

ВПЛИВ ЕЛЕКТРОФІЗИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ СЕРЕДОВИЩА НА ЄМНІСТЬ МЕТАЛЕВОГО ЦИЛІНДРА З ІЗОЛЯЦІЄЮ

Р. М. Джала, Б. Я. Вербенець, М. І. Мельник

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України

E-mail: dzhala@ipm.lviv.ua

На основі розв'язку крайової задачі електродинаміки для металевго циліндра з ізоляційним шаром в електропровідному середовищі виведено формули компонент поля основної квазі-ТЕМ хвилі і ефективної ємності структури. Використано теорему Гауса. Розраховано залежності ефективної ємності від частоти поля, електропровідності середовища і провідності ізоляції підземного трубопроводу. Виявлено, що за низьких електропровідності середовища і частоти поля формула ємності коаксіального кабелю неправомірна.

Ключові слова: ємність, ізольований циліндр, електромагнетне поле, частота, коаксіальний кабель, підземний трубопровід, провідність середовища.

ELECTRIC CAPACITY OF METAL CYLINDER WITH AN INSULATING LAYER IN CONDUCTIVE MEDIUM

R. M. Dzhala, B. Ya. Verbenets, M. I. Melnyk

H. V. Karpenko Physico-Mechanical Institute of the NAS of Ukraine

The electrical capacity of structural elements is needed to research the characteristics of electromagnetic field parameters for nondestructive testing and diagnosing technical condition. In theory guiding systems, screening, examinations of underground pipeline capacity formula for coaxial condenser of ideal design is often used. On the basis of the solution of the boundary problem of electro-dynamics for a metal cylinder with an insulating layer in electroconductive medium formulas of field components of quasi-TEM wave and the effective capacity of the structure are received. Gaussian theorem is used. Calculation of the effective capacity depending on the field frequency, electrical conductivity of environment and insulation for underground pipeline are calculated. It is shown that at low environment conductivity and low field frequency using coaxial cable formula is not correct. When calculating the capacity of the metal structure with the insulating cover in low conductivity medium and at low frequencies the capacity formula, based on calculations of the electrostatic field charged body should not be applied. We must use solutions based on electrodynamic problem taking into account the relationship between the frequency of the field distribution of frequency.

Keywords: capacity, insulated cylinder, electromagnetic field, frequency, coaxial cable, underground pipeline, conductivity environment.

Електрична ємність елементів структур необхідна для досліджень характеристик електромагнетного (ЕМ) поля, щоб обґрунтувати їх використання та діагностувати стан. У теорії направляючих систем, екранування, обстежень підземних трубопроводів [1–3] часто вживають формулу ємності коаксіального конденсатора ідеальної конструкції, яка не завжди правомірна.

Методи і формули розрахунку електричної ємності провідників різної форми в однорідному середовищі та поблизу межі середовищ викладені у праці [4], де використали середні потенціали і правила дзеркального відбивання зарядів від плоскої межі. Наведені там результати, в основному, ґрунтуються на методах розрахунків електростатичного поля системи заряджених тіл, а частотні залежності не розглянуто.

Потреба досліджень залежності ємності поверхні металу з ізоляційним шаром в електропровідному середовищі від частоти ЕМ поля виникла через необхідність обґрунтувати новий метод визначення поляризаційного потенціалу [5, 6] за вимірами постійних і змінних електричних напруг з вилученням омичного

© Р. М. Джала, Б. Я. Вербенець, М. І. Мельник, 2016

складника та вибрати характеристики апаратури для контролю корозії металу в середовищі.

Нижче подано розв'язок крайової задачі електродинаміки для металевго циліндра з ізоляційним шаром в електропровідному середовищі, виведено формули для компонент поля основної квазі-ТЕМ хвилі. З використанням теореми Гауса, формули енергії електричного поля та відомих співвідношень отримано математичні вирази для ефективної ємності. Наведено результати розрахунків залежності ємності від частоти поля, електропровідності середовища та провідності ізоляційного шару.

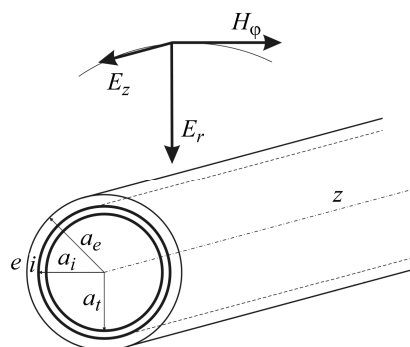


Рис. 1. Металевий циліндр з ізоляцією в електромагнетному полі струму.

Теорія. Щоб проаналізувати поля підземного трубопроводу (ПТ), подамо його як порожнистий циліндричний провідник з шаром ізоляції в однорідному зовнішньому середовищі (рис. 1).

Для визначення ємності використаємо вирази для ЕМ поля трубопроводу [3]. Розв'язок крайової задачі електродинаміки існує і єдиний, якщо задовольняє рівняння Максвелла і граничні умови неперервності тангенціальних компонент на межі поділу середовищ. Шукаємо розв'язок у циліндричних функціях Бесселя.

Для циліндричних структур з хвилями, що характеризуються сталою поширення хвилі γ , маємо [3]:

$$E_z = v^2 \sum_n R_n^E \Phi_n^E, \quad (1)$$

$$E_r = -i\gamma \sum_n R_n^{E'} \Phi_n^E - \frac{i\omega\mu}{r} \sum_n R_n^M \Phi_n^{M'}, \quad (2)$$

$$E_\phi = -\frac{i\gamma}{r} \sum_n R_n^E \Phi_n^{E'} + i\omega\mu \sum_n R_n^{M'} \Phi_n^M, \quad (3)$$

$$H_z = \gamma^2 \sum_n R_n^M \Phi_n^M, \quad (4)$$

$$H_r = \frac{ik^2}{\omega\mu r} \sum_n R_n^E \Phi_n^{E'} - i\gamma \sum_n R_n^{M'} \Phi_n^M, \quad (5)$$

$$H_\phi = \frac{k^2}{i\omega\mu} \sum_n R_n^{E'} \Phi_n^E - \frac{i\gamma}{r} \sum_n R_n^M \Phi_n^{M'}, \quad (6)$$

де v – поперечне хвильове число: $v_j^2 = k_j^2 - \gamma^2$; γ – поздовжнє хвильове число, що описує поширення поля хвилі вздовж структури $e^{i\omega t - i\gamma z}$; $k_j = \sqrt{\omega^2 \epsilon_j \mu_j - i\omega \mu_j \sigma_j}$ – хвильове число середовища, що характеризує електромагнетні параметри для кожної з підобластей структури; $\omega = 2\pi f$ – частота поля.

Розглянемо симетричну ТМ-хвилю, для якої

$$n = 0, \quad \Phi_n^M(\phi) = 0, \quad \Phi_n^E(\phi) = 1. \quad (7)$$

Тоді з виразів (1)–(6) отримуємо такі співвідношення для складників ЕМ поля даної структури:

$$E_z = v^2 R_0^E; \quad E_r = -i\gamma R_0^{E'}; \quad E_\phi = 0; \quad (8)$$

$$H_z = 0; \quad H_r = 0; \quad H_\varphi = \frac{k^2}{i\omega\mu} R_0^{E'}. \quad (9)$$

Враховуючи високу електропровідність металевого циліндра (трубопроводу), знехтуємо проникнення змінного ЕМ поля у метал і обмежимося розглядом поля у двох областях. Для внутрішньої (ізоляційного шару i) та зовнішньої (середовища e) радіальні функції мають вигляд

$$R_{i0}(r) = A_0 J_0(\nu_i r) + B_0 N_0(\nu_i r), \quad R_{e0}(r) = D_0 H_0^{(2)}(\nu_e r). \quad (10)$$

Отже, складники ЕМ поля трубопроводу в області ізоляції ($a_i \leq r \leq a_e$) такі:

$$E_{zi} = \nu_i^2 A_0 J_0(\nu_i r) + \nu_i^2 B_0 N_0(\nu_i r), \quad (11)$$

$$E_{ri} = -i\gamma A_0 J_0'(\nu_i r) - i\gamma B_0 N_0'(\nu_i r), \quad (12)$$

$$H_{\varphi i} = \frac{k^2}{i\omega\mu} A_0 J_0'(\nu_i r) + \frac{k^2}{i\omega\mu} B_0 N_0'(\nu_i r). \quad (13)$$

У зовнішньому середовищі ($r \geq a_e$):

$$E_{ze} = \nu_e^2 D_0 H_0^{(2)}(\nu_e r), \quad (14)$$

$$E_{re} = -i\gamma D_0 H_0^{(2)'}(\nu_e r), \quad (15)$$

$$H_{\varphi e} = \frac{k^2}{i\omega\mu} D_0 H_0^{(2)'}(\nu_e r). \quad (16)$$

Невідомі коефіцієнти A_0 , B_0 , D_0 знаходимо з умов неперервності тангенціальних компонент на межах поділу середовища. У нашому випадку – це компоненти H_φ і E_z . Третє рівняння отримуємо зі закону повного струму:

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{zi}(a_e) = E_{ze}(a_e) \\ H_{\varphi i}(a_e) = H_{\varphi e}(a_e) \\ 2\pi H_{\varphi i}(a_i) = j_z \end{array} \right. = \left\{ \begin{array}{l} \nu_i^2 A_0 J_0(\nu_i a_e) + \nu_i^2 B_0 N_0(\nu_i a_e) = \nu_e^2 D_0 H_0^{(2)}(\nu_e a_e) \\ \frac{k_i^2}{i\omega\mu_i} (A_0 J_0'(\nu_i a_e) + B_0 N_0'(\nu_i a_e)) = \frac{k_e^2}{i\omega\mu_e} D_0 H_0^{(2)'}(\nu_e a_e) \\ \frac{2\pi k_i^2}{i\omega\mu_i} (A_0 J_0'(\nu_i a_i) + B_0 N_0'(\nu_i a_i)) = j_z. \end{array} \right. \quad (17)$$

Невідомі коефіцієнти в системі рівнянь (17) такі:

$$D_0 = \frac{i\omega j_z \nu_i \mu_i \mu_e (J_1(\nu_i a_e) N_0(\nu_i a_e) - J_0(\nu_i a_e) N_1(\nu_i a_e))}{K_{ie}}, \quad (18)$$

$$B_0 = \frac{i\omega j_z \mu_i (k_i^2 \nu_e \mu_e J_1(\nu_i a_e) H_0^{(2)}(\nu_e a_e) - k_e^2 \nu_i \mu_i J_0(\nu_i a_e) H_1^{(2)}(\nu_e a_e))}{K_{ie}}, \quad (19)$$

$$A_0 = -\frac{i\omega j_z \mu_i (k_i^2 \nu_e \mu_e N_1(\nu_i a_e) H_0^{(2)}(\nu_e a_e) - k_e^2 \nu_i \mu_i N_0(\nu_i a_e) H_1^{(2)}(\nu_e a_e))}{K_{ie}}, \quad (20)$$

$$\text{де } K_{ie} = 2\pi k_i^2 \nu_i \left(k_i^2 \nu_e \mu_e H_0^{(2)}(\nu_e a_e) (J_1(\nu_i a_i) N_1(\nu_i a_e) - J_1(\nu_i a_e) N_1(\nu_i a_i)) + \right. \\ \left. + k_e^2 \nu_i \mu_i H_1^{(2)}(\nu_e a_e) (J_0(\nu_i a_e) N_1(\nu_i a_i) - J_1(\nu_i a_i) N_0(\nu_i a_e)) \right).$$

Для усіх циліндричних функцій справедлива рівність

$$\frac{d}{dx}(x^n Z_n(kx)) = kx^n Z_{n-1}(kx).$$

Зокрема, якщо $n=0$, маємо $Z'_0(x) = -Z_1(x)$. Тоді радіальний складник електричного поля в області ізоляції

$$E_{ri} = i\gamma(A_0 J_1(v_i r) + B_0 N_1(v_i r)), \quad (21)$$

а для зовнішньої області

$$E_{re} = i\gamma D_0 H_1^{(2)}(v_e r). \quad (22)$$

За теоремою Гауса електричний заряд Q на поверхні металу пов'язаний з електричним полем:

$$Q = \varepsilon_i \oint_S \vec{E} d\vec{S}. \quad (23)$$

Знайдемо заряд на одиницю довжини циліндра. Ураховуючи кругову симетрію задачі та нехтуючи малу зміну поля на одиницю довжини структури, за формулою (23) маємо:

$$Q = 2\pi a_e \varepsilon_i \int E_{ri} dz = 2\pi a_e \varepsilon_i i\gamma \nu_i (A_0 J_1(v_i a_e) + B_0 N_1(v_i a_e)). \quad (24)$$

Енергія електричного поля

$$W = \int_V \frac{\varepsilon_a E^2}{2} dV = \frac{\varepsilon_a}{2} \int_0^{2\pi} \int_{z_1}^{z_2} \int_{a_i}^{\infty} E^2 r dr dz d\phi. \quad (25)$$

Враховуючи, що $E_r(\phi) = \text{const}$ і вважаючи $E_r(z) = \text{const}$ на одиницю довжини циліндра, отримаємо:

$$W = \pi \varepsilon_i \int_{a_i}^{a_e} E_{ri}^2 r dr + \pi \varepsilon_e \int_{a_e}^{\infty} E_{re}^2 r dr. \quad (26)$$

Після підставлянь у цю формулу виразів (12) і (15) одержимо:

$$W = -\gamma^2 \pi \varepsilon_i \int_{a_i}^{a_e} (A_0 J_1(v_i r) + B_0 N_1(v_i r))^2 r dr - \gamma^2 \pi \varepsilon_e \int_{a_e}^{\infty} (D_0 H_1^{(2)}(v_e r))^2 r dr. \quad (27)$$

Використовуючи формули для енергії електричного поля в конденсаторі $W = CU^2/2$ та означення ємності конденсатора $C = Q/U$, дістанемо:

$$C = Q^2/(2W), \quad (28)$$

де заряд описує формула (24), а енергію обчислюємо за формулою (27); коефіцієнти A_0 , B_0 , D_0 мають вигляд (18)–(20).

Розрахунки. Для розрахунків складників ЕМ поля та ємності металевого циліндра з ізоляцією застосовували комп'ютерну програму Wolfram Mathematica 10.0. Приймали зовнішній діаметр металевого циліндра $2a_i = 1020$ мм, а товщину ізоляції 6 мм, тому $a_i = 0,51$ м і $a_e = 0,516$ м. Вважали, що відносна діелектрична проникність ізоляції і зовнішнього середовища $\varepsilon_i = 3,4$ та $\varepsilon_e = 15$. Для їх відносної магнетної проникності взяли значення $\mu_i = 1$ і $\mu_e = 1$. Коефіцієнт поширення γ вважали рівним $0,001 \text{ м}^{-1}$.

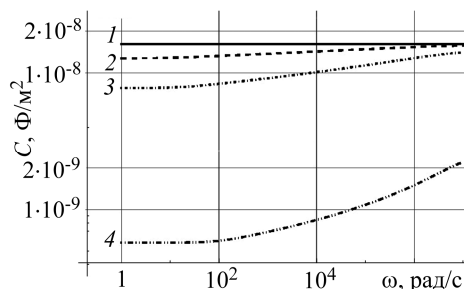


Рис. 2. Залежність модуля ефективної ємності C від частоти ω для різних провідностей середовища: 1 – коаксіальний конденсатор; 2 – $\sigma_e = 0,01 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$; 3 – 0,05; 4 – $0,1 \text{ Ом}^{-1} \cdot \text{м}^{-1}$.

Для ємності металевого циліндра з ізоляцією в електропровідному середовищі розраховали залежності модуля ефективної ємності від частоти поля, провідності середовища та ізоляції (рис. 2–4). Тут суцільна лінія 1 – ємність одиниці довжини циліндричного коаксіального конденсатора з вказаними вище параметрами:

$$C_1 = \varepsilon_i \frac{2\pi}{\ln(a_e / a_i)} = 1,617 \cdot 10^{-8} \text{ Ф.} \quad (29)$$

Під час досліджень залежностей ефективної ємності металевого циліндра з ізоляцією від провідності середовища та ізоляції частоту ЕМ поля приймали рівною 100 Гц.

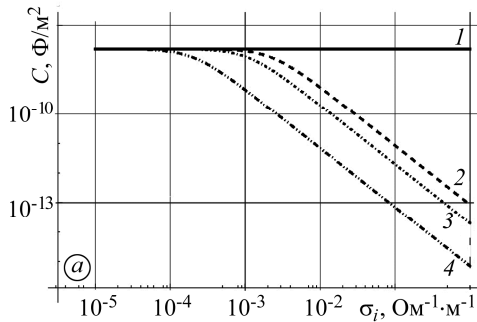


Рис. 3.

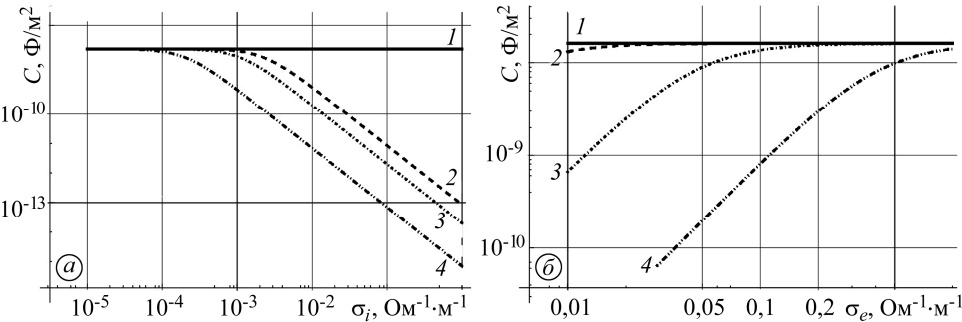


Рис. 4.

Рис. 3. Залежність модуля ефективної ємності C від провідності ізоляції σ_i , для різних провідностей середовища σ_e ($\text{Ом}^{-1} \cdot \text{М}^{-1}$): 1 – коаксіальний конденсатор; 2 – 0,01; 3 – 0,05; 4 – 0,1.

Рис. 4. Залежність модуля ефективної ємності C від провідності середовища σ_e для різних провідностей ізоляції σ_i ($\text{Ом}^{-1} \cdot \text{М}^{-1}$): 1 – коаксіальний конденсатор; 2 – 0,0001; 3 – 0,001; 4 – 0,01.

Отже, є діапазони значень параметрів, для яких ефективна ємність суттєво відрізняється від обчисленої за формулою (29). Відмітимо, що міжфазна ємність на поверхні металу (подвійного електричного шару) розглянута у праці [7].

ВИСНОВОК

Під час розрахунків ємності металеві конструкції з ізоляційним покривом у слабопровідному середовищі за низьких частот не слід застосовувати формули ємності, які ґрунтуються на розрахунках електростатичного поля зарядженого тіла, а використовувати розв'язки електродинамічної задачі з урахуванням залежностей розподілу поля від частоти.

1. Гроднев И. И., Шварцман В. О. Теория направляющих систем связи. – М.: Связь, 1978. – 296 с.
2. Вэнс Э. Ф. Влияние электромагнитных полей на экранированные кабели / Пер. с англ. под ред. Л. Д. Разумова. – М.: Радио и связь, 1982. – 120 с.
3. Джала Р. М. Электромагнитні обстеження і контроль корозії трубопроводів // Механіка руйнування і міцність матеріалів: Довідн. пос. / Під заг. ред. В. В. Панасюка. – Т. 5: Неруйнівний контроль і технічна діагностика / Під ред. З. Т. Назарчука. – Львів: ФМІ ім. Г. В. Карпенка НАН України, 2001. – С. 263–330.
4. Иосель Ю. Я., Кочанов Э. С., Струнский М. Г. Расчет электрической емкости. – Л.: Энергоиздат, 1981. – 288 с.
5. Патент 43130А. Україна. G01R19/00, C23F13/00. Спосіб визначення поляризаційного потенціалу підземної споруди / Р. М. Джала. – Опубл. 15.11.2001; Бюл. № 10.
6. Джала Р. М., Вербенець Б. Я., Мельник М. І. Визначення поляризаційного потенціалу металу в електропровідному середовищі // Відбір і обробка інформації. – 2013. – Вип. 38 (114). – С. 82–85.
7. Джала Р. М., Юзевич В. М., Мельник М. І. Визначення характеристик електричного поля поверхневих шарів металів // Відбір і обробка інформації. – 2015. – Вип. № 43 (119). – С. 26–31.

Одержано 20.06.2016