості прихованих періодичностей не завжди проявляються в пікових значеннях спектральної густини стаціонарного наближення, то для оцінювання періоду були розроблені спеціальні методи, які ґрунтуються на виявленні періодичних часових змін імовірнісних характеристик [26–29]. Для цього були застосовані функціонали, що мають вигляд оцінок (4)–(10) з тією різницею, що замість істинного значення періоду  $T$  в них була використана деяка пробна величина  $\tau$ . Оцінки періоду  $T$  тоді знаходяться як точки екстремальних значень таких функціоналів. Наприклад, компонентні оцінки періоду знаходяться на основі екстремальних значень функціоналів

$$\hat{m}_k^{c,s}(\tau) = \frac{1}{\theta} \int_{-\theta}^{\theta} \xi(t) \begin{Bmatrix} \cos k \frac{2\pi}{\tau} t \\ \sin k \frac{2\pi}{\tau} t \end{Bmatrix} dt, \quad \hat{B}_k^{c,s}(u, \tau) = \frac{1}{\theta} \int_{-\theta}^{\theta} \xi(t) \xi(t+u) \begin{Bmatrix} \cos k \frac{2\pi}{\tau} t \\ \sin k \frac{2\pi}{\tau} t \end{Bmatrix} dt.$$

Визначені в такий спосіб оцінки періоду мають велику точність, а саме, їх зміщення має порядок  $O(N^{-2})$ , а дисперсія –  $O(N^{-3})$ .

Для виділення модулюючих стаціонарних компонентів сигналів розроблені два методи. Перший з них полягає в частотному зсуві сигналу на величину  $-k\omega_0$  і подальшій низькочастотній фільтрації, а саме використанні перетворення

$$\xi_k(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(t-\tau) \xi(\tau) e^{-ik\omega_0\tau} d\tau,$$

де  $h(\tau)$  – імпульсний відгук низькочастотного фільтра

$$h(\tau) = \frac{\sin\left(\frac{\omega_0\tau}{2}\right)}{\pi\tau}.$$

У другому методі за допомогою смугової фільтрації виділяються складові, спектри яких зосереджені в діапазонах  $\left[k\omega_0 - \frac{\omega_0}{2}\right], \left[k\omega_0 + \frac{\omega_0}{2}\right]$ , а далі з використанням перетворення Гільберта знаходяться їх обвідні. Такі перетворення сигналів дають можливість провести аналіз імовірнісних характеристик як самих обвідних основних гармонік ПКВП, так і дослідити їх взаємкореляційні та взаємоспектральні характеристики.

Оскільки основний зміст моделей стохастичних коливань у вигляді ПКВП полягає у властивостях часової мінливості їх імовірнісних характеристик, то й першою задачею аналізу експериментальних даних є встановлення з використанням методів статистики певного класу випадкових процесів основних закономірностей цієї мінливості. Отримані результати обробки часових рядів є основою для верифікації такої моделі. Повторюваність властивостей геофізичних процесів у річному та добовому діапазонах зумовлена астрофізичними факторами, які пов'язані з обертанням Землі навколо Сонця і обертанням Землі навколо своєї осі. Дані про кількісні характеристики річної та добової ритміки необхідні для виявлення фізичної природи процесів, розробки методів розрахунку та прогнозу, підготовки довід-

никових режимних посібників для забезпечення народного господарства. Для аналізу річної мінливості традиційно користуються способом інтервального усереднення (за місяць) початкових даних, що рівносильне відфільтруванню високочастотних складових, які характеризують внутрідобову та синоптичну мінливість. Після такого усереднення реалізації мають вигляд стохастично змінних річних коливань, які спостерігаються на фоні повільно змінної лінії. Якщо довжина відрізка реалізації, що обробляється, не дає можливості отримати вірогідні дані про ці низькочастотні зміни, то їх потрібно виключати, використовуючи методи фільтрації. Середньомісячні дані можуть бути оброблені з використанням як когерентного, так і компонентного методів оцінювання, але оскільки останній вимагає апріорних відомостей про число гармонік у рядах Фур'є для характеристик, які обчислюються, то на першому етапі слід застосовувати когерентний метод, а в подальшому значення оцінок можуть бути уточнені за допомогою когерентного методу. Результати обробки показують, що поєднання рис повторюваності та стохастичності в кожного з процесів є різним (рис. 1), оскільки воно залежить від комплексу умов, у яких вони формуються. Специфічні особливості сезонної мінливості окремих величин відображаються в амплітудних і фазових спектрах імовірнісних характеристик, а також поведінці кореляційних характеристик за зсувом, а спектральних – за частотою. Вони виявляються в ступені періодичної нестационарності процесу, в співвідношеннях між усередненою за часом потужністю регулярних, з одного боку, і середньою потужністю флуктуацій, з іншого. Для добової ритміки характерним є менша потужність регулярної складової, а також коливний характер зникання кореляційних зв'язків (рис. 2). Для сезонної ритміки, як правило, кореляційні зв'язки є монотонно зникаючими (рис. 3). Імовірнісна структура добової ритміки суттєво змінюється протягом року, тому її треба аналізувати сумісно із сезонною на основі моделі у вигляді бі-ПКВП – випадкових процесів, характеристики яких описують подвійну ритміку [15].

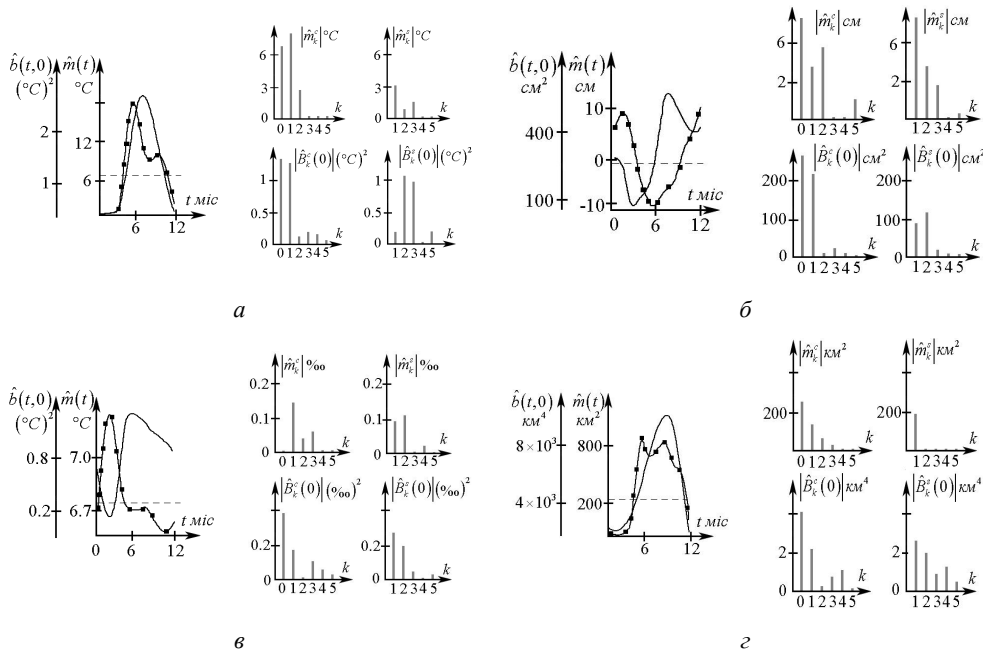


Рис. 1. Оцінки математичного сподівання  $\hat{m}(t)$ , дисперсії  $\hat{d}(t) = \hat{b}(t,0)$  (—■—) і їх коефіцієнтів Фур'є: *a* – температури води; *b* – коливань рівня моря; *v* – солоності морської води; *z* – льодовитості Південного океану.

ПКВП-підхід є ефективним у процесі вивчення коливань і хвиль у магніто-сферній і космічній плазмі. Космічний простір є джерелом найрізноманітніших електромагнітних процесів. Реєстрація та їх аналіз дають можливість формулювати та розв'язувати задачі контролю та діагностики навколосезонного середовища [30].

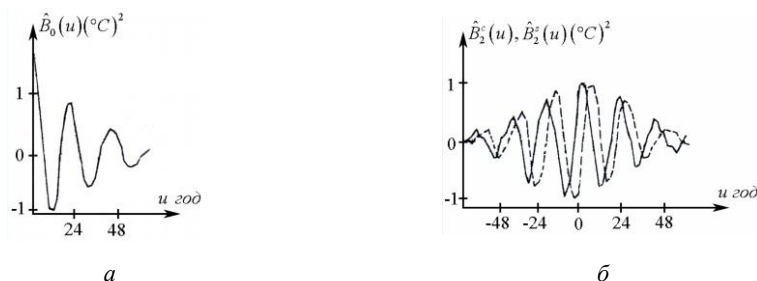


Рис. 2. Оцінки нульового (а) і других кореляційних компонентів (б) температури повітря.

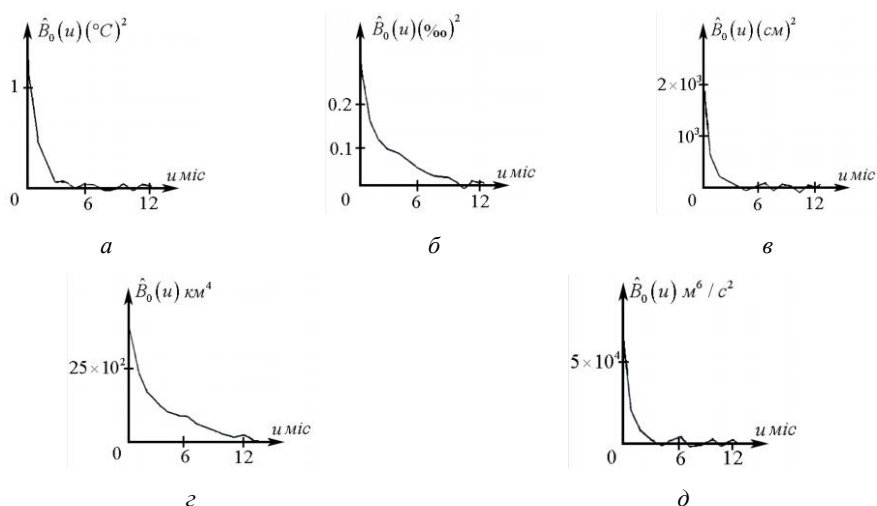


Рис. 3. Оцінки нульових кореляційних компонентів: а – температури води; б – солоності морської води; в – коливань рівня моря; г – льодовитості; д – стоку ріки.

Особливе значення для діагностики магнітосферної плазми мають геомагнітні пульсації – найбільш низькочастотні електромагнітні хвильові поля природного походження. Структура стохастичної повторюваності геомагнітних пульсацій, як свідчить статистична обробка даних спостережень, є досить різноманітною. Її аналіз є важливим для встановлення фізичної природи такого типу коливань. Як приклад, на рис. 4 наведено графіки оцінок математичного сподівання, дисперсії, а також кореляційних компонентів для середньо широтної пульсації РСЗ. Графік  $\hat{m}(t)$  є асиметричним відносно середнього рівня, що свідчить про наявність другої гармоніки, яка зумовлена нелінійністю коливної системи. Фазові співвідношення між основною та другою гармоніками дають підставу припустити про існування параметричного механізму “накачування” енергії в коливну систему.

Флуктуації, властивості яких описуються імовірнісними характеристиками другого порядку, зумовлені передусім процесами, пов’язаними з надходженням енергії. Оцінки кореляційних компонентів мають вигляд повільно зникаючих коливань. Швидкість зникання цих величин дає змогу кількісно оцінити пара-



метри встановлення флуктуаційного процесу. Значення нульового компонента при  $u = 0$  визначає середній рівень потужності флуктуаційних відхилень від стаціонарного режиму. Величини  $\hat{B}_2^c(u)$  і  $\hat{B}_2^s(u)$  описують характер параметричного модуляційного впливу на коливну систему.

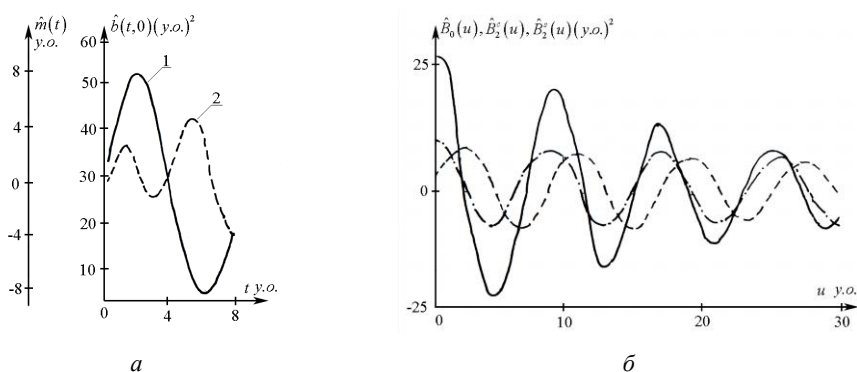


Рис. 4. Оцінки: *a* – математичного сподівання (1) і дисперсії (2), *б* – кореляційних компонентів пульсацій РСЗ.

Морфологія геомагнітних пульсацій не вичерпується тільки розглянутим вище випадком. Є ситуації, коли ритмічні властивості не вдається описати в рамках ПКВП-моделі. Завдяки нестійкості плазми і нелінійної взаємодії спектр осциляцій розширюється. В рамках стаціонарного наближення це виявляється в тому, що оцінки спектральної густини набувають багатoverшинний характер. Для аналізу таких коливань слід використовувати методи майже ПКВП, а також їх підкласів – бі- та полі-ПКВП.

Експериментальні дослідження навантажень електроенергетичних систем мають важливе значення для прогнозування їх роботи, підвищення надійності, економності, розв’язування задач регулювання частоти і т.п. Такі дослідження слід проводити, виходячи з тих модельних представлень навантажень, які повинні враховувати як їх поліциклічну, так і стохастичну мінливість в часі. Поліциклічність, яка полягає в наявності добової, тижневої, сезонної ритміки, здебільшого спричинена природними факторами, а також характером технологічних процесів. Стохастичність зумовлена тим, що у вузлах навантажень непередбачуваним є число електроспоживачів, які відрізняються за потужністю, параметрами та умовами роботи. Імовірнісну структуру часової мінливості навантажень загалом можна описати в рамках моделі полі-ПКВП. Інтервал часу між моментами відбору даних повинен бути узгоджений з добовим періодом, а довжина вибірки, щоб забезпечити потрібну якість обробки, повинна містити достатнє число річних періодів. Та й побудова такої моделі вимагає обчислення багатьох параметрів. Тому здебільшого добові, тижневі та річні цикли аналізуються окремо, виходячи з ПКВП-моделі. На рис. 5 показані оцінки математичного сподівання та дисперсії добового ходу навантажень підприємства з тримінною роботою. Оцінка  $\hat{m}(t)$  описує рівень споживаної електроенергії, який змінюється впродовж доби. Форма  $\hat{m}(t)$  відображає тримінный характер роботи підприємства, з допустимою точністю вона може бути описана за допомогою перших дев’яти коефіцієнтів Фур’є. Суттєвих змін впродовж доби зазнає оцінка дисперсії, що описує потужність флуктуаційних коливань споживаної електроенергії. Суттєво ця потужність зростає в третю нічну зміну роботи підприємства. Величини значень оцінок кореляційних ком-

понентів монотонно спадають зі зростанням їх номера. Зникання їх за зсувом мають коливний характер.

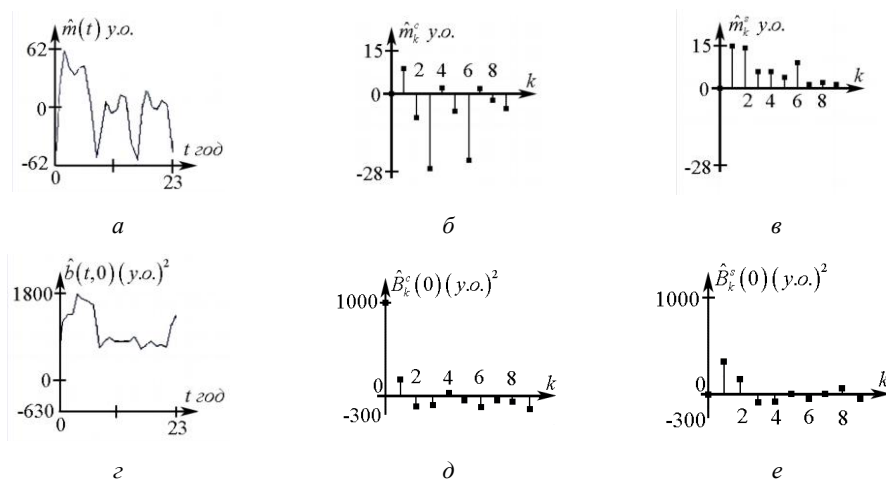


Рис. 5. Оцінки математичного сподівання (а) і дисперсії (с) та її коефіцієнтів Фур'є (б, е) і (д, е) відповідно.

Характерні риси стохастичної повторюваності мають сигнали, що використовуються при магнітодинамічній дефектоскопії залізничних рейок. У таких сигналах попри локальні магнітопровідні властивості рейок відображається ритмічна структура, спричинена шпальними підкладками. Пошук дефектів рейок в рамках ПКВП-підходу зводиться до пошуку змін у структурі стохастичної повторюваності сигналів. При експрес-аналізі стану рейок основну увагу слід звертати на зміни в оцінках моментів вищих порядків, насамперед дисперсії. Зростання потужності викидів сигналу відносно його середнього профілю неодмінно буде відображатися у появі вищих гармонічних складових дисперсії. Порівнюючи число та амплітуди компонентів дисперсії, можна зробити висновок про наявність чи відсутність дефекту (рис. 6). Зазначимо також, що з використанням ПКВП-моделі сигналу від шпальних підкладок суттєво може бути підвищена ефективність виділення корисного сигналу, який зумовлений дефектами рейки.

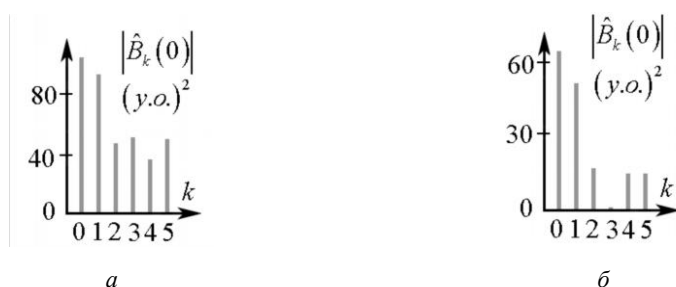


Рис. 6. Оцінки коефіцієнтів Фур'є дисперсії сигналів від рейки з дефектом (а) та за його відсутності (б).

Важливу роль врахування характеристик стохастичної повторюваності відіграє у ранній вібродіагностиці обертових механізмів і систем [31–35]. Ж. Антоні [34] назвав концепцію, яка ґрунтується на аналізі вібросигналів методами ПКВП і майже ПКВП і застосуванні його результатів до оцінки стану об'єктів, революційною. Повторюваність властивостей вібраційних коливань зумовлена циклічним принципом дії багатьох механізмів, а стохастичність може бути викликана

флуктуаціями товщини, в'язкості змазки, змінами сил тертя, спонтанними й керованими змінами навантажень і т.п. Ці риси здебільшого виявляються у властивостях вібрацій не незалежно, а у взаємодії. Саме в характері такої взаємодії виявляються ті властивості коливного процесу, які, як правило, є визначальними для встановлення стану об'єкта, що його породжує. Адекватними характеристиками для опису й аналізу цієї взаємодії є моментні функції ПКВП і майже ПКВП. Дефекти обертових механізмів виявляються у віброколиваннях як у появі нових гармонічних складових, так і в їх модуляції. Імовірнісні характеристики ПКВП і майже ПКВП є носіями інформації про такі зміни, тому вони можуть використовуватися для діагностики як безпосередньо, так і бути основою для формування нових діагностичних ознак, і ці ознаки можуть використовуватися для виявлення дефектів на ранніх стадіях розвитку. ПКВП-підхід нами був уперше апробований при аналізі сигналів вібрації підшипникових опор турбогенераторів ТЕС [35, 36] і показав свою ефективність [20, 31–33]. Останнім часом такий напрям у вібраційній діагностиці розвивається багатьма вченими (див., наприклад, [37]).

В англійській літературі, в основному, використовується методологія, що ґрунтується на аналізі двочастотної спектральної густини, і задача виявлення дефектів зводиться до пошуку корельованості в частотній області. Такий підхід вимагає відносно громіздких обчислень і важко піддається статистичному аналізу, в тому числі оцінці статистичної похибки обробки. В наших дослідженнях ми виходимо з оригінальних результатів з теорії і статистики ПКВП, отриманих у часово-частотній області. Такі дослідження проведені в використанні всього комплексу ймовірнісних характеристик першого і другого порядків: математичного сподівання, кореляційної функції, змінної в часі спектральної густини, їх коефіцієнтів Фур'є, а також спектрально-кореляційних характеристик модулюючих стаціонарних компонентів, з яким безпосередньо пов'язані важливі дані про характер дефектів. Результати досліджень практично реалізовані при створенні інформаційно-вимірювальних систем для вібродіагностики (ВАС-1, ВАС-2, ВЕКТОР) і їх модифікаціях. Ці системи були випробувані з використанням вібромеханічного стенду (ВМС-1), при виконанні експериментальних досліджень щодо встановлення зв'язку між силами тертя та вібраціями, аналізі втомних пошкоджень замків бурильних труб, а також розрахунку втомних пошкоджень елементів механічних конструкцій при циклічних стохастичних навантаженнях. З її використанням були виявлені та класифіковані дефекти підшипників кочення, ковзання та зубчастих передач. Система показала себе працездатною та ефективною при проведенні діагностичних робіт на підприємствах України, в тому числі діагностиці конвекторів підйомних кранів Одеського порту, вугільних конвеєрів порту Южний, турбогенераторів Добротвірської та Бурштинської ТЕС, газоперекачувальної станції в м. Дашава та ін.

Наведемо один з прикладів проведених досліджень з визначення стану підшипникових опор турбогенераторів Добротвірської ТЕС, а саме коротко зупинимось на аналізі вібраційних сигналів підшипникового вузла, в якому внаслідок послаблення кріплення шийки вала розвинувся дефект, пов'язаний з динамічною нестійкістю мастильного клина. З розвитком дефекту збільшувалась потужність вібраційних коливань і дещо змінювалась їх форма. Оцінки спектральної густини потужності стаціонарного наближення мають піки на частотах, кратних до частоти обертання, проте встановити відповідність між розвитком дефекту та ймовірнісними характеристиками, що визначають структуру характеристик стаціонарного наближення, важко. Це, перш за все, пов'язано з потужною детермінованою складовою, форма якої мало залежить від дефекту на ранніх стадіях розвитку. З використанням методу так званої спектральної надлишковості зі стохастичної складової була виділена періодично нестационарна частина і оцінені її ймовірнісні харак-

теристики. Розвиток дефекту чітко виявляється вже у властивостях оцінок дисперсії, графіки яких зображені на рис. 7 у полярній системі координат. Для ідентифікації типу дефекту підшипникового вузла було використано діагностичний критерій, що ґрунтується на властивостях виділених стаціонарних модулюючих процесів.

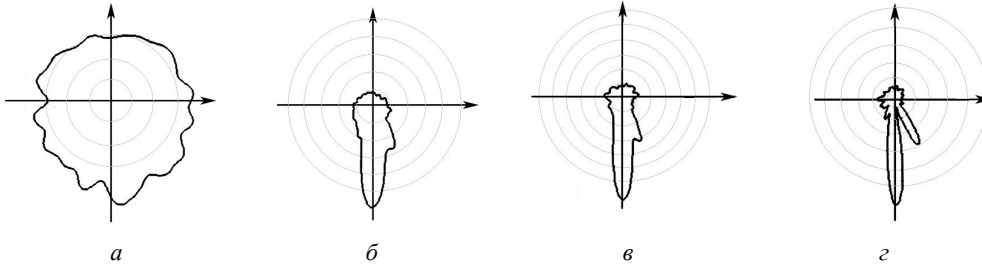


Рис. 7. Оцінки дисперсій випадкової складової сигналу в полярних координатах: а – березень; б – травень; в – червень; з – серпень.

Аналіз поведінки оцінок кореляційних характеристик періодичної нестаціонарної складової виявив, що зі збільшенням зсуву вони осциляційно зникають. Це свідчить про вузькосмугову низькочастотну модуляцію гармонік. Властивості останньої кон кретизуються при обчисленні оцінок їх авто- та взаємкореляційних та спектральних характеристик. На рис. 8 наведені абсолютні значення оцінок авто- та взаємкореляційних функцій стаціонарних компонентів при нульовому зсуві (на осях систем координат вказані номери компонентів). Корельованість стаціонарних компонентів є ознакою періодичної нестаціонарності вібрацій. У цьому випадку періодична нестаціонарність визначається корельованістю компонентів, що модулюють 3-тю та 9-ту гармоніки. Результати спектрального аналізу доцільно подавати у вигляді сумісних графіків оцінок функцій когерентності

$$\gamma_{kl}^2(\omega) = \frac{|f_{kl}(\omega)|^2}{f_{kk}(\omega) f_{ll}(\omega)},$$

де  $f_{kk}(\omega)$ ,  $f_{kl}(\omega)$ , відповідно, авто- та взаємспектральні густини стаціонарних компонентів. З рис. 9 видно, що більшість стаціонарних компонентів корелюють між собою у смузі 13...16 Гц, а максимум функції когерентності досягають у точках, близьких до 16 Гц. Цей факт дає змогу стверджувати про наявність дефекту “обертвий зрив”. Такий висновок підтверджується також аналізом оцінок спектральних ПКВП-характеристик сигналів.

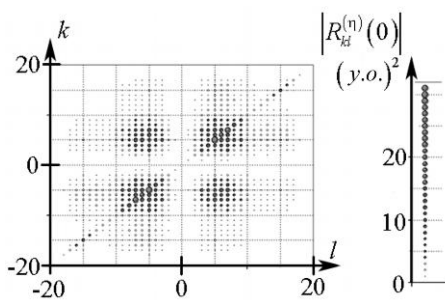


Рис. 8. Оцінки взаємкореляційних функцій стаціонарних компонентів випадкової складової сигналу при нульовому зсуві.

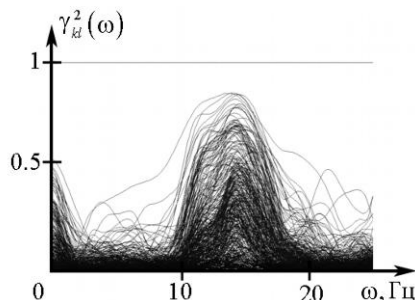


Рис. 9. Оцінки функцій когерентності випадкової складової сигналу.

Наведені вище приклади аж ніяк не вичерпують всіх можливих застосувань розвинутого в ФМІ НАН України напрямку в області теорії і методів аналізу сто-

хастичних коливань, визначальними рисами котрих є повторюваність і стохастичність. Стрижнем цього напрямку є методи ПКВП та їх узагальнень, а також їх застосування до дослідження ймовірнісної структури реальних фізичних процесів. Ці методи не замінюють методів гармонічного аналізу складних детермінованих процесів чи методів спектрально-кореляційного аналізу стаціонарних випадкових процесів, а доповнюють їх, розширюючи можливості пізнання закономірностей коливань. У моделі стохастичних коливань у вигляді ПКВП акцентується увага на нестационарності випадкового процесу, повторюваність часової мінливості фізичних величин в рамках цієї моделі означає періодичну зміну за часом імовірнісних характеристик – математичного сподівання, дисперсії, кореляційної функції, спектральної густини. Всі ці характеристики мають природну фізичну інтерпретацію й дають змогу якісно по-новому описати властивості коливного процесу, створюючи нові можливості під час розв'язування тих чи інших задач.

1. Драган Я. П. Модели сигналов в линейных системах. – К.: Наук. думка, 1972. – 302 с.
2. Драган Я. П. Структура и представление моделей стохастических сигналов. – К.: Наук. думка, 1980. – 384 с.
3. Информационные связи биогелиогеофизических явлений и элементы их прогноза / К. С. Войчишин, Я. П. Драган, В. И. Куксенко, В. Н. Михайловский. – К.: Наук. думка, 1974. – 208 с.
4. Драган Я. П., Яворский И. Н. Ритмика морского волнения и подводные акустические сигналы. – К.: Наук. думка, 1982. – 247 с.
5. Драган Я. П., Яворский И. Н. К описанию ритмики морского волнения // Тр. 6-й Всесоюз. школы-семина. по стат. гидроакустике. – Новосибирск: Ин-т математики СО АН СССР, 1975. – С. 197–206.
6. Драган Я. П., Яворский И. М. Опис ритміки морського хвилювання // Вісник АН УРСР. – 1977. – № 2. – С. 26–36.
7. Драган Я. П., Яворский И. Н. Об изображении морских волн периодически коррелированными случайными процессами и методах их статистической обработки // Тезы докл. VIII Всесоюз. симп. “Методы представления и аппаратный анализ случайных процессов и полей”. – Л.: ВНИИЭП, 1975. – 4. – С. 29–33.
8. Драган Я. П., Яворский И. Н. Периодически коррелированное случайное поле как модель двумерного морского волнения // Отбор и передача информации. – 1977. – № 51. – С. 15–25.
9. Войчишин К. С., Драган Я. П. О простой стохастической модели естественных ритмических процессов // Там же. – 1971. – № 29. – С. 7–15.
10. Драган Я. П. К обоснованию стохастической модели ритмических явлений // Отбор и передача информации. – 1972. – № 34. – С. 21–27.
11. Драган Я. П. Общие свойства стохастической модели ритмики // Там же. – 1975. – № 44. – С. 3–14.
12. Войчишин К. С. Вопросы статистического анализа нестационарных (ритмических) явлений применительно к некоторым задачам геофизики. Автореф. дисерт. на соиск. уч. степени канд. физ.-мат. наук. – М.: Изд-во Института физики земли, 1975. – 26 с.
13. Драган Я. П. О периодически коррелированных случайных процессах и системах с периодически изменяющимися параметрами // Отбор и передача информации. – 1969. – № 22. – С. 22–33.
14. Драган Я. П. О представлении периодически коррелированного случайного процесса через стационарные компоненты // Там же. – 1975. – № 45. – С. 7–20.
15. Драган Я. П., Рожков В. А., Яворский И. Н. Методы вероятностного анализа ритмики океанологических процессов. – Л.: Гидрометеиздат, 1987. – 320 с.
16. Драган Я. П., Михайловский В. Н., Яворский И. Н. О влиянии поверхности волн на передачу модулированных сигналов // Отбор и передача информации. – 1971. – № 28. – С. 22–27.
17. Драган Я. П., Яворский И. Н. Искажение частотно-модулированных сигналов в гидроакустическом канале связи при наличии рассеяния на морской поверхности // Акустические методы исследования океана. – Л.: Судостроение, 1976. – С. 78–85.
18. Драган Я. П., Яворский И. Н. Пропускная способность гидроакустического канала связи при наличии рассеяния на морской поверхности // Тр. VIII Всесоюз. школы-семинара по статистической гидроакустике. – Новосибирск: Ин-т математики Сиб. отделения АН СССР, 1977. – С. 22–24.
19. Жуковский Е. Е., Киселева Т. Л., Мандельштам С. М. Статистический анализ случайных процессов. – Л.: Гидрометеиздат, 1976. – 408 с.

20. *Яворський І. М.* Математичні моделі та аналіз стохастичних коливань. – Львів: Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, 2013. – 804 с.
21. *Coherent covariance analysis of periodically correlated random processes / I. Javorskyj, I. Isayev, Z. Zakrzewski, S. P. Brooks // Signal Proc. – 2007. – 87. – P. 13–32.*
22. *Component covariance analysis for periodically correlated random processes / I. Javorskyj, I. Isayev, J. Majewski, R. Yuzefovych // Signal Proc. – 2010. – 90. – P. 1083–1102.*
23. *Метод наименьших квадратов при статистическом анализе периодически коррелированных случайных процессов / И. Н. Яворский, Р. М. Юзефович, И. Б. Кравец, З. Закжевски // Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника. – 2011. – 1, № 1. – С. 54–64.*
24. *Linear Filtration Methods for Statistical Analysis of Periodically Correlated Random Processes. P. I: Coherent and component methods and their generalization / I. Javorskyj, J. Leškow, I. Kravets, I. Isayev, E. Gajecka // Signal Proc. – 2012. – 92. – P. 1559–1566.*
25. *Linear filtration methods for statistical analysis of periodically correlated random processes. P. II: Harmonic series representation / I. Javorskyj, J. Leškow, I. Kravets, I. Isayev, E. Gajecka // Signal Proc. – 2011. – P. 2506–2519.*
26. *Яворский И. Н.* Об одном методе оценки периода периодически коррелированных случайных процессов // Тр. Всесоюз. школы-семинара по статистической гидроакустике. – М., 1984. – С. 52–55.
27. *Яворский И. Н.* Применение схемы Бюй-Балло при статистическом анализе ритмических сигналов // Изв. ВУЗов. Радиоэлектроника. – 1984. – 27, № 11. – С. 31–37.
28. *Яворский И. Н.* О статистическом анализе периодически коррелированных случайных процессов // Радиотехника и электроника. – 1985. – № 6. – С. 1096–1104.
29. *Михайлишин В. Ю., Яворский И. Н.* Компонентное оценивание периода стохастической повторяемости ритмических сигналов // Автоматика. – 1993. – № 4. – С. 44–48.
30. *Михайлишин В. Ю., Флигель Д. С., Яворский И. Н.* Статистический анализ волновых пакетов геомагнитных пульсаций типа РС1 методами периодически коррелированных случайных процессов // Геомагнетизм и аэронавигация. – 1990. – 30, № 5. – С. 757–764.
31. *Імовірнісні моделі та статистичні методи аналізу сигналів вібрацій для діагностики машин та конструкцій / В. Ю. Михайлишин, І. М. Яворський, Ю. Т. Васирина, О. П. Драбич, І. Ю. Ісаєв // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 1997. – № 5. – С. 61–74.*
32. *Назарчук З. Т., Яворський І. М., Михайлишин В. Ю.* Застосування теорії періодично корельованих випадкових процесів до раннього виявлення дефектності обертових систем // 3-я міжнародна конференція “Механіка руйнування матеріалів і міцність конструкцій”. – Львів, 2004. – С. 403–410.
33. *Методи і нові технічні засоби вібродіагностики підшипникових вузлів та зубчатих передач / І. М. Яворський, П. П. Драбич, О. П. Драбич та ін. // Проблеми ресурсу і безпеки експлуатації конструкцій, споруд та машин. – К.: Ін-т електрозварювання ім. С. О. Патона НАН України. – 2006. – С. 52–56.*
34. *Antoni J.* Cyclostationarity by examples // *Mechanical Systems and Signal Processing.* – 2009. – 23. – P. 987–1036.
35. *Василина Ю. Т., Михайлишин В. Ю., Яворский И. Н.* Анализ нестационарных модулированных случайных сигналов вибраций в системах технической диагностики // Надежность. Современное состояние, проблемы, перспективы. I-ая Украинская науч.-техн. конф. – К., 1995. – С. 92–93.
36. *Василина Ю. Т., Михайлишин В. Ю., Яворський І. М.* Виявлення прихованих періодичностей в сигналах вібрації машинного обладнання // 2-га Українська конф. з автоматичного керування “Автоматика-1995”. – Львів, 1995. – С. 48–49.
37. *Cyclostationary: Theory and Methods.* – New York: Springer, 2013. – 217 p.