



Надутый В. П.

Елисеев В. И.

Луценко В. И.

*Институт  
геотехнической  
механики  
им. Н. С. Полякова  
НАН Украины*

Naduty V. P.

Yeliseev V. I.

Lutsenko V. I.

*Institute of Geotechnical  
Mechanics of NAS of  
Ukraine*

УДК 622.7:741.6:532.5:536.2

## ЭФФЕКТ ПОДЪЕМА ВЛАЖНЫХ ЧАСТИЦ В ВЕРТИКАЛЬНОЙ ВИБРИРУЮЩЕЙ ТРУБЕ

**Аннотация.** Приведены результаты модельных экспериментов по вибрационному обезвоживанию сыпучих материалов, в которых получен необычный эффект подъема одиночных влажных частиц и их скопления по вертикально расположенной стенке трубы. С помощью видео- и фотосъемки определено, что с каждой частицей связан окружающий ее объем жидкости. Определены диапазоны частот и виброускорений, в которых наблюдается указанный эффект для частиц из различных материалов. Предложена простая качественная математическая модель вибрационного движения частицы. Расчеты показали, что наблюдаемый эффект может реализоваться при задании поперечных колебаний стенки в виде бегущей волны. В реальности данный механизм может быть не единственным, обеспечивающим перемещение частиц, поскольку модель не учитывает многие особенности нелинейного взаимодействия вибрационных сил и сил поверхностного натяжения. Необходимы более детальные дополнительные экспериментальные и теоретические исследования.

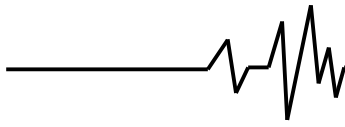
**Ключевые слова:** обезвоживание, вибрация, поверхностное натяжение, бегущая волна, эффект.

**Введение.** Продукты обогащения различных видов минерального сырья, как правило, представляют собой высоковлажные среды, поэтому в технологических циклах обогатительных фабрик их дальнейшее обезвоживание является одной из важнейших операций. Одним из наименее затратных является обезвоживание на грохотах. Но получаемый при данном способе обезвоживания продукт, как правило, содержит больший процент влаги, чем этого требуют потребители. Поэтому совершенствование вибрационного обезвоживания является актуальной технической задачей. Это вызывает необходимость все более глубокого изучения физических процессов происходящих при взаимодействии сыпучей среды с жидкостью.

### **Изложение основного материала.**

В работе [1] было описано несколько визуальных эффектов, зафиксированных в экспериментах по вибрационному обезвоживанию сыпучих слоев материалов различной плотности и формы. В основном, эти эффекты, основываются на известных физических законах и те или иные их формы описаны в соответствующей литературе [2, 3]. В этих же обобщающих классических изданиях

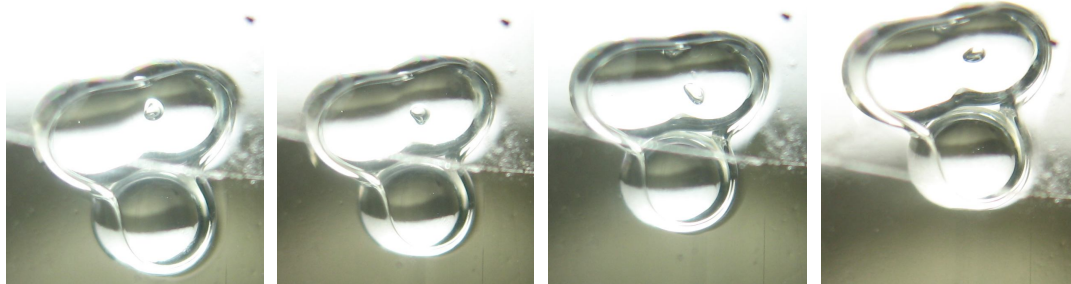
рассмотрены некоторые случаи воздействия вибраций на механические системы, приводящие к видимому, парадоксальному, на первый взгляд, перемещению материальных тел, против действия силы тяжести. Следует также отметить более поздние работы, например, [4] где было экспериментально обнаружено движение одиночной капли жидкости вверх по поверхности, вертикально вибрирующей пластины, расположенной под углом 45 градусов к горизонтальной плоскости, и [5], в которой была предпринята попытка теоретически объяснить, обнаруженный в экспериментах эффект. Исследование капли жидкости на вибрирующей поверхности с помощью численного решения 3-х мерных уравнений Навье-Стокса приведено в [6]. Здесь же приведен небольшой обзор зарубежных работ, посвященных изучению влияния гистерезиса углов смачивания, и вибраций поверхности на перемещение капель. Основной вывод из обзора сделан такой, что вибрации уменьшают или совсем убирают гистерезис смачивания. В основной части исследования проанализировано поведение капли на горизонтальной и вертикальной пластине из гидрофобного материала при ее



вибрації. Показано, что конкуренция между инерционными и капиллярными силами приводит к возникновению волн на поверхности капли. Приведены зависимости изменения контактных углов смачивания на разных сторонах капли от направления движения твердой поверхности. Теоретически определено, что капли разных размеров на горизонтальной вибрирующей пластине могут двигаться в разных направлениях.

В то же время, наблюдаемое в [1] устойчивое движение вверх целых скоплений влажных частиц по внутренней поверхности вертикально вибрирующей трубы, в которой находилась сыпучая среда, в известных нам публикациях не описан. Механизм этого, на первый взгляд противоестественного, движения в направлении противоположном действию силы тяжести не очевиден. Необходимо проведение дополнительных исследований.

Для иллюстрации сказанного приведем новую неопубликованную серию последовательных фотографий группы из двух частиц, поднимающихся по стенке (рис. 1). В отличие от фотографий [1], где показаны частицы одинаковой шаровой формы, связанные между собой и стенкой отдельными жидкостными перетяжками, в данном случае верхняя частица представляет собой образование удлинненной формы, а объем жидкости общий для обеих частиц. В экспериментах наблюдалось также поднятие на высоту порядка 0,4 м не только групп из двух-трех частиц, но и целых скоплений из 10 и более элементов. Здесь следует акцентировать внимание на том, что частицы не всплывают в воде, а поднимаются вверх в воздушном пространстве по стенке трубки. При этом плотность материала частиц равна  $2500 \text{ кг/м}^3$ , что примерно в 2000 раз больше плотности воздуха.



**Рис. 1. Подъем частиц по вертикальной стенке трубы под действием вибрации частотой 240 Гц**

Поскольку физическая природа наблюдаемого эффекта не совсем ясна, необходимо было уточнить условия проведения экспериментов. Дело в том, что описанные в [2, 3] эффекты аномального поведения тел при вибрационном воздействии возникают, как правило, при наличии двух составляющих вибрации, как продольных, так и поперечных, причем только при определенных сочетаниях частот амплитуд и фаз. При этом действие сил поверхностного натяжения не рассматривалось, поскольку изучались твердые тела. В тоже время в теоретической работе [5] эти силы играли определяющую роль, и именно нелинейное взаимодействие вибрационной силы и силы поверхностного натяжения вызывало эффект подъема капли.

В экспериментах [1] стеклянная трубка с сыпучим слоем выставлялась строго вертикально на рабочем столе вибростенда и колебания были направлены вдоль продольной оси трубки. Таким образом предполагалось, что составляющие вибрации по другим координатам отсутствуют. В то же время в технической документации на вибростенд

указано, что относительная величина поперечных составляющих виброускорения вибратора от величины виброускорения, развиваемого вибратором в рабочем направлении не превышает 30% при отсутствии нагрузки на столе вибратора. Для нагруженного стола интенсивность поперечных вибраций не нормирована. Поэтому для измерения поперечных колебаний, описанная в [1] установка была доработана (рис. 2).

Поперечные составляющие вибраций измерялись двумя способами. Первоначально, на боковой поверхности стойки с трубкой 5 было закреплено зеркало 6, на которое под определенным углом направлялся луч лазера 7. Отраженный луч проецировался на измерительную линейку 12, находящуюся на удалении 1,73 м от стойки. Таким образом поперечные колебания стойки увеличивались в 14 раз. После этого были проведены тестовые эксперименты. И действительно на определенных, резонансных частотах наблюдались колебания отраженного луча, достигающие 20 мм. В тоже время на частотах реализации эффекта подъема частиц никаких



видимых перемещений отраженного луча не обнаруживалось. Т. е. если поперечные колебания и присутствовали, то их амплитуда была меньше чувствительности данного способа измерений. Следует отметить, что в связи с конструктивными ограничениями при данном способе измерений возможно было фиксировать поперечные колебания не менее 0,1 мм. Для окончательного ответа на вопрос о наличии или отсутствии поперечной составляющей вибрации было решено попробовать повысить точность измерений с помощью индикатора часового типа ИЧ-10МН с ценой деления 0,01 мм и классом точности 0. Показания индикатора предварительно были сравнены с показаниями прибора ВШВ-003 с

тензодатчиком ДН-3. И хотя расхождения на рабочих частотах достигали 40 %, было решено использовать индикатор в дальнейших экспериментах, поскольку вопрос наличия или отсутствия поперечных вибраций имел принципиальное значение. С помощью этого индикатора были измерены биения непосредственно боковой поверхности стеклянной трубки в 12 различных точках. И, действительно, были зафиксированы колебания амплитудой (максимальные отклонения) 0,03-0,1 мм. Таким образом поперечные вибрации в экспериментах присутствовали и при определенных условиях могли оказывать определенное влияние на движение частиц.

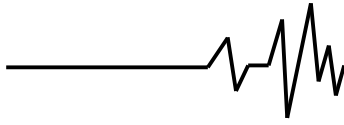


**Рис. 2. Схема экспериментальной установки:**

**1 – кинокамера, 2 – индикатор ИЧ 10МН, 3 – сливная трубка, 4 – мерный цилиндр, 5 – экспериментальный узел, 6 – зеркало, 7 – лазерный указатель, 8 – преобразователь пьезоэлектрический виброизмерительный, 9 – стенд вибрационный ВЭДС-400А, 10 – прибор для измерения параметров шума и вибраций ВШВ-003, 11 – секундомер электронный, 12 – плоскость с мерной шкалой**

Попробуем теперь аналитически определить эти условия. Как отмечалось в [1], в основе процесса движения частицы по вертикальной стенке лежит ряд физических явлений, которые в настоящее время трудно описать количественно. В первую очередь это относится к взаимодействию частицы с твердой стенкой. Не менее сложным образом здесь проявляются капиллярные силы, воздействующие как на жидкость, так и на смачиваемые поверхности движущихся частиц

и колеблющейся стенки сосуда. Имеющиеся в данное время математические модели дают возможность качественного математического описания всей совокупности физических законов, участвующих в данном процессе. В данной работе представим наиболее простую модель, которая, как нам представляется, содержит основной механизм, определяющий движение частицы. Прежде всего, представим частицу в виде точечной массы, что сразу значительно упрощает задачу, давая



возможность отбросить ряд параметров, необходимых для объемного описания движения частицы. Далее, влияние жидкости на частицу многозначное: она оказывает вязкое сопротивление движению частицы, силовое воздействие за счет внутреннего давления в перетяжке, а также капиллярными силами удерживает частицу вблизи стенки. В нашей модели примем, что основное ее воздействие связано с упругим притяжением, направленным перпендикулярно к стенке. Для описания взаимодействия частицы со стенкой используем следующие представления. Примем, что вблизи стенки толщиной  $H_w$  расположен шероховатый слой, который оказывает по нормали к стенке упругое воздействие на частицу, если она приближается к стенке на расстояние меньше  $H_w$ . Помимо этого, стенка должна оказывать и касательное усилие (сухое трение) на частицу. Примем, что при равенстве скоростей частицы и стенки сила взаимодействия равна нулю. Это условие приводит к тому, что вместо жесткого воздействия стенки вводится более мягкое, связанное с относительными скоростями. Эта известная модель [2, 7], описывающая взаимодействие тела с твердой стенкой, дает возможность перейти от закона Кулона к вязкому закону, использующему относительную скорость движения двух тел. Некоторое преимущество такого подхода в данной задаче с математических позиций определяется непрерывностью изменения параметров. Таким образом, отбрасывая, закономерности, связанные с движением жидкости и капиллярным взаимодействием (сводя это только к упругой силе), получаем довольно простую задачу, которая теперь может быть записана в следующем виде относительно неподвижной системы координат (координата  $X$  направлена вдоль стенки вверх, координата  $Y$  перпендикулярно стенке):

$$M \frac{d^2 X_{CH}}{dt^2} = -Mg + F_{WS}, \quad (1)$$

$$M \frac{d^2 Y_{CH}}{dt^2} = F_{WN} + F_C \quad (2)$$

$$F_{WN} = K_N \frac{[H_{SHER} - (Y_{CH} - H_{ST})]}{[(Y_{CH} - H_{ST})/H_{SHER}]^m},$$

(при  $(Y_{CH} - H_{ST}) > H_w$ ,  $F_{WN} = 0$ ), (3)

$$F_C = K_C (Y_{CH} - H_{ST}), \quad (4)$$

$$F_{WS} = K_S F_{WN} (U_{CH} - U_{ST}), \quad (5)$$

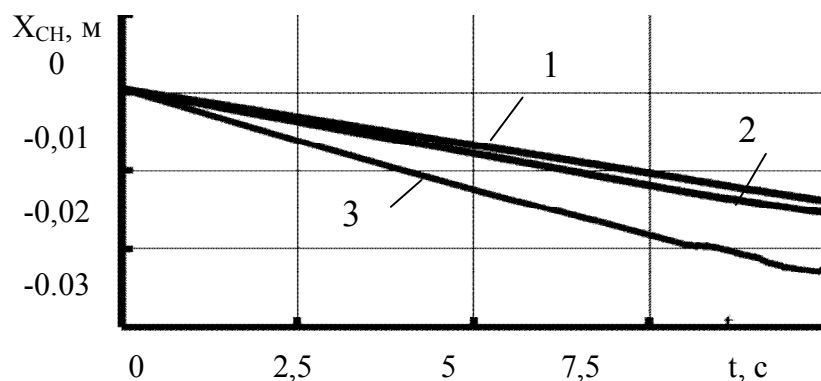
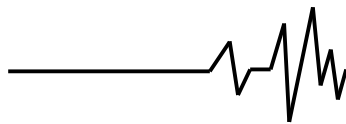
где  $t$  - время;  $M$  - масса частицы;  $X_{CH}$ ,  $Y_{CH}$  - продольная и поперечная координаты частицы;

$$U_{CH} = \frac{dX_{CH}}{dt} - \text{вертикальная скорость частицы;}$$

$g$  - ускорение свободно падающего тела;  $K_C$ ,  $K_N$ ,  $K_S$  - коэффициенты;  $m < 1$  - коэффициент. Такая конструкция сил взаимодействия со стенкой обусловлена требованием непрерывности изменения параметров. Она обеспечивает близкую к линейности силу отталкивания от стенки (упругая сила) при  $(Y_{CH} - H_{ST}) \approx H_w$  и пропорциональное изменение касательной силы (при углублении тела в шероховатый слой сила, препятствующая проскальзыванию, должна увеличиваться). Теперь примем, что стенка совершает гармонические колебания. Хотя на первый взгляд, колебания стенки казались чисто вертикальными, в действительности присутствовали и поперечные колебания. Для нашей упрощенной математической модели это является важным условием, оно должно быть согласовано с основным вертикальным законом движения стенки.

Расчеты по изложенной выше модели показали, что при отсутствии колебаний вертикальной стенки путь движения частицы практически прямолинейный. На рис. 3 (кривая 1) показан путь частицы для вертикально колеблющейся стенки  $X_{ST} = a_X \sin(2\pi f_X t)$  с частотой  $f_X = 100$  Гц и амплитудой  $a_X = 0.005$  м. Частица опускается вниз со средней скоростью, равной примерно скорости опускания без колебаний, при этом она совершает вынужденные колебания с частотой, равной частоте вынужденных колебаний, но с амплитудой примерно вдвое меньше, чем амплитуда вертикальных колебаний стенки. Проведенные расчеты для других частот в диапазоне от нескольких десятков Гц до нескольких сотен не выявили каких-то качественных отличий от показанного (кривая 1) закона движения частицы. Это указывает на то, что качественное изменение движения частицы возможно связано с поперечными колебаниями.

Для сравнения на рис. 3 показаны результаты расчетов для стенки, колеблющейся, как в продольном (указанном выше), так и в поперечном ( $Y_{ST} = a_Y \sin(2\pi f_Y t)$ ) направлениях. Кривая 2 соответствует  $f_X = f_Y = 100$  Гц, а кривая 3 -  $f_X = f_Y = 150$  Гц.

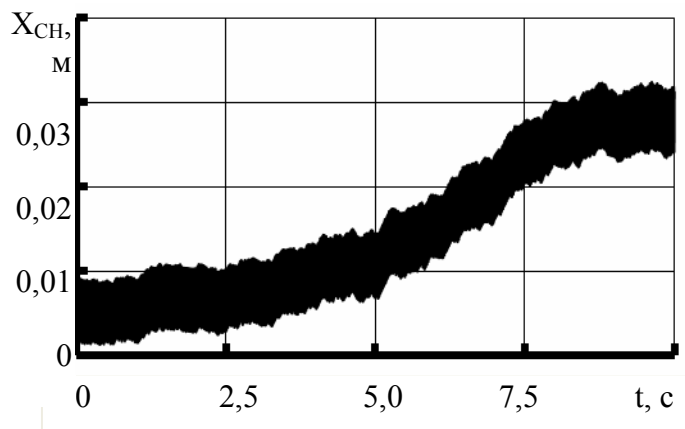


**Рис. 3. Траектории движения частицы:**

- 1 – при вертикальном колебании стенки ( $f_x = 100$  Гц,  $a_x = 0,005$  м);**
- 2, 3 – при вертикальном и горизонтальном колебании стенки**  
**(2 –  $f_x = f_y = 100$  Гц, 3 –  $f_x = f_y = 150$  Гц)**

Из рисунка видно, частота колебания оказывает влияние на путь частицы, однако каких-либо существенных качественных особенностей в движении не видно. Частица, совершая колебания, совпадающие с вынужденной частотой, в среднем практически по прямой спускается вниз. На второй кривой в конце участка просматривается некоторое отклонение от прямой, связанное с нелинейными эффектами. На последнем рисунке 4 показан путь частицы при наличии

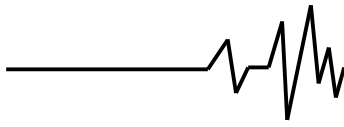
поперечных колебаний, задаваемых в виде бегущей волны ( $Y_{ST} = a_y \sin[2\pi f_y (\lambda x - t)]$ ). Из рисунка видно, что характер движения значительно отличается от трех предыдущих примеров. Здесь наблюдается постепенный подъем частицы по поверхности стенки, т.е. наблюдаемый в экспериментах эффект качественно может быть описан предлагаемой математической моделью.



**Рис. 4. Траектория движения частицы по стенке при ее вертикальном колебании и бегущей поперечной волне**

**Выводы.** Этот пример показывает, что в приведенной модели существует возможность согласования колебаний стенки с подъемом частицы против силы тяжести частицы, что и наблюдается в эксперименте. Кроме этого, это решение показывает, что важнейшим условием существования эффекта является наличие бегущей поперечной волны. Таким образом, математическая модель содержит, как нам представляется, основные движущие силы, раскрывающие механизм движения частицы.

Конечно, в реальности этот механизм намного сложнее и его элементы будут в дальнейшем предметом наших исследований. Добавление в рассмотрение задачи жидкой среды и учет объемных размеров значительно усложнит модель движения, но, практически, не изменит движущего механизма обнаруженного эффекта, хотя сама картина движения, может заметно отличаться от приведенной кривой на рис. 4.

**Список использованных источников**

1. Елисеев В. И. Вибрационные эффекты во влажном сыпучем слое / В. И. Елисеев, В. И. Луценко, С. Г. Кравчина, А. В. Кривокорытов // Геотехническая механика : Межвед. сб. науч. тр. / ИГТМ НАН Украины. – Днепропетровск, 2012. – Вып. 107. – С. 250-256.
2. Блехман И. И. Вибрационная механика / И. И. Блехман. – М. : Физматлит, 1994. – 400 с.
3. Вибрации в технике: Справочник в 6-ти томах. – М. : Машиностроение, 1978-1981.
4. Brunet P. Motion of a drop driven by substrate vibrations / P. Brunet, J. Eggers, and R. D. Deegan // Eur. Phys. J. Special Topics 166. – 2009. – P. 11-14.
5. Benilov E. S. Drops climbing uphill on a slowly oscillating substrate / E. S. Benilov // PHYSICAL REVIEW E 82, 026320. – 2010. – 8 p.
6. Dong L. Lateral vibration of a water drop and its motion on a vibrating Surface / L. Dong, A. Chaudhury, M. K. Chaudhury // EUROPEAN PHYSICAL JOURNAL E, 21. – 2006. – P. 231-242.
7. Пановко Я. Г. Устойчивость и колебания упругих систем / Я. Г. Пановко, И. И. Губанова // Современные концепции, парадоксы и ошибки ; 4 изд. перераб. – М. : Гл. ред. физ.-мат. лит., 1987. – 352 с.

**Список источников в транслитерации**

1. Eliseev V. I. Vibratsionnye efekty vo vlazhnom sypuchem sloye / V. I. Eliseev, V. I. Lutsenko, S. G. Kravchina, A. V. Krivokorytov // Geotekhnicheskaya mekhanika : Mezhd. sb. nauch. tr. / IGTM NAS of Ukrainy. – Dnepropetrovsk, 2012. – No. 107. – S. 250-256.
2. Blekhnman I. I. Vibratsionnaya mekhanika / I. I. Blekhnman. – M. : Fizmatlit, 1994. – 400 s.
3. Vibratsii v tekhnike: Spravochnik v 6-ti tomakh. – M. : Mashinostroenie, 1978-1981.
4. Brunet P. Motion of a drop driven by substrate vibrations / P. Brunet, J. Eggers, and R. D. Deegan // Eur. Phys. J. Special Topics 166. – 2009. – P.11-14.
5. Benilov E. S. Drops climbing uphill on a slowly oscillating substrate / E. S. Benilov // PHYSICAL REVIEW E 82, 026320. – 2010. – 8 p.
6. Dong L. Lateral vibration of a water drop and its motion on a vibrating Surface / L. Dong, A. Chaudhury, M. K. Chaudhury // EUROPEAN PHYSICAL JOURNAL E, 21. – 2006. – P. 231-242.
7. Panovko Ya. G. Ustoychivost i kolebaniya uprugikh system / Ya. G. Panovko, I. I. Gubanova // Sovremennye kontseptsii, pffdoksy i

oshibki ; 4 izd. pererab. – M. : Gl. red. fiz.-mat. lit., 1987.- 352 s.

**ЭФЕКТ ПІДЙОМУ ВОЛОГИХ ЧАСТОК У  
ВЕРТИКАЛЬНІЙ ВІБРУЮЧІЙ ТРУБІ**

**Анотація.** Наведено результати модельних експериментів з вібраційного зневоднення сипучих матеріалів, у яких отримано незвичайний ефект підйому одиночних вологих частинок і їх скупчень по вертикально розташованій стінці труби. За допомогою відео- та фотозйомки визначено, що з кожною частинкою пов'язаний навколишній її обсяг рідини. Визначено діапазони частот і віброприскорень, в яких спостерігається зазначений ефект для частинок з різних матеріалів. Запропоновано просту якісну математичну модель вібраційного руху частки. Розрахунки показали, що спостережуваний ефект може реалізуватися при завданні поперечних коливань стінки у вигляді хвилі, що біжить. У реальності даний механізм може бути не єдиним, що забезпечує переміщення частинок, оскільки модель не враховує багато особливостей нелінійної взаємодії вібраційних сил і сил поверхневого натягу. Необхідні більш детальні додаткові експериментальні та теоретичні дослідження.

**Ключові слова:** зневоднення, вібрація, поверхневий натяг, хвиля, що біжить, ефект.

**THE EFFECT OF MOVE UP OF WET  
PARTICLES IN A VERTICAL VIBRATING TUBE**

**Annotation.** The results of model experiments by vibrating dehydration bulk materials are presented. During experiments, we have a paradoxical effect of rise of wet particles and clusters along a vertical pipe wall. Video and photo shoot has determined that each particle is associated with a volume of fluid around her. Ranges of frequency and accelerations when there is this effect for particles of various materials are identified. A simple mathematical model of vibrating motion of a particle offered. The calculations show that the observed effect can be realized when the transverse vibrations are given in the form of a traveling wave. The model does not take into account the many features of the nonlinear interaction of vibrational forces and surface tension forces. In reality, this mechanism may be not the only one which provides for movement of the particles. more detailed experimental and theoretical studies are needed to obtain more information.

**Key words:** dehydration, vibration, surface tension, traveling wave, effect.