

Сокол Г.И.,

Горбенко Е.В.

*Днепропетровский  
национальный  
университет  
им. О.Гончара*

УДК 621.01

## МОДЕЛЬ КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЫ АГРЕГАТНОГО СТАНКА И ЕЕ АНАЛИЗ

*В даний час коливання набувають особливого значення у зв'язку з бурхливим зростанням потужностей машин, швидкостей руху їх механізмів, забезпеченням стійкості і керованості систем. Коливання надзвичайно небезпечні, коли виникають похибки в роботі машин і механізмів. Тому виникає потреба у вживанні моделювання коливальної системи окремо визначеного верстата. Розроблена модель і наведено розрахунок характеристик коливань металорізального агрегатного верстата.*

*At the present time variations are the particular importance in the burgeoning power of machines, of the velocities of their mechanisms, of the sustainability and of the manageability. Variations are extremely dangerous when there are errors in the machines. This article includes a calculation of some parameters of machine tool vibration.*

В настоящее время колебания приобретают особое значение в связи с бурным ростом мощностей машин, скоростей движения их механизмов, обеспечением устойчивости и управляемости систем [1]. Колебания чрезвычайно опасны, когда возникают погрешности в работе машин и механизмов, увеличивается износ, заметно понижается надежность, появляется возможность разрушений и аварий.

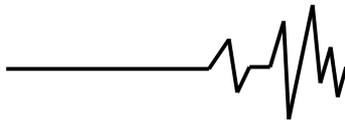
Поэтому внедряются новые методики для расчета колебаний различных объектов машиностроения, позволяющие правильно оценить воздействия, проводятся экспериментальные исследования параметров колебаний и анализируются результаты измерений.

Последние 10-15 лет большое внимание уделяется определению технического состояния на основе вибрационной диагностики станочного оборудования. Для эффективной работы системы необходимы новые методы и способы модели с математическими зависимостями и правилами распознавания технического состояния. В

частности, частотные методы удобны возможностью использования расчетных и экспериментально полученных характеристик, а также их сочетания [2].

Они применимы для учета существенного различия частотных характеристик в процессе резания при двух видах изменения толщины срезаемого слоя: в процессе колебания резца относительно заготовки и при резании заготовки с периодически изменяющимся припуском, так как сила на задней поверхности изменяется только при наличии относительных смещений резца и заготовки [3].

Простейшая модель системы станок – процесс резания представляет собой колебательную систему с одной степенью свободы (перемещение резца в направлении изменения толщины срезаемого слоя), на которую воздействует сила резания в виде составляющей по этому же направлению. Потеря устойчивости и появление автоколебаний возможно только при фазовом отставании изменения силы от смещения. Причиной этого отставания является указанная выше зависимость силы от толщины стружки.



Специальный интерес представляет рассмотрение модели системы при собственно неустойчивом процессе резания, т.е. при образовании элементной или суставчатой стружки, а также при формировании периодически срывающегося нароста. Условия, в частности режимы резания, при которых эти явления возникают, могут быть определены из рассмотрения упругопластического деформирования как сложной системы взаимодействия деформации, напряжений и изменений свойств материала в процессе деформирования и теплообразования.

Более сложные модели системы учитывают специфику влияния колебательной упругой системы станка, имеющей много степеней свободы. Система представляется имеющей две степени свободы в плоскости действия силы трения, перпендикулярной поверхности скольжения. Главные оси жесткости системы, несущей скользящее тело, не совпадают с направлением силы трения и нормальной нагрузки. Суммирование колебаний по направлениям главных осей жесткости, происходящих со сдвигом по фазе, дает эллиптическую траекторию движения трущегося тела. Если система неустойчива, то при колебательном движении в сторону действия силы трения тело сильнее прижимается к направляющим, и сила трения возрастает, а при движении против силы трения – давление меньше, и сила трения уменьшается. Работа силы трения за цикл колебания, пропорциональная площади эллипса перемещений, идет на поддержание колебаний незатухающими. При этом нормальная сила изменяется как консервативная упругая сила [4].

В [5] подробно рассмотрена диагностика и динамика прокатных станов. Опыт исследования динамических процессов показывает, что при определенной общности характера колебаний каждая клетка имеет свой динамический «портрет».

Определенную роль в исследованиях по вибродиагностике тяжелого металлургического оборудования сыграли результаты научных исследований изложенные в монографии по надежности, ремонту и монтажу. Данные исследований приведены в фундаментальном справочнике по надежности [6]. Ряд работ посвящен теоретическим разработкам: применению Марковских процессов, анализа в системах диагностики, сверхбыстрого преобразования Фурье. В работах [7] рассматриваются методологические вопросы исследования динамики металлургических

машин, проблем защиты их от поломок, моделирования повреждений в деталях. В Украине издан ряд монографий и учебных пособий, в которых освещаются вопросы технической диагностики металлургического оборудования [8].

В [9] рассмотрены причины возникновения колебаний в отдельных узлах металлорежущих станков, дана оценка влияния конструкции станков на их устойчивость при резании. Освещены вопросы динамической точности станков; приведены рекомендации по повышению точности обработки. Особое внимание уделено станкам с числовым программным управлением и прецизионным.

Однако, в работах [1-9] до сих пор не проводилось моделирование колебаний в агрегатных станках. Целью настоящей работы является составление модели колебательной системы агрегатного станка, которая позволит определить амплитуды и частоты колебаний как отдельных узлов, так и всей системы станка. А также выявление тех соединений отдельных узлов, где возникают колебания значительных амплитуд, разработка методов гашения нежелательных колебаний.

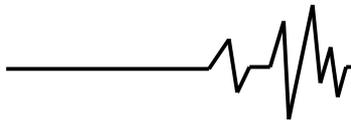
#### **Основная часть**

##### **1. Методика расчета.**

Моделирование колебательной системы агрегатного станка предлагается выполнить с использованием метода электромеханических аналогий. Этот метод позволяет определить резонансные частоты механических систем, для которых традиционные методы неприемлемы.

Электроакустическая аппаратура и акустические устройства состоят из электрических, механических и акустических элементов, объединенных в системы. К электрическим элементам относятся индуктивности, емкости, активные сопротивления, трансформаторы, к механическим и акустическим — массы, упругости, сопротивления потерь (например, на трение) и своего рода — механоакустические трансформаторы. Эти элементы комбинируют в электрические, механические и акустические системы в виде различного рода контуров и цепочек, а также в виде электромеханических и электроакустических преобразователей. Под последними понимают устройства преобразования колебаний одного вида энергии в другой, например, акустических колебаний в электрические или электрических в акустические.

Системы элементов бывают с сосредоточенными и распределенными



параметрами. Механические системы могут рассматриваться как с сосредоточенными, так и с распределенными параметрами в зависимости от диапазона частот [10].

Одинаковый порядок и форма дифференциальных уравнений описывающих колебания в средах с одной упругой постоянной, то есть акустических процессов, механических и электрических, позволяют установить аналогии между параметрами всех этих процессов.

Разработанные в электротехнике удобные и наглядные методы анализа колебательных процессов и систем дают возможность провести подобный анализ в механических системах.

Подобно тому, как сложную электрическую цепь можно представить в виде многоэлементного двухполюсника или многополюсника, реальную механически систему можно заменить некоторой идеализированной системой, состоящей из большого числа соединенных между собой механических элементов. Способ соединения элементов определяется характером распределения сил и перемещений [11].

Для определения резонансной частоты механической системы, прежде всего, составляют физическую модель колеблющейся системы и расчетную схему. Расчетная схема исследуемой колеблющейся системы изображается в виде дискретных масс, связанных между собой упругими связями. Важную роль здесь играет коэффициент жесткости механических систем  $C$ .

При решении задачи об определении частотой характеристики колеблющейся системы, ее заменяют эквивалентной [12]. Приведенная жесткость эквивалентной механической системы при последовательном соединении элементов равна

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \dots + \frac{1}{C_n}, \quad (1)$$

где  $C_1, C_2, \dots, C_n$  - жесткости на отдельных участках. При параллельном соединении элементов системы приведенная жесткость равна сумме жесткостей на отдельных участках

$$C = C_1 + C_2 + \dots + C_n. \quad (2)$$

При смешанном соединении элементов в расчете жесткости системы следует придерживаться правил последовательного и параллельного соединения.

Схема агрегатного станка согласно [12] можно представить как колебательную систему, состоящую из отдельных масс  $m_i$

соединенных упругими связями с жесткостью  $C_i$ .

Составляем расчетную схему исследуемой системы. Жесткость каждого из упругих элементов характеризуется коэффициентом жесткости  $C$ , который численно равен силе упругости (или момента), что вызывает единичное перемещение. В случае деталей и узлов станка жесткости выражаем через линейные размеры упругой связи и материала. Упругие связи представляют ступенчатые участки. Жесткости  $C$  на каждом участке необходимо определить. Рассматриваем отдельные узлы станка как последовательное или параллельное соединение масс упругими связями, что позволяет провести расчет собственных частот металлорежущего агрегатного станка. Первоначально составляем расчетную схему (рис. 1, 2), где 1 – силовая головка с многшпindleльной насадкой, 2 – стойка, 3 – боковая станина, 4 – основание, 5 – стол с приспособлением, 6 – деталь.

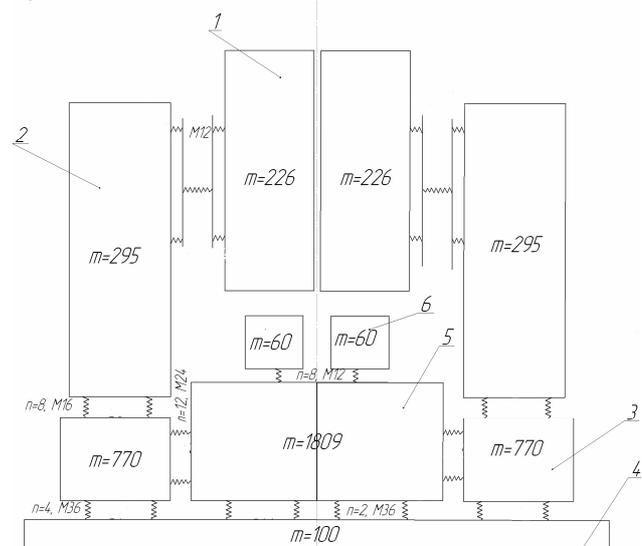


Рис. 1 – Расчетная схема  
металлорежущего агрегатного станка

При расчете важно понимать, что данный агрегатный станок имеет три позиции обработки: позиция 1 – загрузочная, 2 и 3 – сверление отверстий в детали.

На основе схемы, представленной на рис. 1 и 2, составляем математическую модель расчета масс и жесткостей отдельных узлов станка.

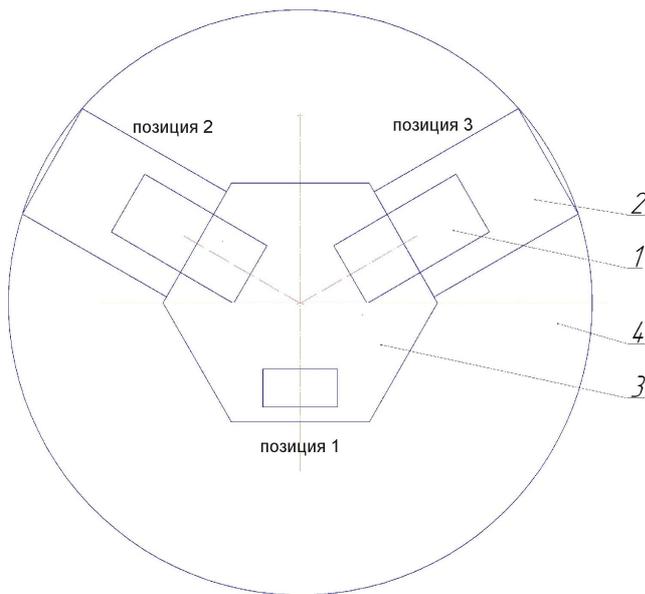
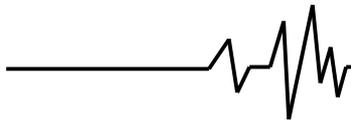


Рис. 2 – Вид сверху агрегатного станка

Силовая головка с многошпиндельных насадкой, стол со станиной, деталь с приспособлением соединены жестко, поэтому коэффициент жесткости между ними не учитывается.

Разобьем всю схему агрегатного станка на отдельные узлы.

**2. Результаты расчетов и их анализ.**

Узел первый (рис. 3) состоит из силовой головки с многошпиндельных насадкой 1 и стойки 2.

Элементы 1 и 2 соединены болтами  $M_{12}$  и пластиной. Болт принимается за цилиндрический стержень. Тогда значение жесткости будем искать из выражения [12]

$$C = \frac{E\pi R^2}{l}, \left[ \frac{H}{M} \right] \quad (3)$$

где  $E$  – модуль упругости материала первого рода,

$R$  – радиус болта,

$l$  – длина болта.

В результате расчета на основании (2) рассчитаем суммарную жесткость болтового соединения, состоящего из двух болтов  $M_{12}$  между элементом 1 и пластиной, установленных параллельно друг другу. Получаем  $C_{\Sigma}$  равно 2,12 МН/м. Два болта между элементом 2 и пластиной имеет такое же значение  $C_{\Sigma}$ .

Коэффициент жесткости пластины равен [12]

$$C = \frac{E \cdot l^3}{12(1 - \mu^2)} = 683 \cdot 10^6, \left[ \frac{H}{M} \right] \quad (4)$$

где  $E$  – модуль упругости материала второго рода,

$l$  – длина пластины;

$\mu$  – коэффициент Пуассона.

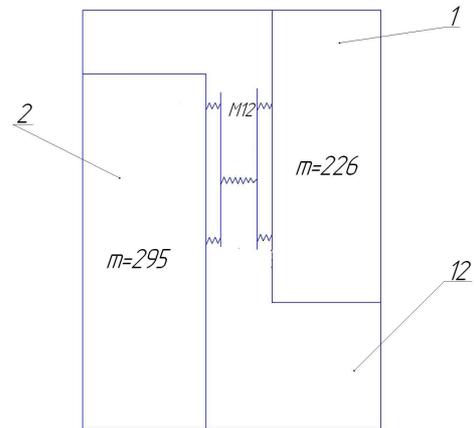


Рис. 3 – Узел первый агрегатного станка

Два болта между элементом 1 и пластиной, между элементом 2 и той же пластиной и сама пластина соединены последовательно. Поэтому расчет жесткости  $C_i$  соединяя элементы 1 и 2 проводим на основании соотношения (1). Жесткость  $C_i$  соединения элементов 1 и 2 равна 0,94 МН/м.

Массы в первом узле расположены последовательно, поэтому приведенная масса определится из соотношения [12]

$$\frac{1}{m_{12}} = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} \quad (5)$$

где  $m_1$  – масса силовой головки с многошпиндельной насадкой;

$m_2$  – масса стойки.

Позиции 2 и 3 содержат силовые головки с многошпиндельными насадками. Тогда  $m_{12}=m_{1'2}=127,97$  (кг).

Узел второй (рис. 4) состоит из соединения первого узла с боковой станиной 3 8-ю болтами  $M_{16}$ .

Коэффициент жесткости каждого болта находится также как для цилиндрического стержня. Болты расположены параллельно. Жесткость для позиции 2  $C_2$  и для позиции 3  $C_2$  определяется согласно (2). Рассчитанное значение жесткости составило 17,28 МН/м.

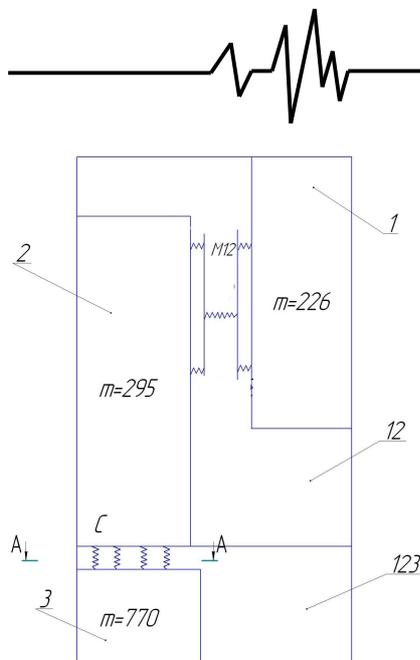


Рис. 4 – Узел второй агрегатного станка

Массы в узле 2 соединены параллельно, поэтому приведенная масса согласно (2) для позиции 2 и 3 будет иметь вид

$$m_{123} = m_{1'2'3} = m_{12} + m_3,$$

где  $m_{123}$  – приведенная масса силовой головки, стойки и ботовой станины для позиции 2,  $m_{1'2'3}$  – приведенная масса силовой головки, стойки и ботовой станины для позиции 3.

Рассчитанное значение приведенной массы 897,97 кг.

Узел третий (рис. 5) состоит из стола с приспособлением 5 и детали 6. На столе станка одновременно устанавливаются для обработки 3 детали.

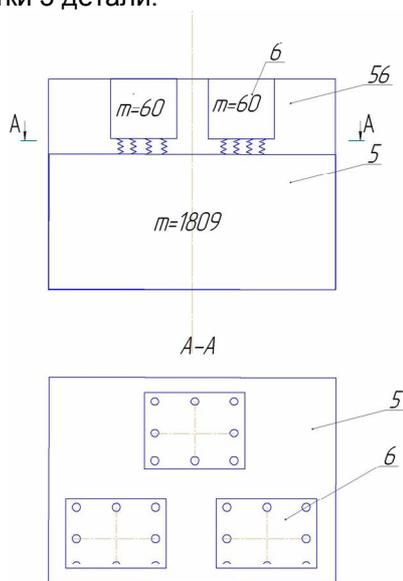


Рис. 5 – Узел третий агрегатного станка

Элементы 5 и 6 соединяются болтами  $M_{12}$ . Коэффициент жесткости каждого

находится как для полого стержня. Количество болтом – 8. Они расположены параллельно. Согласно (2) жесткость  $C_3$  равна 10,4 МН/м.

Массы деталей расположены последовательно, а массы каждой детали относительно стола – параллельно. Поэтому приведенная масса всего узла три находится согласно (1), складываем ее с массой стола согласно (2).  $m_{65}$  для данного третьего узла равна 1989 кг.

Узел четвертый (рис. 6) состоит из соединения узла второго с узлом третьим.

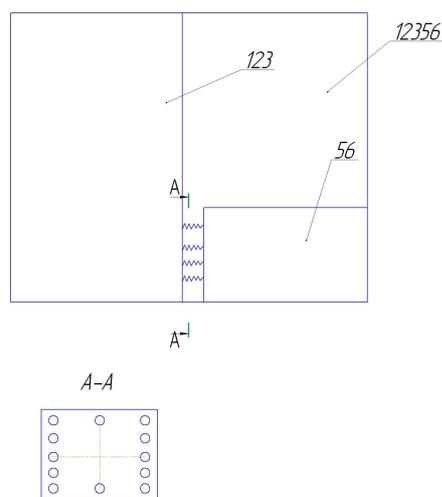


Рис. 6 – Узел четвертый агрегатного станка

Соединены узлы между собою болтами  $M_{24}$ . Для позиции 2 и 3 их количество составляет по 12. Соединяют отдельные узлы так, что они установлены параллельно. Тогда согласно формуле (2)  $C_4 = C_4 = 47,52$  МН/м.

Массы  $m_{123}$  и  $m_{65}$  расположены последовательно, поэтому выражения для приведенной массы имеет вид

$$\frac{1}{m_{12356}} = \frac{2}{m_{123}} + \frac{1}{m_{56}} \quad (6)$$

Из расчетов на основе (6) имеем  $m_{12356} = 366$  (кг)

Узел пятый (рис. 7) состоит из узла четвертого и основания 4.

Узел четвертый с основание соединен посредством болтов  $M_{36}$ . 12 болтов расположены между собой параллельно. Приведенная жесткость определена согласно (2). Ее рассчитанное значение составило 94,8 МН/м.

Массы  $m_{12356}$  и  $m_4$  расположены параллельно, тогда суммарная масса определяется как

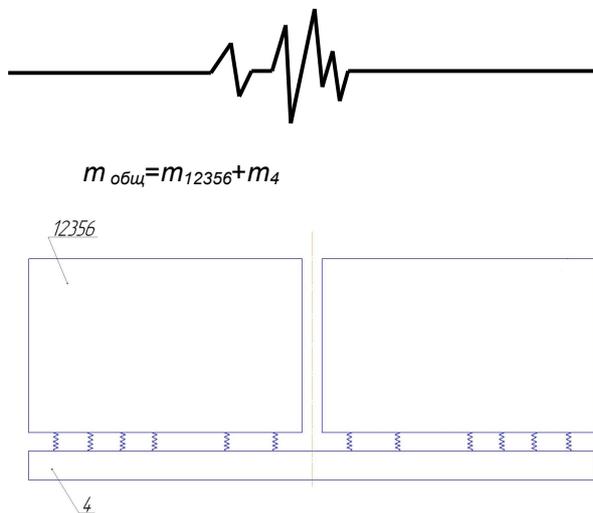


Рис. 7 – Узел пятый агрегатного станка

Рассчитанное значение суммарной массы  $m_{общ}$  равно 466 кг.

Зная жесткость каждого узла, и применяя метод электромеханических аналогий, можем найти жесткость всей системы агрегатного станка  $C_{общ}$ .  $C_2$  с  $C_3$  расположены параллельно и значение жесткости этого соединения  $C_{23}$  находится согласно (1).  $C_1$ ,  $C_{23}$ ,  $C_4$ ,  $C_5$  расположены параллельно и их сумма рассчитывается согласно (2). Тогда значение жесткости всей системы будет равно 95,04 МН/м.

Из сравнения жесткостей каждого из узлов можно сделать вывод, что жесткость между элементами 1 и 2 значительно меньше, чем жесткость между остальными узлами. Поэтому необходимо увеличить значение жесткости. Это можно сделать используя ряд конструктивных особенностей. Увеличив количество болтов, жесткость уменьшается, что не приемлемо. Увеличение длины болтов тоже не дал положительных результатов. Положительный результат получен при включение в соединение резиновой прокладки (рис. 8).

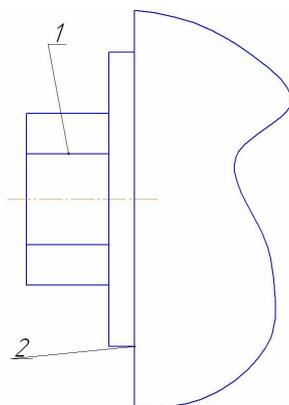


Рис. 8 – Схема установки болта 1 на резиновой подкладке 2.

Согласно проведенным расчетам значение жесткости путем установки прокладки – увеличено в 44,46 раза, что составило 45,4 МН/м и привело к положительному результату.

Новое значение жесткости первого узла  $C_{общ}$  равно 185,94 МН/м.

Проведем расчет собственной круговой частоты  $\omega_0$  колебательной системы агрегатного станка на основании известного соотношения [13]

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{C_{общ}}{m_{общ}}} = 632,46 \text{ (рад/с)},$$

где  $C_{общ}$  – коэффициент жесткости станка,  $m_{общ}$  – масса станка.

Частота колебаний имеет величину

$$f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = 100,71 \text{ (Гц)}$$

При изучении классической колебательной системы без демпфирования обычно определяют три интегральные характеристики: амплитуда, частота собственных колебаний, начальная фаза [13]. Для системы с демпфированием вводится добротность колебательной системы  $Q$ .

Рассмотрим вынужденные колебания системы агрегатного станка в установившемся режиме. Амплитуда колебательной системы  $A_v(\omega)$  согласно [13]

$$A_v(\omega) = \frac{\omega F_0}{m \sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + (2h\omega)^2}}, \quad (7)$$

где  $\omega$  – круговая частота для агрегатного станка;

$\omega_0$  – собственная круговая частота;

$F_0$  – сила резания;

$h$  – коэффициент затухания.

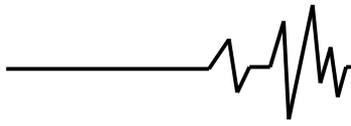
Для данного агрегатного станка  $\omega = 118$  рад/с,  $F_0 = 537$  кГ. Рассчитанное значение амплитуды на основании (7) составило 0,04м.

Для системы без демпфирования амплитуда свободных колебаний определяется как [13]

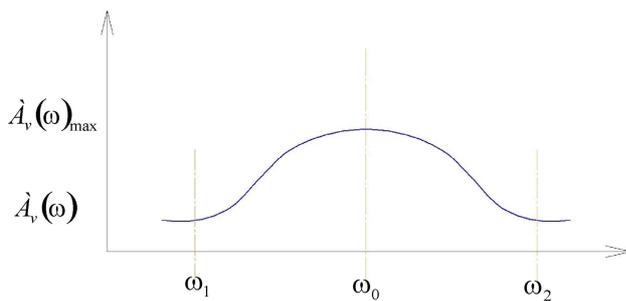
$$A_v(\omega)_{\max} = \frac{\omega F_0}{m \sqrt{(\omega^2)^2 + (2h\omega)^2}}, \quad (8)$$

Рассчитанное значение амплитуды на основании (8) составило 2,88м.

Для составления частотной зависимости скорости системы агрегатного станка откладываем частоты  $\omega_1, \omega, \omega_2$  и соединяем их аппроксимируемой кривой.



**Література**



**Рисунок 9 – Частотная зависимость скорости системы агрегатного станка**

Амплитудно-частотная характеристика  $A_v(\omega)$  приведена на рисунке 4.5. Частотный интервал  $\omega_1 \leq \omega \leq \omega_2$  определяет частоты, на которых кинетическая энергия системы в 2 раза меньше, чем на частоте  $\omega_0$ . На основании частотного интервала  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$  или ширины резонансной кривой определяем добротность системы в виде

$$Q = \frac{\omega_0}{\omega_2 - \omega_1}$$

Расчетное значение Q составило 0,61.

Можно сделать вывод, что частота собственных колебаний значительно меньше, чем частота вынужденных колебаний. Это говорит о том, что собственные и вынужденные частоты разнесены значительно далеко и явление резонанса для схемы станка отсутствует. То есть в настоящей схеме агрегатного станка массы отдельных узлов и жесткости соединений обеспечивают их совместную работу всей схемы станка в безрезонансном режиме.

**Выводы.**

- 1) Создана методика, которая позволяет осуществлять физическое и математическое моделирование схемы агрегатного станка.
- 2) Разработана расчетная схема, на основе которой определены массы и жесткости как отдельным узлом, так и всей сложной системы агрегатного станка.
- 3) Расчетное значение добротности системы станка показало, что станок работает в безрезонансном режиме.
- 4) В месте минимального значения жесткости в схеме установлена амортизирующая прокладка, что позволило снизить амплитуду колебаний, передаваемых от силовой головки с многошпиндельной насадкой к стойке.

1. Патон Б.Е. О состоянии работ в Украине по технической диагностике промышленного оборудования, конструкций и сооружений. Доклад на 3-м расширенном заседании Технического комитета по технической диагностике и неразрушающему контролю (ТК-78) 27 мая 1999г. Направление «Техническая диагностика//Техническая диагностика и неразрушающий контроль», 1999, №3. – С. 66-68.

2. Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. / Ред. В.Н. Челомей (пред.). – М.: Машиностроение, 1980. – Т.3. Колебания машин, конструкций и их элементов / Под ред. Ф.М. Диментберга, К.С. Колесникова. 1980. – 544 с.

3. Кривоухов В.А. Высокочастотные вибрации резца при точении / В.А. Кривоухов, А.Л. Воронов. – М.: Оборонгиз. – Вып. 67. – 1956. – 76 с.

4. Кудинов В.А. Динамика станков / В.А. Кудинов. – М.: Машиностроение, 1967. – 359 с.

5. Веренев, В.В. Диагностика и динамика прокатных станов. – Днепропетровск: ИМА – пресс, 2007. – 144 с.

6. Гребенник В.М., Цапко В.К. Надежность металлургического оборудования (оценка эксплуатационной надежности и долговечности): Справочник. – М.: Металлургия, 1989. – 592 с.

7. Плескач Б.В. Анализ динамики машин и оборудования и их защита от вибрации // Вибрация машин: измерение, снижение, защита. Донецк. – 2005. - № 3. – С. 34-38.

8. Кияновский Н.В. Новые разделы в теории и практике надежности машин. – Кривой Рог. – Минерал. 1998. – 270 с.

9. Кедров С.С. Колебания металлорежущих станков / С.С. Кедров. – М.: Машиностроение, 1978. – 199 с.

10. Сапожков М.А. Электроакустика / М.А. Сапожков. – М., 1978. – 272 с.

11. Лепендин Л.Ф. Акустика / Л.Ф. Лепендин. – М., 1978. – 448 с.

12. Косько, И.К. Динамика переходных процессов: [Текст]. Учеб.пособ. / И.К. Косько, Г.И. Сокол, Л.П. Скочко. – Д., 1988. – С. 3-14.

13. Швайко М.Ю. Основы теории колебаний механических систем / М.Ю. Швайко. – Д.: РВВ ДГУ, 2000. – 268 с.