УДК 621.315.395

Н.Н. ОДИНЦОВ, И.В. СТАРЕНЬКИЙ, И.А. СЛОБОДЯНЮК
Одесская национальная академия связи им. А.С. Попова

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН В НАПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМАХ С МЕДЛЕННО МЕНЯЮЩИМИСЯ ПАРАМЕТРАМИ

Получены соотношения для определения амплитуды волн в направляющих системах с медленно меняющимися параметрами передачи, а также в линиях с изменяющимся по длине коэффициентом связи.
Ключевые слова: направляющая система, коефициент связи, метод геометрической оптики

N.N. ODINCOV, I.V. STARENKIY, I.A. SLOBODYANYUK
Odessa national academy of telecommunications named after O.S. Popov

WAVE PROPAGATION IN THE GUIDE SYSTEMS WITH SLOWLY-VARING PARAMETERS

Abstract – The obtained value for the determination of the waves' amplitude in the guide systems with slowly-varying parameters of transmission lines as well as the length of the variable coupling coefficient.
Keywords: guide system, coupling coefficient, method of geometrical optics

При решении электродинамических задач, в частности, при определении полей и характеристик мод в направляющих системах (НС), границы которых совпадают с координатными поверхностями выбранной системы координат, как правило, применяется метод разделения переменных. В случае не совпадения координатных поверхностей с границами объема, для которого решается электродинамическая задача, используются приближенные методы решения. Такие, например, как вариационный метод Рица [1], метод частичных областей [2], и другие.

Особый случай составляет задача исследования условий распространения электромагнитных волн в НС, параметры которой изменяются в направлении распространения волн. Примерами таких НС могут служить различного рода переходы между НС различной формы поперечного сечения; пространственные изгибы, а также направленные ответветвители (НО) с изменяющейся по длине величиной коэффициента связи между основой и связанной с ней дополнительной (вспомогательной) линией передачи. В этом случае необходимо применять приближенные методы решения. При исследовании НС может быть использована метод поперечных сечений, теория которого предложена Б.З. Каценленбаумом [3]. Одним из наиболее универсальных и практически важным является метод, основанный на использовании приближения геометрической оптики, метод ВКБ (Вентцеля – Крамерса - Бриллюэна) [4,6], который в некоторых источниках, например [2] именуют БВК.

Метод геометрической оптики позволяет получить достаточно хорошее приближение к точному решению волнового уравнения [4] в том случае, когда свойства среды достаточно медленно меняются в направлении распространения электромагнитной волны.

Как известно [4,6] определение амплитуды волны в любой точке, с координатой z в процессе распространения вдоль оси z связано с решением уравнения: [1]

$$\frac{\partial^2 E(z)}{\partial z^2} + \gamma(z) E(z) = 0, \tag{1}$$

где $E(z)$ – нормированная амплитуда волны в точке с координатой z;
$\gamma(z)$ – функция, учитывающая изменения амплитуды и фазы волны в процессе распространения вдоль НС.

Для случая не изменяющихся по длине параметров НС $\gamma(z) = \beta - i\alpha = \text{const}$, решение уравнения (1) имеет вид:

$$E(z) = E(0)\mathrm{e}^{i\gamma z} = E(0) = \mathrm{e}^{-i[\beta - i\alpha]z}, \tag{2}$$

где β – коэффициент, учитывающий изменение фазы волны вдоль НС.
α – коэффициент, учитывающий изменение амплитуды волны в направлении z.

Для решения уравнения (1) для произвольной, но слабо изменяющейся по длине функции $\gamma(z)$ так, что при этом выполняется условие

$$\frac{\partial \gamma(z)}{\partial z}\lambda \ll \gamma, \tag{3}$$

можно воспользоваться приближением геометрической оптики (методом ВКБ) [1,4,6].

При этом решение уравнения (1) будет иметь вид

$$E(z) = E_0(z)\mathrm{e}^{-i\int_{z_1}^{z_2}\gamma(z)dz}. \tag{4}$$

Равенство (4) означает, что решение уравнения (1) в приближении геометрической оптики имеет вид (2) с заменой

$$\gamma(z) = \beta(z) - i\alpha(z) \text{ на } \int \gamma(z) = \int \left[\beta(z) - i\alpha(z) dz\right], \tag{5}$$

а величина $E_0(z)$ в решении (4) будет определяться из соотношения:

$$E_0(z) = \frac{C}{\sqrt{\gamma(z)}}, \tag{6}$$

где C – постоянная, определяемая из граничного условия

$$C = E(z)\big|_{z=0}\,. \tag{7}$$

При этом амплитуда волны на расстоянии z от начала НС $E(z)$ определяется выражением:

$$E(z) = E_0(z)\mathrm{e}^{-i\int\limits_0^z \gamma(z)dz} \tag{8}$$

Таким образом, определение напряженности поля в любой точке НС с медленно меняющимися параметрами сводится к определению интеграла в показателе экспоненты уравнения (8).

Если известен закон изменения функции $\gamma(z)$, то вычисление $E(z)$ из уравнения (8) не представляет трудностей.

Значительно сложнее решается задача определения напряженности поля в связанных линиях передачи (ЛП) с изменяющейся по длине величиной коэффициента связи.

Одним из примеров связанных (ЛП) является направленный ответвитель (НО) с непрерывной величиной связи. К связанным ЛП можно отнести взаимовлияющие цепи ЛП, а также ЛП, работающую в многомодовом режиме, при котором происходит взаимное преобразование мод. Хотя в теории передачи, относящейся к двум последним ЛП связь между взаимовлияющими цепями и модами считается постоянной, рассмотренная ниже методика может быть применима и для случая меняющейся по величине связи между взаимовлияющими цепями и модами в ЛП.

Рассмотрим систему двух связанных между собой ЛП, расположенных на некотором расстоянии друг от друга (рис. 1)

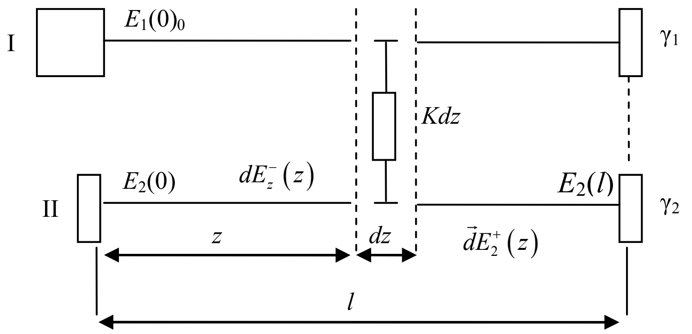

Рис. 1. Связанные ЛП

Коэффициент связи между ЛП через элементарный участок dz обозначим Kdz. Элемент dz с величиной связи Kdz возбудит во второй ЛП на расстоянии z от начала системы две волны, распространяющиеся в положительном $\vec{d}E_2^+(z)$ и отрицательном $dE_z^-(z)$ направлении соответственно.

При этом элементарная амплитуда волны, возбуждаемая во второй ЛП элементарным участком dz на расстоянии z от начала системы определяется соотношением

$$dE_z^{\pm}(z) = E_1(z)\cdot K(z)\mathrm{e}^{-i\int\limits_0^z \gamma_i(z)dz}dz\,, \tag{9}$$

где знаки (+) и (–) соответствуют волнам, распространяющимся в положительном и отрицательном направлении, а γ_1 относится к первой цепи.

Тогда поступающие к началу и концу участка связи элементарные нормированные амплитуды волн $dE_2(0)$ и $dE_2(l)$ соответственно определяются соотношениями

$$dE_2(0) = d\hat{E}_2^-(z)\mathrm{e}^{+i\int\limits_z^0 \gamma_2(z)dz}\,, \tag{10}$$

$$dE_2(l) = d\hat{E}_2^+(z)\mathrm{e}^{-i\int\limits_z^e \gamma_2(z)dz}\,, \tag{11}$$

где $d\hat{E}_2^-$ и $d\hat{E}_2^+$ некоторые новые функции, определяемые соотношениями, аналогичными (6) с заменой в нем индекса 0 на «1» при граничном условии

$$C_2 = dE_2^+(z)\big|_z\,. \tag{12}$$

После подстановки (9) в (10) и (11) получим

$$dE_2(0) = d\hat{E}_1(z)\cdot K(z)\mathrm{e}^{-i\left[\int\limits_0^z \gamma_1(z)dz - \gamma_2\int\limits_z^0 \gamma_2(z)dz\right]}dz\,, \tag{13}$$

$$dE_2(l) = d\hat{E}_1(z)\cdot K(z)\mathrm{e}^{-i\left[\int\limits_0^z \gamma_1(z)dz + \gamma_2\int\limits_z^l \gamma_2(z)dz\right]}dz\,. \tag{14}$$

В соотношениях (13) и (14) $\hat{E}_1(z)$ функции, полученные из выражения (9) с учетом (6) и граничного условия $C_2 = dE_2(z)\big|_z$.

Суммарные амплитуды волн, поступающих к началу и концу участка связи определяются путем интегрирования выражений (13) и (14) соответственно. В итоге получим

$$dE_2(0) = \int\limits_0^e \hat{E}_1(z)\cdot K(z)\mathrm{e}^{-i\left[\int\limits_0^z \gamma_1(z)dz - \int\limits_z^0 \gamma_2(z)dz\right]}dz\,, \tag{15}$$

$$dE_2(l)=\int_0^e \hat{E}_1(z)\cdot K(z)\mathrm{e}^{-i\left[\int_0^z \gamma_1(z)dz+\int_z^0 \gamma_2(z)dz\right]}dz\,. \qquad (16)$$

Представляет практический интерес, с целью проверки полученных выражений (15) и (16), рассмотреть случай, когда величина постоянных распространения γ_1 и γ_2 и величина коэффициента связи K остаются постоянными $K(z)\Big| = \text{const} = K$ и $\gamma_1 = \text{const}$, $\gamma_2 = \text{const}$.

Соотношения (15) и (16) примут при этом вид:

$$E_2(0)=E_1(0)\cdot K\left[\frac{1-\mathrm{e}^{-i(\gamma_1+\gamma_2)l}}{i(\gamma_1+\gamma_2)}\right], \qquad (17)$$

$$E_2(l)=E_1(l)\cdot K\left[\frac{1-\mathrm{e}^{-i(\gamma_1-\gamma_2)l}}{i(\gamma_1-\gamma_2)}\right]\mathrm{e}^{-i\gamma l}. \qquad (18)$$

Полученные выражения аналогичны соотношениям из теории взаимного влияния между цепями ЛП, [7], которые получают при определении переходных затуханий, что свидетельствует о корректности проведенных в данной работе рассуждений и достоверности полученных результатов.

Полученные в данной работе результаты позволяют проводить расчет параметров НС с медленно меняющимися параметрами, при известной функции $\gamma(z)$.

При этом коэффициент связи $K(z)$ предполагается известным. Для определения $K(z)$, когда его величина неизвестна, требуется решать достаточно трудоемкую электродинамическую задачу, при анализе НС сверхвысокочастотного диапазона, а в теории взаимного влияния [7] необходимо знать первичные параметры влияния.

Если постоянные распространения первой и второй линии передачи γ_1 и γ_2 будут равны, $\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma$, выражения (17) и (18) примут вид

$$E_2(0)=E_1(0)\cdot K\left[\frac{1-\mathrm{e}^{-i2l}}{i2\gamma}\right], \qquad (19)$$

$$E_2(0)=E_1(0)\cdot\frac{K}{l}\mathrm{e}^{-i\gamma l}. \qquad (20)$$

Полученные соотношения (19) и (20) позволяют сравнительно просто определять амплитуды волн в связанных ЛП при известной величине коэффициента связи K и известной постоянной распространения γ.

Выводы

В ЛП с медленно меняющимися параметрами передачи на основе метода ВКБ, используя соотношение (8) можно определить амплитуду волны в конце ЛП. Кроме того в связанных линиях передачи, примерами которых являются взаимовлияющие цепи, а также ЛП, работающих в многомодовом режиме, с использованием соотношений, полученных в данной работе, можно определить амплитуды «связанных» волн при известной величине коэффициента связи.

Литература

1. Михлин С.Г. Прямые методы в математической физике / С.Г. Михлин. – М. - Л.: Гиттл, 1950 – 428 с.
2. Коган Л.Н. Сложные волноводные системы / Л.Н. Коган, Б.М. Машковцев, К.И. Цибизов. – Л.: Судпромшз, 1963. – 355 с.
3. Канценеленбаум Б.З. Теория нерегулярных волноводов с медленно меняющимися параметрами / Б.З. Канценеленбаум. – М.: АН СССР, 1961 – 216 с.
4. Гинзбург В.Л. Распространение электромагнитных волн в плазме / В.Л. Гинзбург. – М.: Наука, 1967. – 683 с.
5. Одинцов Н.Н. Связь между модами в многомодовой линии передачи / Н.Н. Одинцов, А.П. Заяц // Наукові праці УДАЗ ім. О.С. Попова. – Одесса; 2000, - с. 66-68.
6. Машковцев Б.М. Теория волноводов / Б.М. Машковцев К.Н. Цибизов, Б.Ф. Емелин – М.-Л.: Наука, 1966 - 354 с.
7. Гроднев И.И., Верник С.М. Линии святи / И.И. Гроднев, С.М. Верник. – М.: Радио и свіязь, 1988. – 544 с.

References

1. Mikhlin S.G. Pryamye metody v matematicheskoy fizike / S.G. Mikhlin. – M. - L.: Gittl, 1950 – 428 s.
2. Kogan L.N. Slozhnye volnovodnye sistemy / L.N. Kogan, B.M. Mashkovtsev, K.I. Tsibizov. – L.: Sudpromshz, 1963. – 355 s.
3. Kantsenelenbaum B.Z. Teoriya neregulyarnykh volnovodov s medlenno menyayushchimisya parametrami / B.Z. Kantsenelenbaum. – M.: AN SSSR, 1961 – 216 s.
4. Ginzburg V.L. Rasprostranenie elektromagnitnykh voln v plazme / V.L. Ginzburg. – M.: Nauka, 1967. – 683 s.
5. Odintsov N.N. Svyaz' mezhdu modami v mnogomodovoy linii peredachi / N.N. Odintsov, A.P. Zayats // Naukovi pratsi UDAZ im. O.S. Popova. – Odessa; 2000, - s. 66-68.
6. Mashkovtsev B.M. Teoriya volnovodov / B.M. Mashkovtsev K.N. Tsibizov, B.F. Emelin – M.-L.: Nauka, 1966 - 354 s.
7. Grodnev I.I., Vernik S.M. Linii svyati / I.I. Grodnev, S.M. Vernik. – M.: Radio i sviyaz', 1988. – 544 s.

Рецензія/Peer review : 25.10.2014 р. Надрукована/Printed : 16.11.2014 р.