

Ярошевич Н.П.

Сылывонюк А.В.

Ярошевич Т.С.

**Луцкий национальный  
технический  
университет**

УДК 621.9.048.6

## РАЗВИТИЕ ТЕОРЕТИЧЕСКИХ ОСНОВ МЕТОДА ДВОЙНОГО ПУСКА ВИБРАЦИОННЫХ МАШИН С ДЕБАЛАНСНЫМ ПРИВОДОМ

*Розглянуто перебіг процесу розбігу вібраційної машини з дебалансним приводом в разі подвійного пуску асинхронного електродвигуна. Наведено детальний опис прояву ефекту Зоммерфельда в резонансній зоні.*

*The course of the process of acceleration of unbalanced exiter of transresonance vibrating machine in case of reclosing is considered. The explanation of Sommerfelds effect is given.*

**Введение.** Перспективным направлением интенсификации многих технологических процессов в различных отраслях промышленности является использование вибрационной техники. В большинстве вибрационных машин и устройств колебания возбуждаются механическими дебалансными вибровозбудителями, которые приводят вращение электродвигателями асинхронного типа. Поскольку упругие опоры таких вибрационных машин, как правило, являются весьма «мягкими», в период разбега существует проблема прохождения через резонанс. На этой стадии движения возможно «застревание» скорости ротора двигателя с ограниченной мощностью (так называемого «неидеального» источника энергии), то есть проявление эффекта Зоммерфельда [1], что является крайне нежелательным.

Для снижения уровня колебаний во время прохождения через зону резонансных частот используют различные способы и средства – от вибровозбудителей с автоматически или вручную регулируемым статическим моментом дебаланса до алгоритмов управления с обратной связью [2, 3]. В практике эксплуатации вибрационных машин с инерционным возбуждением с той же целью используется метод так называемого «двойного пуска» [4], техническая реализация которого отличается относительной простотой. Однако теоретическое обоснование метода «двойного пуска» сделано на примере системы с одной колебательной степенью свободы в предположении, что момент двигателя изменяется по линейному закону.

В настоящей работе процесс разбега ротора дебалансного вибровозбудителя зарезонансной вибрационной машины при

использовании метода «двойного пуска» исследуется с учетом динамической характеристики электродвигателя. Задача рассматривается для машины, рабочий орган которой имеет три степени свободы. Приведенная трактовка проявления эффекта Зоммерфельда, полученная при анализе численного моделирования процесса пуска, полностью согласуется с классическими представлениями [1]. Показано, что описанные закономерности достаточно просто истолковываются с позиций вибрационной механики [5] – по большому счету, все они объясняются возникновением вибрационного момента, действующего на ротор вибровозбудителя.

**Схема и уравнения движения системы.** Схема рассматриваемой вибрационной машины представлена на рис. 1.

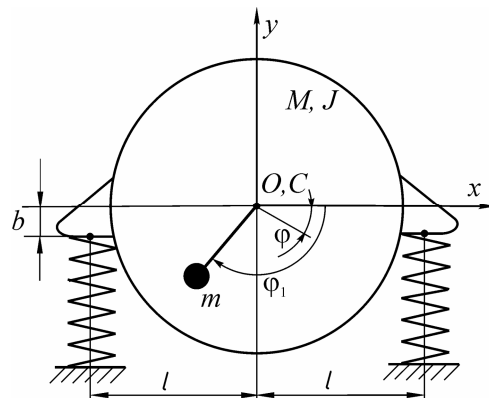
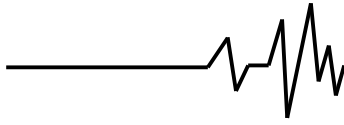


Рис. 1. Схема вибрационной машины

несущее твердое тело установлено на винтовых цилиндрических пружинах и может совершать малые плоско-параллельные колебания. В качестве привода используют



дебалансный вибровозбудитель, ротор которого с помощью подшипниковых опор жестко связан с несущим телом, проходит через его центр масс и приводится во вращение от электродвигателя асинхронного типа.

Обобщенными координатами колебательной системы являются смещения центра масс несущего тела  $x, y$ , углы поворота несущего тела  $\varphi$  и ротора возбудителя  $\varphi_1$ . Движения колебательной системы описываются дифференциальными уравнениями

$$\begin{aligned} M\ddot{x} + \beta_x \dot{x} + c_x x + c_{x\varphi} \varphi &= m\varepsilon (\ddot{\varphi}_1 \sin \varphi_1 + \dot{\varphi}_1^2 \cos \varphi_1), \\ M\ddot{y} + \beta_y \dot{y} + c_y y &= m\varepsilon (\ddot{\varphi}_1 \cos \varphi_1 - \dot{\varphi}_1^2 \sin \varphi_1), \\ J\ddot{\varphi} + \beta_\varphi \dot{\varphi} + c_\varphi \varphi + c_{x\varphi} x &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$I\ddot{\varphi}_1 = L(t) - R(\varphi) + m\varepsilon (\ddot{x} \sin \varphi_1 + \ddot{y} \cos \varphi_1 + g \cos \varphi_1),$$

где  $M, J$  – масса несущего тела и его момент инерции относительно оси, проходящей через центр масс;  $\beta_x, \beta_y, \beta_\varphi$  – коэффициенты демпфирования;  $c_x, c_y$  – жесткости пружин на сдвиг и растяжение-сжатие, соответственно;  $c_\varphi = c_y l^2 + c_x b^2$ ;  $c_{x\varphi} = -c_x b$ ;  $l, b$  – параметры, определяющие места крепления верхних концов пружин относительно центра масс несущего тела;  $I$  – суммарный момент инерции ротора возбудителя относительно оси вращения;  $m, \varepsilon$  – соответственно, масса возбудителя и его эксцентриситет;  $L(t), R(\varphi)$  – электромагнитный момент двигателя и момент сил сопротивления вращению;  $g$  – ускорение свободного падения.

Для учета момента электродвигателя использовались:

а) упрощенная динамическая характеристика асинхронного короткозамкнутого двигателя, полученная при допущении, заключающемся в пренебрежении активным сопротивлением статора по сравнению с активным сопротивлением ротора [6]. В соответствии с [6], расхождение расчетных и экспериментальных моментов в этом случае составляет не более 10%.

Дифференциальное уравнение, описывающее изменения электромагнитного вращающего момента в асинхронном двигателе, имеет вид

$$\begin{aligned} T_D^2 \xi \ddot{L}(t) + T_D \xi \left( 2 - \frac{T_D}{s} \right) \dot{L}(t) + \\ + \left( 1 - \frac{T_D \xi}{s} \right) L(t) = 2\xi L_{\max} s_e, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $T_D = \frac{1}{100\pi s_{kp}}$  – электромагнитная

постоянная времени;  $\xi = \frac{1}{1+s_e}$ ;  $s_e, s_{kp}, s$  – относительное, критическое и текущее скольжение, соответственно;  $L_{\max}$  – максимальный момент двигателя.

Отметим, что данная характеристика прежде всего использовалась для сравнительного анализа динамики моделируемых режимов движения вибрационных машин с электродвигателями разной мощности, поскольку в отличие от более сложных динамических моделей двигателей, в которых существуют проблемы с точностью определения их параметров, в эту характеристику входят лишь каталоговые данные двигателя;

б) достаточно полная система уравнений электромагнитных переходных процессов асинхронного двигателя [7]

$$\begin{aligned} \frac{di_{SA}}{dt} &= \alpha_1 (u_{SA} - R_S i_{SA}) + \alpha_2 \left( \frac{\dot{\varphi}_1}{\sqrt{3}} (\Psi_{RA} + 2\Psi_{RB}) + R_R i_{RA} \right), \\ \frac{di_{SB}}{dt} &= \alpha_1 (u_{SB} - R_S i_{SB}) - \alpha_2 \left( \frac{\dot{\varphi}_1}{\sqrt{3}} (2\Psi_{RA} + \Psi_{RB}) - R_R i_{RB} \right), \\ \frac{di_{RA}}{dt} &= -\alpha_2 (u_{SA} - R_S i_{SA}) - \alpha_3 \left( \frac{\dot{\varphi}_1}{\sqrt{3}} (\Psi_{RA} + 2\Psi_{RB}) + R_R i_{RA} \right), \\ \frac{di_{RB}}{dt} &= -\alpha_2 (u_{SB} - R_S i_{SB}) + \alpha_3 \left( \frac{\dot{\varphi}_1}{\sqrt{3}} (2\Psi_{RA} + \Psi_{RB}) - R_R i_{RB} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

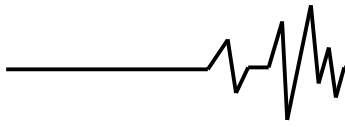
Вращающий момент на валу электродвигателя в данном случае может быть представлен в форме

$$L(t) = \sqrt{3} \cdot \frac{p_0}{\alpha_m} (i_{RA} i_{SB} - i_{RB} i_{SA}), \quad (4)$$

где  $i_{RA}, i_{SB}, i_{RB}, i_{SA}$  – проекции токов статора и ротора на координатные оси;  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_m, R_S, R_R$  – параметры статора и ротора;  $\Psi_{RA}, \Psi_{RB}$  – проекции полных потокоцеплений ротора;  $u_{SA}, u_{SB}$  – напряжения статора;  $p_0$  – число пар полюсов.

Момент сил сопротивления вращению ротора  $R(\varphi_1)$  обусловлен, преимущественно, сопротивлением в подшипниках вибровозбудителя и определяется по формуле  $R_1(\varphi_1) = 0,5 f^* m \varepsilon \dot{\varphi}_1^2 d$ , где  $f^*$  – приведенный коэффициент трения в подшипнике;  $d$  – диаметр его внутреннего кольца.

Моделирование процесса разбега ротора дебалансного вибровозбудителя сводится к совместному численному интегрированию



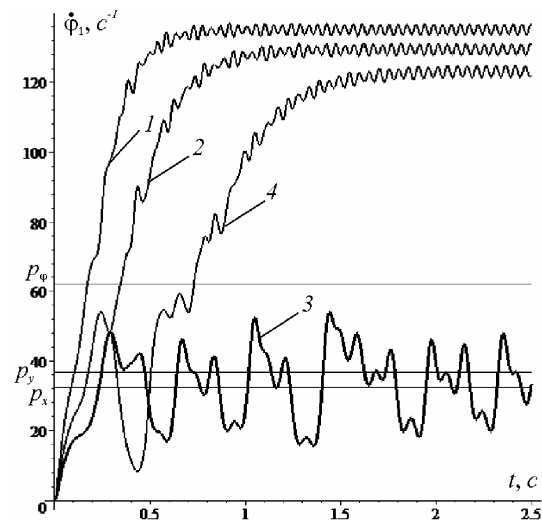
уравнений механической (1) и электрической (2) или (3) подсистем (в зависимости от используемой модели двигателя) в программной среде Maple при таких значениях параметров:  $M = 330 \text{ кг}$ ;  $J = 8,02 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$ ;  $m = 30 \text{ кг}$ ;  $\varepsilon = 0,044 \text{ м}$ ;  $f^* = 0,004$ ;  $d = 0,04 \text{ м}$ ;  $l = 0,23 \text{ м}$ ;  $b = 0,1 \text{ м}$ ;  $\beta_x = \beta_y = 1120 \text{ кг} / \text{с}$ ;  $\beta_\varphi = 70,3 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 / \text{с}$ ;  $c_y = c_x = 4,47 \cdot 10^5 \text{ Н} / \text{м}$ . При этом использовались трехфазные асинхронные короткозамкнутые двигатели серии 4А с синхронной частотой вращения  $n_c = 1500 \text{ об} / \text{мин}$ .

**Результаты моделирования.** На рис. 2 представлены зависимости угловой скорости ротора во время разбега для двигателей разной мощности. Как видно из графиков, для рассматриваемых параметров колебательной системы в случае замены двигателя мощностью  $P = 1,5 \text{ кВт}$  на двигатель мощностью  $P = 2,2 \text{ кВт}$ , «застывание» скорости ротора практически не наблюдается, при этом заметно уменьшаются как максимальные величины амплитуд колебаний несущего тела, так и промежутки времени, на протяжении которых амплитуды приобретают установившиеся значения; при мощности двигателя  $P = 1,1 \text{ кВт}$  его разбег и выход на резонансный режим вращения невозможен (рис. 2, кривая 3). В то же время для двигателя такой мощности реализован разбег ротора с выходом на установившийся режим вращения с угловой скоростью, близкой к номинальной, с помощью метода «двойного пуска» (рис. 2, кривая 4).

На рис. 3 представлены временные зависимости вибрационных моментов, действующих на ротор возбудителя во время прямого пуска для двигателей с мощностями  $P = 1,5 \text{ кВт}$  и  $P = 1,1 \text{ кВт}$ . Величина момента сил сопротивления  $R(\dot{\varphi}_1)$  в этот период движения незначительна, и он заметно не влияет на динамику разгона двигателя; влияние других моментов является существенным. Однако если изменения моментов двигателя и сил веса дебаланса предсказуемы, то о вибрационном моменте этого утверждать нельзя – в зависимости от параметров колебательной системы его величина и характер могут существенно изменяться.

В начале разбега величина вибрационного момента является незначительной, и он практически не влияет на скорость вращения ротора. С увеличением частоты вращения интенсивность колебаний

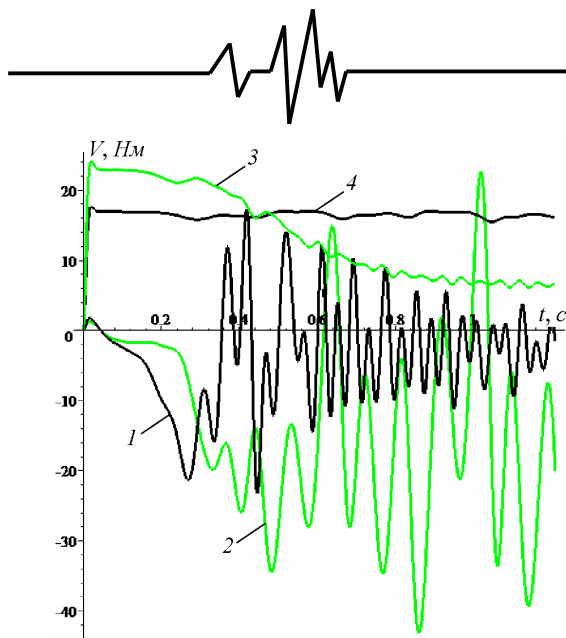
несущего тела растет, и, соответственно, растет величина вибрационного момента (рис. 3). Особенно существенно увеличивается вибрационный момент, когда скорость ротора проходит частоты собственных колебаний системы. Поскольку в этот период движения он является полностью тормозящим, то возрастание скорости ротора заметно замедляется. Естественно, чем большей выбрана мощность двигателя (больше ускорение разбега), тем при высшей частоте проявляется торможение ротора и тем менее выраженным оно является (рис. 2).



**Рис. 2. Временные зависимости скорости ротора во время разбега: прямой пуск, 1 –  $P = 2,2 \text{ кВт}$ ; 2 –**

**1 –  $P = 1,5 \text{ кВт}$ ; 3 –  $P = 1,1 \text{ кВт}$ ; «двойной пуск», 4 –  $P = 1,1 \text{ кВт}$**

Сразу же после выхода ротора из зоны резонансных частот вибрационный момент непременно на некоторое непродолжительное время становится вращательным, а далее его изменения приобретают затухающий характер. В итоге его колебания происходят относительно отрицательного смещенного уровня, величина которого достаточно мала и определяется сопротивлением колебаниям упругоподвешенного несущего тела (рис. 3, кривая 1). Из графика следует, что вибрационный момент является, в среднем, дополнительной динамической нагрузкой на ротор электродвигателя и что его существенное тормозящее действие проявляется в сравнительно узком околорезонансном диапазоне частот.

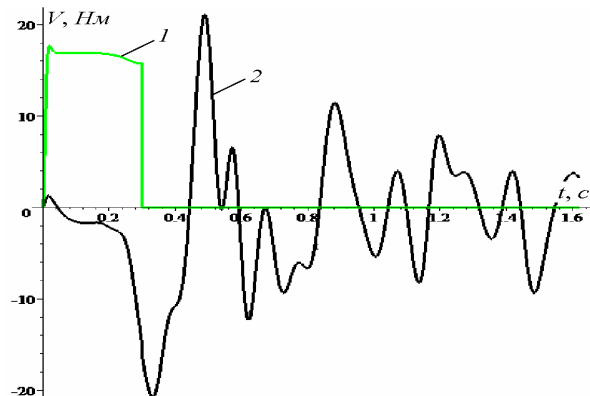


**Рис. 3. Временные зависимости  
вибрационного (1, 2) и электромагнитного  
(3, 4) моментов: 1, 3 –  $P = 1,5 \text{ кВт}$ ; 2, 4 –  
 $P = 1,1 \text{ кВт}$**

Если мощность двигателя недостаточна (рис. 3, кривая 2) и в процессе разбега в резонансной зоне ротор вращается со сравнительно небольшим ускорением, то на этой стадии движения, вместе со значительным ростом амплитуды колебаний несущего тела, происходит существенное увеличение тормозящего вибрационного момента, противодействующего дальнейшему разгону ротора. При этом тормозящий момент со временем не уменьшается, а имеют место его колебания вблизи значения, по модулю приблизительно равным пусковому моменту двигателя. В результате рост скорости ротора в области собственных частот системы стремительно замедляется, и наступает ее «застывание» – наблюдаются периодические колебания частоты вращения ротора вблизи резонансных значений. Обратим внимание, что эти колебания являются полумедленными в отличие от практически всегда имеющих место быстрых колебаний с частотой  $2\omega$  [8]. Вся энергия, потребляемая двигателем, тратится лишь на поддержание интенсивных резонансных колебаний несущего тела.

График, изображенный на рис. 4, иллюстрирует изменение во времени вибрационного момента после выключения электродвигателя при входе в зону резонанса ( $t_{\text{выкл}} = 0,3 \text{ с}$ ). Из графика следует, что, как и во время «застывания», так и в случае выключения двигателя в зоне резонанса, имеют место полумедленные колебания вибрационного момента, при этом они происходят относительно нулевого уровня.

Таким образом, в отличие от процесса разбега, когда вибрационный момент является большей частью тормозящим, во время выбега он практически в равной степени становится и тормозящим, и вращательным.

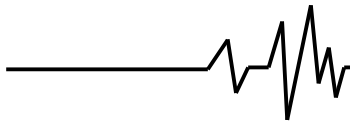


**Рис. 4. Временные зависимости: 1 –  
вибрационного момента; 2 –  
электромагнитного момента в случае  
выключения двигателя во время разбега,  
 $t_{\text{выкл}} = 0,3 \text{ с}$ ,  $P = 1,1 \text{ кВт}$**

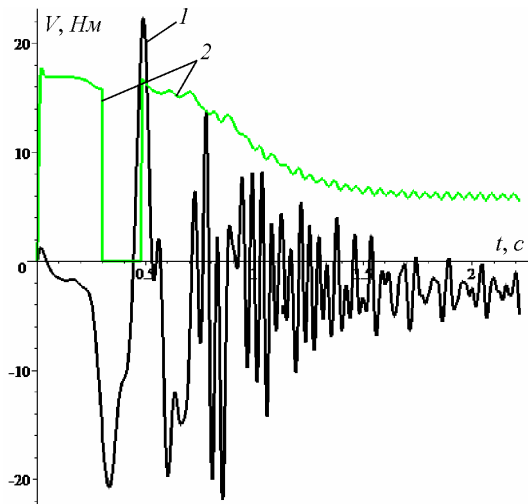
Естественно, отрицательный вибрационный момент отвечает передаче энергии от вращательного движения ротора возбудителя колебательному движению несущего тела, при этом во время разбега до зоны резонанса происходит существенное накопление энергии упругоподвешенным несущим телом; положительный вибрационный момент отвечает передаче энергии ротору возбудителя, что сопровождается существенным ускорением последнего. Этот факт используется в случае применения метода «двойного пуска» двигателя.

На рис. 5 представлены зависимости от времени вибрационного момента, который действует на ротор возбудителя в случае применения «двойного пуска» двигателя недостаточной мощности  $P = 1,1 \text{ кВт}$ . Отметим, что за  $t_{\text{выкл}}$  был взят момент времени начала «застывания» скорости ротора;  $t_{\text{повт.вкл}}$  выбиралось из первого часового диапазона полумедленных колебаний скорости ротора после выключения двигателя, на протяжении которого она возрастала, путем последовательного моделирования повторных пусков с шагом  $\Delta t = 0,01 \text{ с}$ . Заметим, что для практической реализации метода «двойного пуска» может быть использовано техническое решение [9].

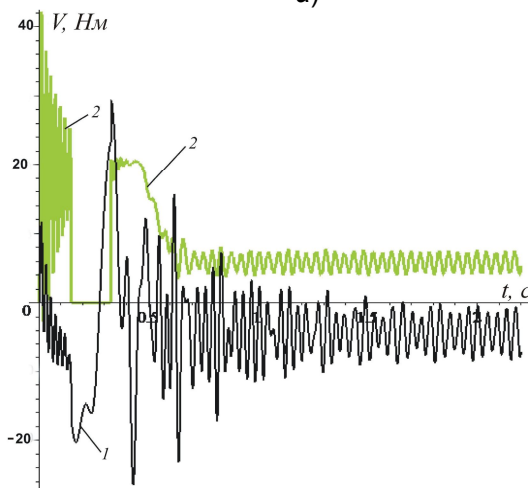
Как видим (рис. 5), в момент повторного включения двигателя на ротор, кроме



электромагнитного момента, дополнительно действует вращательный вибрационный момент, соизмеримый с пусковым моментом двигателя. В результате имеет место более интенсивный разбег ротора. В итоге, угловая скорость ротора двигателя достигает номинальной величины.



а)



б)

**Рис. 5. Временные зависимости:**

**1 – вибрационного момента;**

**2 – электромагнитного момента в случае «двойного пуска» двигателя,**

$$t_{\text{выкл}} = 0,3 \text{ с}, t_{\text{повт.вкл}} = 0,48 \text{ с}, P = 1,1 \text{ кВт},$$

**а) первая характеристика двигателя;**

**б) вторая характеристика двигателя**

**Заключение.** В основе метода «двойного пуска» лежит использование полумедленных колебаний вибрационного момента, которые имеют место после включения электродвигателя в зоне резонанса; необходимым условием успешного использования метода является, прежде всего,

действие на ротор возбудителя в момент повторного включения двигателя вращательного вибрационного момента.

Обе используемые модели электродвигателя приблизительно одинаково описывают динамику вибрационных машин. Результаты моделирования свидетельствуют, что высокочастотные колебания момента двигателя, обусловленные электромагнитными переходными процессами, несущественно проявляются на движении несущего тела, по крайней мере, когда оно, как в исследуемом случае, является мягко виброизолированным.

Предложенная методика исследования предоставляет возможность: анализировать переходные процессы в колебательной системе с дебалансным вибровозбудителем с учетом ее взаимодействия с асинхронным электродвигателем; подбирать мощность привода зарезонансной вибрационной машины, а также, в случае применения метода «двойного пуска», определять оптимальные моменты времени выключения и повторного включения двигателя.

#### Литература

1. Блехман И.И. Синхронизация динамических систем. М.: Наука, 1971, 896 с.
2. Управление мехатронными вибрационными установками / Под. ред. И.И. Блехмана и А.Л. Фрадкова. СПб.: Наука, 2001, 278 с.
3. Томчин Д.А., Фрадков А.Л. Управление прохождением ротора через зону резонанса // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2005, №5, С.66-71.
4. Гортинский В.В. Об одном способе управления запуском колебательной системы с инерционным возбудителем. Механика машин. М.: Наука, 1991, вып. 58, С. 42-46.
5. Блехман И.И. Вибрационная механика. М.: Физматлит, 1994, 400 с.
6. Левин А.И. Математическое моделирование в исследованиях и проектировании станков. М.: Машиностроение, 1978, 184 с.
7. Чабан В.Й. Математичне моделювання електромеханічних процесів. Львів: Вид. ун-ту «Львівська політехніка», 1997, 342 с.
8. Блехман И.И., Индейцев Д.А., Фрадков А.Л. Медленные движения в системах с инерционным возбуждением колебаний // Проблемы машиностроения и надежности машин. 2008. №1. – С. 25-31.
9. Ярошевич Т.С., Силивонюк А.В. Спосіб пуску вібромашини з дабалансним приводом. Патент України № 38199, 2008, бюл. №24.