

**В. П. Сахно**  
**В. М. Поляков**  
**С. М. Шарай**  
**І. С. Човча**

## **ВПЛИВ ПОЛОЖЕННЯ ЦЕНТРА МАС ПРИЧЕПА КАТЕГОРІЇ О1 НА СТІЙКІСТЬ РУХУ АВТОПОЇЗДА**

Національний транспортний університет

*У низці експлуатаційних властивостей автотранспортних засобів (АТЗ) при тенденції збільшення швидкостей руху найважливішими показниками якості, що зберігається на будь-яких режимах, є стійкість і керованість. Вибір конструктивних параметрів АТЗ, що забезпечують саме ці властивості, підвищує активну безпеку експлуатації і знижує вірогідність дорожньо-транспортних пригод при виконанні транспортних операцій. З погляду практичних цілей при експлуатації АТЗ важливим стає не тільки причина порушення стійкості, а реакція АТЗ на неї і дії водія, що є неоднозначними і нестабільними. Тому передбачається, що стійкість і керованість руху АТЗ повинні забезпечуватися конструктивними параметрами самої машини.*

*Підсумком аналізу курсової стійкості автопоїзда став вираз критичної швидкості прямолінійного руху. За розробленою математичною моделлю визначено критичну швидкість. Розрахунки проведено для автопоїзда у складі автомобіля ВАЗ-2107 і одновісного причепа за різного навантаження причепа і різного розташування його центра мас. За вихідних даних, притаманних номінальному навантаженню автомобіля і максимальному навантаженню причепа і розташуванню центра мас причепа на поздовжній осі і в центрі мас вантажної платформи, критична швидкість складає близько 36 м/с (129,6 км/год).*

*При перехідних режимах руху, як-то «вхід у коло і рух по колу», «ривок рульового колеса», «переставка», «змійка», зміщення центра мас причепа як в поздовжній, так і поперечній площині, критична швидкість зменшується, причому більш суттєве зменшення має місце при поперечному зміщенні центра мас. Так, якщо при максимальному зміщенні центра мас причепа по осі  $x$  ( $\Delta x = -0,75$  м) швидкість появи коливальної нестійкості зменшується на 36,4 % ( $G_n=350$  кг), 38,4% ( $G_n=500$  кг) і 44,3 % ( $G_n=750$  кг) порівняно з цією швидкістю за відсутності зміщення, то при максимальному зміщенні по осі  $y$  швидкість появи коливальної нестійкості зменшується відповідно на 45,4 %, 55,2 % і 63,6 %. В разі такого завантаження причепа, коли має місце зміщення центра мас причепа як по осі  $x$ , так і по осі  $y$ , має місце подальше зменшення як критичної швидкості автопоїзда, так і швидкості появи коливальної нестійкості. Це необхідно враховувати при завантаженні причепа.*

**Ключові слова:** автопоїзд, причіп, навантаження, центр мас, критична швидкість

### **Вступ**

Розвиток малого і середнього бізнесу в Україні привів до збільшення потреби в причепах, що використовуються в зчипці з легковими автомобілями. Це, перш за все, причепи категорій О1 і О2. До причепів категорії О1 відносять, як правило, одновісні причепи загальною масою до 750 кг, а до причепів категорії О2 – одно- і двовісні причепи з центрально розташованими осями загальною масою від 750 до 3500 кг [1]. Для цих причепів, що експлуатуються, як правило, приватними підприємцями і аматорами, дуже важливими є розташування вантажу в причепі. Завантажувати причіп необхідно рівномірно по всій площі підлоги вантажної платформи, а поодинокі вантажі повинні бути розташовані і закріплені над віссю або спареними осями. Завантаження причепа, що викликає зміщення його центра мас вперед або назад за осі коліс причепа, є неприпустимим. Якщо навантаження на зчипну кулю незначне, причіп буде розгойдуватися у вертикальній площині. Його коливання будуть піднімати задню частину автомобіля, погіршуючи зчеплення задніх коліс з дорогою, що може призвести до заносу на слизькій чи мокрій дорозі і на поворотах [2].

Для зазначених причепів категорії О1 раціональні параметри щодо швидкісного режиму, навантаження на тяговий автомобіль і причіп, а також розміщення вантажу у вантажній платформі не завжди виконуються. При цьому слід враховувати, що підвищення ефективності роботи автопоїздів шляхом збільшення швидкості руху не повинно завдавати шкоди безпеці руху. Тому дослідження стійкості руху автопоїздів з причепами категорії О1 є актуальною задачею.

Практика експлуатації автопоїздів показує, що причіпні ланки автопоїздів погіршують характеристики стійкості як тягового автомобіля, так і автопоїзда порівняно з аналогічними характеристиками одиночного автомобіля.

У ряді експлуатаційних властивостей автотранспортних засобів (АТЗ) при тенденції збільшення швидкостей руху найважливішими показниками якості, що зберігається в будь-яких режимах, є стійкість і керованість [3]. Вибір конструктивних параметрів АТЗ, що забезпечують саме ці властивості, підвищує активну безпеку експлуатації і знижує вірогідність дорожньо-транспортних пригод (ДТП) на транспортних операціях. Стійкість і керованість АТЗ в сукупності повинні забезпечити упевненість водія в реалізації режиму руху, що задається, виключити мимовільне виникнення небезпечного відхилення від нього і зберегти можливість швидкого коректування з подальшою стабілізацією того ж режиму. Управління АТЗ з недостатньою стійкістю ускладнюється, оскільки автопоїзд «рискає» або ухиляється вбік. Для підтримки необхідного напрямку руху необхідне постійне коректування напрямку руху [4]. Шкідливою є і надмірна стійкість, оскільки обмежуються маневрені можливості АТЗ, зменшується чутливість рульового управління, а також притупляється так зване «відчуття дороги», що також приводить до підвищеної напруженості уваги водія.

З погляду практичних цілей при експлуатації АТЗ важливим стає не тільки причина порушення стійкості, а реакція АТЗ на неї і управляючі дії водія, що є неоднозначними і нестабільними. Тому передбачається, що стійкість і керованість руху АТЗ повинні забезпечуватися конструктивними параметрами самої машини.

Із усіх можливих режимів руху криволінійний (або близький до нього) є основним в роботі АТЗ. Навіть інтуїтивно, можна передбачити, що рух по прямій повинен супроводжуватися постійним коректуванням кермом для відновлення заданого курсу, відхилення від якого може викликати маса причин. Якщо розглядати сучасні інтенсивні потоки руху АТЗ по дорогах загального користування з їх постійними вимушеними «переставками», то питання про можливість швидкого коректування прямолінійного курсу після переїзду на сусідню смугу руху і забезпечення стійкості при цьому стає особливо актуальним.

Якісна оцінка стійкості виконується на основі загальної теорії стійкості руху А. М. Ляпунова. При цьому встановлюється лише факт збільшення чи зменшення отриманих випадкових відхилень від заданого руху. Для кількісної оцінки стійкості в математичній теорії стійкості руху розроблено спеціальні методи. З цією метою також визначаються характеристики власних рухів АТЗ і зовнішніх збурень, граничні умови, що визначають можливість руху за умов перекидання, заносу тощо [5]. Тому оціночними параметрами стійкості звичайно служать критичні параметри (наприклад, швидкість руху), що визначають граничні умови переходу від стійкого руху до нестійкого, а також характеристики, що визначають реакції АТЗ після припинення дії зовнішніх збурень. У роботі [6] показано, що практично всі параметри автомобіля і причіпних ланок впливають на керованість і стійкість руху автопоїзда. Цей вплив пов'язаний з геометричними параметрами й положенням центра мас АТЗ, характеристиками шин [7], [8], [9], [10], [11], числом осей і розміщенням їх по базі [7], прийнятою схемою системи управління автопоїзда [8].

Підсумком аналізу курсової стійкості і вписуваності в коридор безпеки для найбільш загальної лінійної моделі автопоїзда з'явилися вираз критичної швидкості прямолінійного руху і значення рівноважних фазових змінних, що відповідають круговому руху по колу достатньо великого радіуса [4]. Подальшим розвитком в області досліджень керованості та стійкості руху було застосування нелінійних моделей взаємодії колеса з опорною поверхнею у бічному напрямку і застосування просторових моделей транспортних засобів.

Аналіз нелінійних моделей має характерні особливості порівняно з лінійними – реалізація одного з можливих стійких режимів залежить від початкових значень всіх фазових змінних системи. При цьому важливим є не тільки знання факту стійкості стаціонарного режиму в малому, а і оцінка області тяжіння, і топологічна структура розбиття фазового простору системи траєкторіями.

Загальна стратегія аналізу якісних і кількісних змін множини стаціонарних станів системи базувалася на відомих положеннях теорії динамічних систем і прикладної теорії катастроф. Втрати курсової стійкості прямолінійного руху – окремий і найбільш простий для аналізу випадок втрати стійкості кругових стаціонарних рухів достатньо великого радіуса. В останньому випадку необхідно ще визначити рівноважні значення фазових змінних, що відповідають круговим стаціонарним станам. Ясно, що значення критичної швидкості, що відповідає за втрату курсової стійкості таких кругових режимів, при наближенні кута повороту керованих коліс до нуля прагне до критичної швидкості прямолінійного руху. Дослідження показують, що рівні поперечних коливань ланок автопоїзда визначають швидкості його руху в реальних умовах, а отже, стійкість руху АТЗ. При цьому, дослідження стійкості руху стає дуже важливим з точки зору експлуатації автопоїздів з причепами категорії О1. Тому **метою роботи** є дослідження впливу розташування вантажу в причепі категорії О1 на показники стійкості руху автопоїзда.

## Результати досліджень

У роботі [5] отримана система рівнянь плоскопаралельного руху автопоїзда з одновісним причепом і записана у вигляді:

$$\begin{aligned}
 & (m_a + m_n)(\dot{v}_a - u_a \omega_a) + c \omega_a^2 m_n - [m_n d_1 [(\dot{\omega}_a - \ddot{\phi}_1) \sin \phi_1 - (\omega_a - \dot{\phi}_1)^2 \cos \phi_1] = \\
 & = -(X_1 \cos \theta_1 + Y_1 \sin \theta_1 + X'_1 \cos \theta'_1 + Y'_1 \sin \theta'_1) - (X_2 + X'_2) - \sum_{j=1}^2 [(X_{2j} + X'_{2j}) \times \cos \phi_1 - (Y_{2j} + Y'_{2j}) \sin \phi_1]; \\
 & (m_a + m_n)(\dot{u}_a - v_a \omega_a) - c \omega_a^2 m_n - [m_n d_1 [(\dot{\omega}_a - \ddot{\phi}_1) \cos \phi_1 + (\omega_a - \dot{\phi}_1)^2 \sin \phi_1] = -(X_1 \sin \theta_1 - \\
 & - Y_1 \cos \theta_1 + X'_1 \sin \theta'_1 - Y'_1 \cos \theta'_1) + (Y_2 + Y'_2) - \sum_{j=1}^2 (X_{2j} + X'_{2j}) \times \sin \phi_1 + (Y_{2j} + Y'_{2j}) \cos \phi_1; \quad (1) \\
 & I_{YYa} \omega + [\dot{\omega} c - (\dot{u} + v \omega)] c m_1 + c m_1 d_1 \left[ (\dot{\omega} - \ddot{\phi}_1) \cos \phi_1 + (\omega - \dot{\phi}_1)^2 \sin \phi_1 \right] = \\
 & = H (X_1 \cos \theta_1 + Y_1 \sin \theta_1 - X'_1 \cos \theta'_1 - Y'_1 \sin \theta'_1) + \varepsilon (X_1 + X'_1) + a (Y_1 \cos \theta_1 - X_1 \sin \theta_1) + \\
 & + (Y'_1 \cos \theta'_1 - X'_1 \sin \theta'_1) + [(X_2 - X'_2) H_1 - (Y_2 + Y'_2) b] - c \sum_{j=1}^2 [(X_{2j} + X'_{2j}) \sin \phi_1 + (Y_{2j} + Y'_{2j}) \cos \phi_1] \\
 & [I_{YYn} + m_1 d_1^2] \times (\dot{\omega} - \ddot{\phi}_1) + m_1 d_1 \times [(\dot{v} - u \omega + c \omega^2) \times \sin \phi_1 + (V \omega - \dot{U} - c \omega^2) \times \cos \phi_1] = l_1 (Y_{2j} + Y'_{2j}) + M.
 \end{aligned}$$

У системі рівнянь (1) прийняті такі позначення:

$v_a, v_n, u_a, u_n$  – поздовжня і бокова проекції швидкості центра мас автомобіля і причепа;  $\phi_1$  – кут складання кінематично незалежних ланок автопоїзда;  $X_{ij}, X'_{ij}, Y_{ij}, Y'_{ij}$  – поздовжні, бокові реакції опорної поверхні на колеса лівого і правого бортів автомобіля і причепа;  $M=f(\phi_1, \dot{\phi}_1)$  – момент опору повороту причепа;  $Y_1, Y_2, Y_n$  – сумарні бічні реакції на колеса передньої, задньої осей і осі причепа;  $a, b, c, d, d_1, c_1, l_1$  – геометричні параметри автопоїзда;  $\omega$  – кутова швидкість автомобіля навколо вертикальної осі  $Oz$ ;  $m, m_1$  – маса автомобіля, причепа;  $I_{YYa}, I_{YYn}$  – моменти інерції автомобіля і причепа відносно поперечної осі, що проходить через центр мас.

Отримана система рівнянь дозволяє досліджувати поведінку автопоїзда як у стаціонарних, так і нестаціонарних рухах, а також визначати критичну швидкість  $v_{кр}$  автопоїзда, яка має два підходи до своєї кількісної оцінки [12]: перший пов'язаний із дослідженням характеристичних рівнянь (1-й метод Ляпунова) чи функції Ляпунова (2-й метод Ляпунова), другий – з виходом параметрів руху за припустимою область. Критерій  $v_{кр}$  пов'язує конструктивні й експлуатаційні параметри автопоїзда та його швидкість і дозволяє знайти її верхню межу, перевищення якої приводить до втрати стійкості руху.

За заданого закону зміни кута повороту керованих коліс тягача чисельним інтегруванням отриманих рівнянь знаходять значення параметрів руху АТЗ при виконанні ними різних маневрів. Однак для розв'язання задачі стійкості більше значення має з'ясування не параметрів руху, в тому числі і його траєкторії, а умов його існування.

Якщо в початковий момент часу на АТЗ подіяло збурення, то початкові умови зміняться. Зміниться і форма руху, що на відміну від первісної, незбуреної, стане збуреною. Порівнявши знову отримані системи із системами рівнянь незбуреного руху, були виділені системи рівнянь збурень. Отримані рівняння є диференціальними рівняннями збуреного руху. Вони мають той же вигляд, що і незбуреного, але замість змінних  $v$  стоять їх збурення, а ліві частини всіх рівнянь дорівнюють нулю [12].

Аналитичні вирази для змінних  $u(\theta_1), \omega(\theta_1), \phi_1(\theta_1)$ , що відповідають усталеним рухам ( $\dot{u}=0, \dot{\omega}=0, \dot{\phi}_1=0, \ddot{\phi}_1=0$ ), можна отримати із системи рівнянь стаціонарних рухів автопоїзда з двома кінематично незалежними елементами на коловій траєкторії досить великого радіуса за умови, що  $v=const$  [12].

Розв'язати систему рівнянь (1) у загальному вигляді і проаналізувати залежності величин бічної і кутової швидкості тягача  $u$  і  $\omega$  та кута складання автопоїзда  $\phi_1$  від конструктивних параметрів автопоїзда неможливо через складності розкриття визначника четвертого порядку і громіздкості самих виразів. Тому для обчислення визначників системи (1) необхідно залучити числові методи, наприклад, програмне забезпечення Maple 14. Тоді змінні, що отримані за допомогою цього програмного забезпечення, дозволять визначити вплив різноманітних конструктивних і експлуатаційних факторів на показники стійкості руху автопоїзда.

Звідси виникає наступна задача: установити необхідні і достатні умови стійкості за першим наближенням. Відповідно до теореми Ляпунова про стійкість сталого руху за першим наближенням, якщо всі корені характеристичного рівняння системи першого наближення рівнянь збуреного руху мають від'ємні дійсні частини, тоді незбурений рух є стійким і притому асимптотично стійким, якими б не були члени вищих порядків у диференціальних рівняннях збуреного руху.

Умови, за яких усі корені мають від'ємні дійсні частини, визначаються критерієм Ляпунова–Шипара [12]: для того, щоб характеристичне рівняння мало всі корені з від'ємними дійсними частинами, необхідно і достатньо, щоби:

- 1) усі коефіцієнти характеристичного рівняння були позитивні;
- 2) були позитивними головні діагональні мінори матриці Гурвіца, що складені для даного характеристичного рівняння. Ці умови виконуються у разі додатності знаменника головного визначника системи [12].

Лінеаризована система рівнянь (1) у векторно-матричній формі має вигляд:

$$\|a_{i,j}\|_1 \times \begin{vmatrix} \dot{u} \\ \dot{\omega} \\ \ddot{\phi} \end{vmatrix} + \|b_{i,j}\|_{3,4} \times \begin{vmatrix} u \\ \omega \\ \phi \end{vmatrix} = 0. \quad (2)$$

Сукупність функцій  $u, \omega, \phi = (a_1, a_2, a_3) \exp(\lambda t)$  утворює часткове розв'язання системи, якщо і тільки якщо  $\lambda$  є коренем характеристичного рівняння

$$D(\lambda) = A_0 \lambda^4 + A_1 \lambda^3 + A_2 \lambda^2 + A_3 \lambda + A_4 = 0, \quad (3)$$

де  $A_i$  – коефіцієнти, що визначаються масовими, компоувальними параметрами автопоїзда.

За Раусом необхідна, але недостатня умова стійкості полягає у тому, щоб усі коефіцієнти  $A_i$  були позитивні. Система буде стійкою, якщо визначник і його мінори позитивні. Аналіз коренів характеристичного рівняння може характеризувати стан системи. У загальному випадку можливі такі значення коренів характеристичного рівняння:  $\lambda$  є дійсна і позитивна величина – система нестійка, рух буде нестійким;  $\lambda$  – дійсна і від'ємна величина – система з часом повертається до стійкого положення. Якщо коефіцієнт  $\lambda$  є комплексним числом, то його позитивна дійсна частина свідчить про наявність наростаючих коливань, а негативна – про наявність загасаючих коливань.

Визначники Гурвіца характеристичного рівняння (3) перший  $\Delta_1$  – відповідає за наявність позитивних дійсних коренів, а третій  $\Delta_3$  – за наявність позитивної дійсної частини уявних комплексно сполучених коренів. З рівняння отримаємо фактори, від яких залежить критична швидкість [5]

$$v_{кр} = f(m, m_2, a, c, c_1, l_1, k_1, k_2, k_3, ), \quad (4)$$

де  $a, b, c, d, d_1, c_1$  – геометричні параметри автопоїзда;  $k_1, k_2, k_3$  – коефіцієнти опору відведення коліс передньої, задньої осі автомобіля і осі причепа.

За формулою (4) розрахуємо критичну швидкість прямолінійного руху, яка є оціночним показником стійкості автопоїзда, що розглядається. Розрахунки проведено для автопоїзда у складі автомобіля Ваз-2107 і одновісного причепа категорії О1. При цьому приймали, що маса тягового автомобіля залишається незмінною з водієм, одним пасажиром і масою вантажу 50 кг, а маса причепа змінювалася в межах від максимально допустимої (750 кг) до маси спорядженого причепа (200 кг). При цьому змінювали положення центра мас причепа:

- у поздовжній площині від 0 (центр мас знаходиться на поздовжній осі причепа) до його зміщення вперед і назад на відстань 0,75 метра;

- у поперечній площині від 0 (навантаження на ліве і праве колесо однакове) до 0,5 м (навантаження на ліве і праве колеса різне).

Як приклад, у табл. 1 наведені значення коренів характеристичного рівняння за вихідних даних, притаманних номінальному навантаженню автомобіля і максимальному навантаженню причепа, розташуванню центра мас причепа на поздовжній осі і в центрі мас вантажної платформи. За цієї умови критична швидкість складає близько 36 м/с (129,6 км/год).

Корені характеристичного рівняння, яке описує рух автопоїзда з максимальним навантаженням причепа, розташуванням його центра мас в центрі вантажної платформи

$v_a, \text{ м/с}$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$
35,0	-2,1529473	-7,78625743	-0,0063740487-3,07708746*i	-0,0063740487+3,07708746*i
35,5	-1,2460927	-7,49754861	-0,004309854-3,108271945*i	-0,004309854+3,108271945*i
36,0	-0,8756911	-7,23344156	0,005314523-3,614524332*i	0,005314523+3,614524332*i

Аналогічні розрахунки виконані і для інших варіантів завантаження причепа. На рис. 1 наведені результати визначення критичної швидкості руху для усіх варіантів розрахунку.

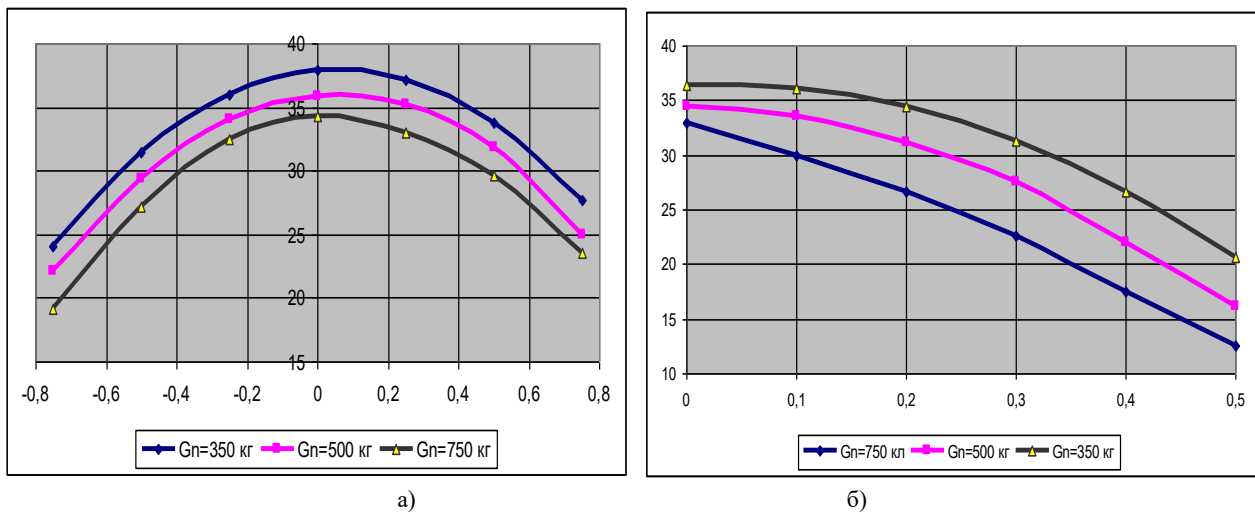


Рис. 1. Залежність критичної швидкості руху автопоїзда від навантаження причепа і розташування його центра мас на поздовжній осі (а) і поперечній осі (б)

На рис. 2 наведені результати розрахунку кута складання автопоїзда і швидкості його зміни, бічної швидкості та бічного прискорення автомобіля і причепа за номінального навантаження автомобіля і максимального навантаження причепа ( $G_n = 750 \text{ кг}$ ) і розташуванні його центра мас в центрі платформи при виконанні маневру «переставка», зокрема при  $v = 10 \text{ м/с}$ . При цьому результати розрахунку склали:  $\omega = 0,5418355232$ ,  $\varphi = 0,7092512357$ ,  $u = 0,3412401612$ ; корені характеристичного рівняння:  $-4,488862351$ ;  $-4,041509002$ ;  $-1,616268163$ ;  $-0,6753987067*i$ ;  $-1,616268163 + 0,6753987067*i$ .

Корені характеристичного рівняння (усі дійсні частини від'ємні) і бічні прискорення в центрі мас автомобіля ( $2,21 \text{ м/с}^2$ ) і в центрі мас причепа ( $3,05 \text{ м/с}^2$ ) свідчать про стійкий рух автопоїзда [4].

Аналогічні розрахунки виконані і для інших станів маси причепа і розташування його центра мас. На рис. 3 наведені результати розрахунку кута складання автопоїзда і швидкості його зміни, бічної швидкості і бічного прискорення автомобіля і причепа за номінального навантаження автомобіля і максимального навантаження причепа ( $G_n = 750 \text{ кг}$ ) і зміщенні його центра мас на поздовжній осі до  $0,75 \text{ м}$  і поперечній осі до  $0,5 \text{ м}$  при виконанні маневру «переставка» при  $v = 10 \text{ м/с}$ . При цьому результати розрахунку склали:  $\omega = 0,6171600794$ ,  $\varphi = 0,2383076511$ ,  $u = -3,728910926$ ; корені характеристичного рівняння:  $-0,3244347123 - 0,5520587760*i$ ;  $-0,3244347123 + 0,5520587760*i$ ;  $0,01097584513 - 1,692374454*i$ ;  $0,01097584513 + 1,692374454*i$ , що свідчить про нестійкий рух автопоїзда.

Аналогічні розрахунки були виконані для усіх запропонованих варіантів завантаження причепа. В табл. 2 наведені значення коренів характеристичного рівняння та швидкості, за якої з'явився перший додатний корінь (швидкості появи коливальної нестійкості) за умови номінального завантаження автомобіля і причепа.

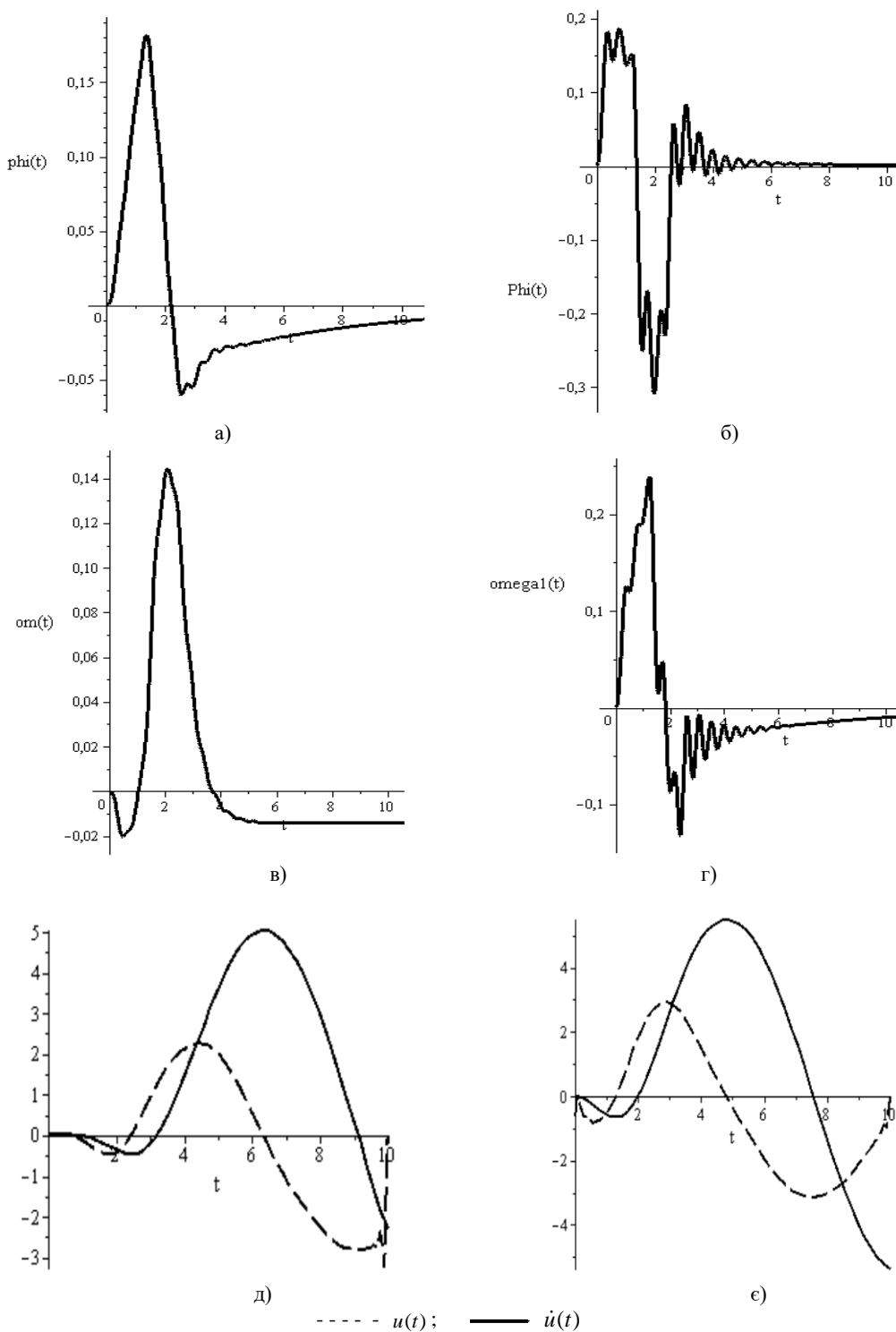


Рис. 2. Залежність у часі перехідного процесу: кута складання (а), швидкості кута складання (б), кутової швидкості автомобіля (в), кутової швидкості причепа (г), бічної швидкості і бічного прискорення автомобіля (д), причепа (е)

Таблиця 2

Корені характеристичного рівняння та швидкості, за якої появилась коливальна нестійкість

$v_a, \text{M/C}$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$
34,0	-2,1529473	-7,78625743	-0,0063740487-3,07708746*i	-0,0063740487+3,07708746*i
34,8	-1,2460927	-7,49754861	-0,004309854-3,108271945*i	-0,004309854+3,108271945*i
35,2	-0,8756911	-7,23344156	0,005314523-3,614524332*i	0,005314523+3,614524332*i

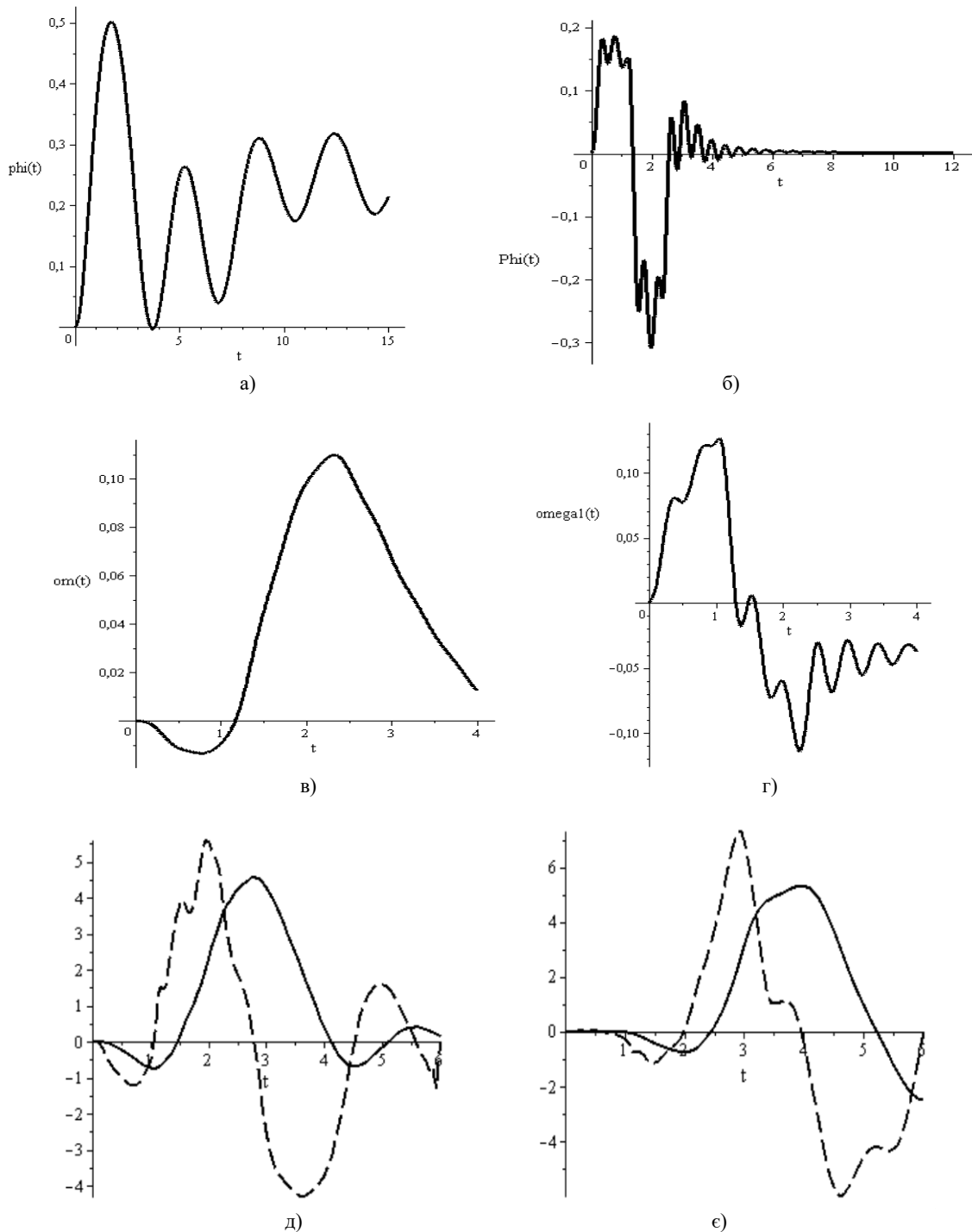


Рис. 3. Залежність у часі перехідного процесу за зміщеного центра мас причепа: кута складання (а), швидкості кута складання (б), кутової швидкості автомобіля (в), кутової швидкості причепа (г), бічної швидкості і бічного прискорення автомобіля (д), причепа (е)

На рис. 4 наведені результати розрахунку швидкості появи коливальної нестійкості при однобічному зміщенні центра мас причепа або тільки по осі  $x$ , або тільки по осі  $y$ . Як і у випадку критичної швидкості руху більш суттєво на швидкість появи коливальної нестійкості впливає зміщення центра мас по осі  $y$ . При цьому суттєвим є і завантаження причепа. Так, якщо при максимальному зміщенні центра мас причепа по осі  $x$  ( $\Delta x = -0,75$  м) швидкість появи коливальної нестійкості зменшується на 36,4 % ( $G_n = 350$  кг), 38,4 % ( $G_n = 500$  кг) і 44,3 % ( $G_n = 750$  кг) порівняно з цією швидкістю за відсутності зміщення, то при максимальному зміщенні по осі  $y$  швидкість появи коливальної нестійкості зменшується відповідно на 45,4 %, 55,2 % і 63,6 %. Це необхідно враховувати при завантаженні причепа.

У процесі експлуатації автомобіля з причепом категорії О1 можливі такі варіанти завантаження причепа, коли центр мас може зміщуватися одночасно і по осі  $x$  і по осі  $y$ .

У табл. 3 наведені значення коренів характеристичного рівняння та швидкості, за якої з'явився перший додатний корінь (швидкості появи коливальної нестійкості) за умови такого завантаження причепа, коли має місце зміщення центра мас причепа як по осі  $x$ , так і по осі  $y$ .

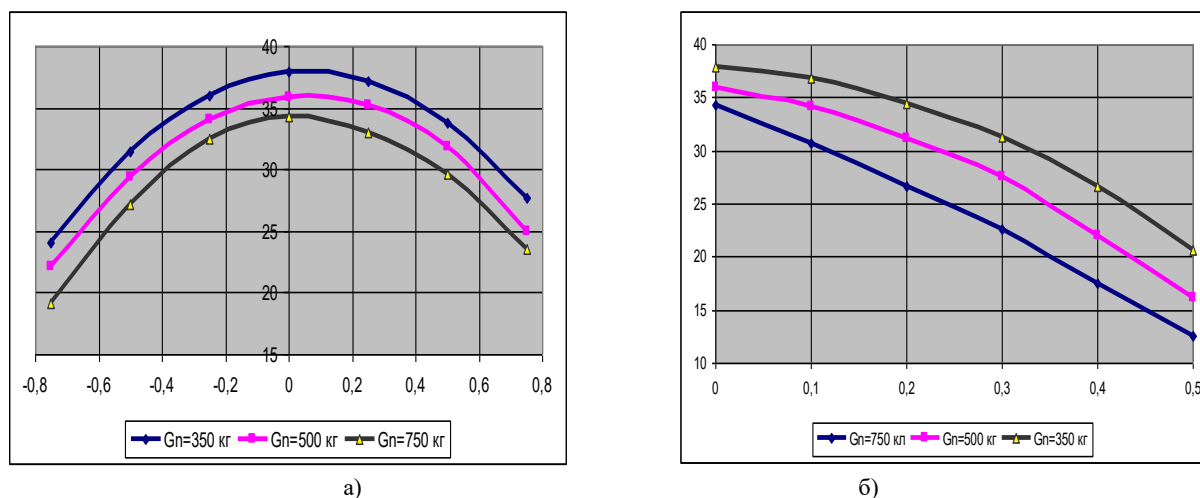


Рис. 4. Залежність швидкості появи коливальної нестійкості від завантаження причепа і зміщення його центра мас по осі  $x$  (а) і по осі  $y$  (б)

Таблиця 3

**Корені характеристичного рівняння та швидкість появи коливальної нестійкості за умови завантаження причепа, що спричиняє зміщення його центра мас у поздовжній та в поперечній площинах**

Зміщення центра мас причепа, м		$v_a$ , м/с	Корені характеристичного рівняння, $G_n = 500$ кг			
по осі $x$	по осі $y$		$\lambda_1$	$\lambda_2$	$\lambda_3$	$\lambda_4$
-0,75	0,3	13,2	-4,426152988	+ ,818394763	-2,087210040 – 0,4998476298*i	- 2,087210040 + 0,4998476298*i
-0,5	0,2	24,9	-4,444075541	-3,401119065	+ ,851409472 – 0,5815825841*i	+ ,851409472 + 0,5815825841*i
-0,25	0,1	29,3	-4,488862351	+ ,415090020	-1,616268163 – 0,6753987067*i	-1,616268163 + 0,6753987067*i
0	0	35,9	+ ,488623510	-2,015030298	-1,412646330 – 0,6398706718*i	+ ,14126463308 – 0,6398706718*i
0,25	0,1	30,7	-2,184623512	+ ,338040256	-1,233654630 – 0,3387064454*i	-1,2336546301 + 0,3387064454*i
0,50	0,2	26,4	-4,137754116	-1,011190659	+ ,855509332 – 0,5775334186*i	+ ,855509332 + 0,5775334186*i
0,75	0,3	14,8	-1,441669877	+ ,8183947634	-2,087210040 – 0,4998476298*i	- 2,087210040 + 0,4998476298*i

Як впливає з наведених результатів розрахунку, при завантаженні причепа, за якого має місце зміщення центра мас як по осі  $x$ , так і по осі  $y$ , спричиняє подальше зменшення як критичної швидкості автопоїзда, так і швидкості появи коливальної нестійкості.

### Висновки

1. Визначено критичну швидкість прямолінійного руху, яка є оціночним показником стійкості автопоїзда, що розглядається. Розрахунки проведено для автопоїзда у складі автомобіля ВА3-2107 і одновісного причепа категорії О1 за різного навантаження причепа і різного розташування його центра мас. За вихідних даних, притаманних номінальному навантаженню автомобіля і максимальному навантаженню причепа і розташуванню центра мас причепа на поздовжній осі і в центрі мас вантажної платформи, критична швидкість складає близько 36 м/с (129,6 км/год).

2. При перехідних режимах руху, як-то: «вхід у коло і рух по колу», «ривок рульового колеса», «переставка», «змійка», зміщення центра мас причепа як в поздовжній, так і поперечній площині,



критична швидкість зменшується, причому більш суттєве зменшення має місце при поперечному зміщенні центра мас. Так, якщо при максимальному зміщенні центра мас причепа по осі  $x$  ( $\Delta x = -0,75$  м) швидкість появи коливальної нестійкості зменшується на 36,4% ( $G_n=350$  кг), 38,4% ( $G_n=500$  кг) і 44,3% ( $G_n=750$  кг) порівняно з цією швидкістю за відсутності зміщення, то при максимальному зміщенні по осі  $y$  швидкість появи коливальної нестійкості зменшується відповідно на 45,4%, 55,2% і 63,6%. У разі такого завантаження причепа, коли має місце зміщення центра мас причепа як по осі  $x$ , так і по осі  $y$ , має місце подальше зменшення як критичної швидкості автопоїзда, так і швидкості появи коливальної нестійкості. Це необхідно враховувати при завантаженні причепа.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

- [1] «Одноосные автоприцепы. Прицепы к легковым автомобилям» in *Langustdesing*. 21.06.2019. [Online]; <https://langustdesign.ru/buildings-and-outbuildings/uniaxial-trailers-trailers-for-cars/>.
- [2] Л. С. Литвинов, *Управляемость и устойчивость автомобиля*. Москва, Россия: Машиностроение, 1971.
- [3] Я. Е. Фаробин, А. М. Якобашвили, А. М. Иванов, *Трехзвенные автопоезда*. Москва, Россия: Машиностроение, 1993.
- [4] В. Г. Вербицкий, В. П. Сахно, А. П. Кравченко, А. В. Костенко, А. Э. Даниленко, *Автомобили. Устойчивость*. Луганск, Украина: Ноулидж, 2013.
- [5] В. П. Сахно, Р. М. Кузнецов, В. В. Стельмашук, Л. С. Козачук, «До визначення показників стійкості автопоїзда категорії М1 у перехідних режимах руху», *Сучасні технології в машинобудуванні і транспорті*, вип. 2, с. 123-128. 2014.
- [6] В. П. Сахно, В. В. Стельмашук, Р. В. Пазін, «Визначення параметрів стійкості автопоїзда з причепом категорії О2», в *Systemy i srodki transportu samochodowego. Wybrane zagadnienia. Seria: Transport*. Rzeszow, Polska, no. 15, pp. 93-102, 2018.
- [7] Д. А. Антонов, *Расчет устойчивости движения многоосных автомобилей*. Москва, Россия: Машиностроение, 1984.
- [8] П. В. Аксенов, *Многоосные автомобили*. Москва, Россия: Машиностроение, 1989.
- [9] Ю. М. Власко, А. А. Хачатуров, *Исследование управляемости автопоезда*. Москва, Россия: Транспорт, 1970.
- [10] И. Рокар, *Неустойчивость в механике*. Москва, Россия: Издательство иностранной литературы, 1959.
- [11] Л. С. Козачук, «До визначення стійкості руху автопоїзда категорії М1», *Вісник Житомирського державного технологічного університету*, Випуск 2 (69), с. 121-128, 2014.
- [12] О. М. Тімков, «Поліпшення показників маневреності та стійкості автопоїздів з наближеними осями причепа», дис. канд. техн. наук: 05.22.02, НТУ, Київ, Україна, 2005.

**Сахно Володимир Прохорович** – д-р. техн. наук, професор, завідувач кафедри автомобілів, e-mail: [svp\\_40@ukr.net](mailto:svp_40@ukr.net).

**Поляков Віктор Михайлович** – канд. техн. наук, доцент, професор кафедри автомобілів, e-mail: [poljakov\\_2006@ukr.net](mailto:poljakov_2006@ukr.net).

**Шарай Світлана Михайлівна** – канд. техн. наук, доцент, професор кафедри міжнародних перевезень та митного контролю, e-mail: [svetasharai@gmail.com](mailto:svetasharai@gmail.com).

**Човча Ірина Василівна** – аспірантка кафедри автомобілів, e-mail: [0980478368@ukr.net](mailto:0980478368@ukr.net).

Національний транспортний університет, м. Київ

**V. Sakhno**  
**V. Polyakov**  
**S. Sharaj**  
**I. Tchovcha**

## Influence of the position of the center of mass of a trailer category O1 on the stability of the road train

National transport university

*In a number of operational properties of motor vehicle (ATZ) at the tendency of increase of speeds of movement the most important indicators of the kept quality, in any modes, are stability and controllability. The choice of constructive parameters of ATZ providing these properties increases active safety of operation and reduces probability of road accidents during the execution of transport operations. From the point of view of practical purposes at operation of ATZ not only the reason of infringement of stability becomes important, and reaction of ATZ to it and control actions of the driver which are ambiguous and unstable. Therefore, it is assumed that the stability and controllability of the ATZ movement should be provided by the design parameters of the machine itself.*

*The result of the analysis of the course stability of the road train was the expression of the critical speed of rectilinear motion. According to the developed mathematical model, the critical velocity is determined. Calculations were made for a road train consisting of a VAZ-2107 car and the uniaxial trailer for different loads of the trailer and different location of its center of mass. According to the initial data inherent in the nominal load of the car and the maximum load of the trailer and the location of the center of mass of the trailer on the longitudinal axis and in the center of mass of the loading platform, the critical speed is about 36 m/s (129.6 km/h).*

*In transient modes of movement, such as "entering the circle and moving in a circle", "jerk of the steering wheel", "shift", "snake", displacement of the center of mass of the trailer in both the longitudinal and transverse planes, the critical speed*

decreases, and more significantly reduction occurs when the transverse displacement of the center of mass. Thus, if at the maximum displacement of the center of mass of the trailer on the x-axis ( $\Delta x = -0.75$  m) the rate of oscillation instability decreases by 36.4% ( $G_n = 350$  kg), 38.4% ( $G_n = 500$  kg) and 44.3% ( $G_n = 750$  kg) in comparison with this speed in the absence of displacement, then at the maximum displacement along the y-axis in the rate of oscillation instability decreases by 45.4%, 55.2% and 63.6%, respectively. In the case of such a trailer loading, the center of mass of the trailer shifts along both the x-axis and the y-axis, there is a further decrease in both the critical speed of the road train and the rate of oscillation instability. This must be taken into account when loading the trailer.

**Key words:** road train, trailer, load, center of mass, critical speed.

**Sakhno Volodymyr** – Dr. Sc. (Eng.), Professor, Head of the department of automobiles, e-mail: [svp\\_40@ukr.net](mailto:svp_40@ukr.net).

**Poljakov Victor** – Ph. D. (Eng.), Associate professor, Professor of the department of automobiles, e-mail: [poljakov\\_2006@ukr.net](mailto:poljakov_2006@ukr.net).

**Sharai Svitlana** – Ph. D. (Eng.), Associate professor, Professor of the department of international transport and customs control, e-mail: [svetasharai@gmail.com](mailto:svetasharai@gmail.com).

**Tchovcha Iruna** – Post-graduate student of the department of automobiles, e-mail: [0980478368@ukr.net](mailto:0980478368@ukr.net).

**В. П. Сахно**  
**В. М. Поляков**  
**С. М. Шарай**  
**И. В. Човча**

## Влияние положения центра масс прицепа категории О1 на устойчивость движения автопоезда

Национальный транспортный университет

В ряде эксплуатационных свойств автотранспортных средств (АТС) при тенденции увеличения скоростей движения важными показателями качества, которые сохраняются в любых режимах, являются устойчивость и управляемость. Выбор конструктивных параметров АТС, которые обеспечивают именно эти свойства, повышает активную безопасность эксплуатации и снижает вероятность дорожно-транспортных происшествий при выполнении транспортных операций. С точки зрения практических целей при эксплуатации АТС важным становится не только причина нарушения устойчивости, а реакция АТС на нее и действия водителя, которые являются неоднозначными и нестабильными. Поэтому предполагается, что устойчивость и управляемость движения АТС должны обеспечиваться конструктивными параметрами самой машины.

Итогом анализа курсовой устойчивости автопоезда стало выражение критической скорости прямолинейного движения. По разработанной математической модели определена критическая скорость. Расчеты проведены для автопоезда в составе автомобиля ВАЗ-2107 и одноосного прицепа с различной нагрузкой прицепа и различного расположения его центра масс. По исходным данным, присущим номинальной нагрузке автомобиля и максимальной нагрузке прицепа и расположению центра масс прицепа на продольной оси и в центре масс грузовой платформы, критическая скорость составляет около 36 м/с (129,6 км/ч).

При переходных режимах движения, как-то «вход в поворот и движение по кругу», «рывок рулевого колеса», «переставка», «змейка», смещении центра масс прицепа как в продольной, так и поперечной плоскости, критическая скорость уменьшается, причем более существенное уменьшение имеет место при поперечном смещении центра масс. Так, если при максимальном смещении центра масс прицепа по оси x ( $\Delta x = -0,75$  м) скорость появления колебательной неустойчивости уменьшается на 36,4 % ( $G_n = 350$  кг), 38,4 % ( $G_n = 500$  кг) и 44,3 % ( $G_n = 750$  кг) по сравнению с этой скоростью при отсутствии смещения, то при максимальном смещении по оси y скорость появления колебательной неустойчивости уменьшается соответственно на 45,4 %, 55,2 % и 63,6 %. В случае такой загрузки прицепа, когда имеет место смещение центра масс прицепа как по оси x, так и по оси y, имеет место дальнейшее уменьшение как критической скорости автопоезда, так и скорости появления колебательной неустойчивости. Это необходимо учитывать при загрузке прицепа.

**Ключевые слова:** автопоезд, прицеп, нагрузка, центр масс, критическая скорость.

**Сахно Владимир Прохорович** – д-р. техн. наук, профессор, заведующий кафедрой автомобилей, e-mail: [svp\\_40@ukr.net](mailto:svp_40@ukr.net).

**Поляков Виктор Михайлович** – канд. техн. наук, доцент, профессор кафедры автомобилей, e-mail: [poljakov\\_2006@ukr.net](mailto:poljakov_2006@ukr.net).

**Шарай Светлана Михайловна** – канд. техн. наук, доцент, профессор кафедры международных перевозок и таможенного контроля, e-mail: [svetasharai@gmail.com](mailto:svetasharai@gmail.com).

**Човча Ирина Васильевна** – аспирантка кафедры автомобилей, e-mail: [0980478368@ukr.net](mailto:0980478368@ukr.net).