Черевко А. Н.

Черевко П. А.

Полтавский национальный технический университет им. Ю. Кондратюка

УДК 621.01

БЛОК УПРАВЛЯЕМЫХ ВИБРОВОЗБУДИТЕЛЕЙ КАК ОСНОВА ЭНЕРГОСБЕРЕГАЮЩИХ ТЕХНОЛОГИЙ

Обговорюються питання, пов'язані з оцінюванням динамічних можливостей вібраційних машин з керованими тридебалансними віброзбуджувачами за допомогою теорії приведення системи сил до найпростішого вигляду.

The problems, bound with an estimation of dynamic capabilities of vibrational machines with controllabe unbalanced masses with the help of theory reduction system forces of simple form.

Постановка проблемы. Существует ряд технологических процессов, в которых решающую роль играют вибрационные машины. Очень часто в качестве привода такой машины используется дебалансный вибровозбудитель. Он сравнительно дешевый, прост в изготовлении и обслуживании. Вместе с тем дебалансный вибровозбудитель имеет и ряд существенных недостатков. Наиболее значимыми являются высокая энергоемкость и невысокая надежность этих устройств. [1, 2].

Анализ последних исследований и публикаций. Академик К.В. Фролов утверждает, что вибрационная технология является основой технологий будущего [3]. Достижения вибрационной техники, которые базируются на фундаментальных исследованиях теории нелинейных колебаний, отражены в работах П.М. Алабужева, И.И. Блехмана, И.И. Быховского, А.П. Бабичева, Я.Г. Пановко, В.О. Кононенко, Б.И. Крюкова, И.Ф. Гончаревича, Э.Э. Лавендела, В.М. Потураева, К.М. Рагульскиса, Л.И. Сердюка, А.П. Филипова, К.В. Фролова, В.М. Челомея, их коллег и учеников [4 − 7].

Нерешенные ранее части общей проблемы, которым посвящена статья. В середине 80-х годов в Полтавском инженерно-строительном институте были разработаны и созданы оригинальные конструкции управляемых дебалансных вибровозбудителей [1]. Экспериментальные исследования подтвердили их работоспособность и высокую надежность.

Они имеют необыкновенные сочетания полезных свойств и дают возможность использовать вибрационную технику там, где еще совсем недавно это считалось нецелесообразным и малоперспективным. Использование в качестве привода такой машины двух одновальных трехдебалансных вибровозбудителей приводит к существенному расширению спектра генерирования вибрационных полей переменной структуры.

Цель работы Исследование динамических возможностей генератора колебаний, состоящего из двух одновальных управляемых трехдебалансных вибровозбудителей.

Изложение основного материала. Известны различные модификации вибрационного оборудования, где используются высоко- и среднечастотные режимы: симметричные с вертикальными и горизонтальными колебаниями, а также асимметричные низкочастотные. Применение в производстве любого из указанных методов обусловлено технологическими факторами, которые непосредственно влияют на качество изделия, однако для высокоэффективного воздействия необходимы низкочастотные колебания переменной амплитуды.

Основной особенностью управляемого дебалансного вибровозбудителя является то, что его пуск и остановка производится в уравновешенном состоянии вращающихся частей. Поэтому для него требуется двигатель мощность которого в несколько раз меньше мощности двигателя, необходимого для пуска неуправляемого вибровозбудителя с такими же геометрическими характеристиками.

Переход через промежуточные резонансы при пуске происходит в уравновешенном состоянии, что дает возможность исключить проявление эффекта Зоммерфельда, когда двигатель ограниченной мощности зависает на частоте резонанса, работает в режиме трансформатора и в последствии выходит из строя.

Выключение приводного двигателя управляемого вибровозбудителя осуществляется в уравновешенном состоянии дебалансного вала с дебалансами, поэтому обратный переход через промежуточные резонансы происходит без известных нарастаний амплитуды колебаний и без срывов амплитуды, связанных с ударными явлениями, вызывающими разрушение отдельных узлов и элементов машины.

Управляя подвижными дебалансами можно изменять амплитуду колебаний. С увеличением статического момента дебалансов снижается угловая скорость вращения дебалансного вала. При этом величина падения угловой скорости зависит от мощности приводного двигателя, от вида и свойств обрабатываемой среды, от величины статического момента дебалансов и многих других факторов. Следовательно, переходные режимы работы технологической машины являются довольно сложными динамическими процессами.

Наличие переходных нестационарных режимов, которыми можно управлять, выступает основной особенностью управляемых вибрационных машин.

Ранее проведенные теоретические исследования динамики блока управляемых вибровозбудителей показали, что при его работе возможны все случаи силового возмущения среды [8]. Из курса теоретической механики известно, что любая совокупность сил, приложенных к абсолютно твердому телу, приводится в общем случае к динамическому винту [9]. Под действием силового винта тело будет совершать винтовые колебания, параметры которых будут определяться параметрами динамического винта.

Рассмотрим работу вибрационного блока состоящего из двух трехдебалансных вибровозбудителей.

В рассматриваемой ниже схеме вибровозбудители могут синхронизироваться с вращением в противоположные стороны. Расчетная схема (рис.1) учитывает возможность установки первоначального угла сдвига фаз φ_0. Разворот трех подвижных дебалансов производится по часовой стрелке, а одного – против, смотря навстречу оси x. Составим математическую модель движения блока вибровозбудителей, используя в качестве подвижной системы координат вибрационные оси, которые впервые были использованы проф. Сердюком Л.И. при исследовании движения вибрационной машины с вибровозбудителем винтовых колебаний [1].

Дебалансные валы блока вибровозбудителей поворачиваются: в плоскости xoy на угол α с угловой скоростью $\dot{\alpha}$, в плоскости xoz на угол β с угловой скоростью $\dot{\beta}$, в плоскости yoz на угол ψ с угловой скоростью $\dot{\psi}$.

Ранее на основе теории приведения системы сил к простейшему виду были получены формулы главного вектора и главного момента сил инерции [8].

$$F_O = 2\Phi_1 \sin\frac{\theta}{2}\left(cos^2\frac{\theta}{2} + 4\sin\frac{\theta}{2}\cos\left(\varphi + \frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\left(\varphi + \frac{\varphi_0}{2} + \frac{\theta}{2}\right)\right)^{1/2};$$

$$M_O = \Phi_1 \sin\frac{\theta}{2}\left(\left(b\left(\sin\left(\varphi + \frac{\theta}{2}\right) - \sin\frac{\theta}{2}\cos\left(\varphi + \varphi_0\right)\right)\right)^2 + \right.$$

$$\left. + 4\left(l + L\right)^2 \cos^2\frac{\theta}{2}\right)^{1/2}.$$

Наименьший главный момент системы сил инерции имеет вид:

$$M_g = \frac{-2\Phi_1\left(l + L\right)\sin\theta \cdot \cos\left(\varphi + \frac{\varphi_0}{2}\right) \cdot \sin\left(\varphi + \frac{\varphi_0}{2} + \frac{\theta}{2}\right)}{\sin\frac{\theta}{2}\left(cos^2\frac{\theta}{2} + 4\sin\frac{\theta}{2}\cos\left(\varphi + \frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\left(\varphi + \frac{\varphi_0}{2} + \frac{\theta}{2}\right)\right)^{1/2}}$$

.

Параметр динамического винта:

$$p = \frac{M_g}{F_O} = -\frac{2\left(l + L\right)\cos\frac{\theta}{2}\cos\left(\varphi + \frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\left(\varphi + \frac{\varphi_0}{2} + \frac{\theta}{2}\right)}{cos^2\frac{\theta}{2} + 4\sin\frac{\theta}{2}\cos\left(\varphi + \frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\left(\varphi + \frac{\varphi_0}{2} + \frac{\theta}{2}\right)}.$$

Установим, когда система сил не приводится к динамическому винту:

$$M_g = -\frac{2\Phi_1\left(l + L\right)\sin\theta \cdot \cos\left(\varphi + \frac{\varphi_0}{2}\right) \cdot \sin\left(\varphi + \frac{\varphi_0}{2} + \frac{\theta}{2}\right)}{\left(cos^2\frac{\theta}{2} + 4\sin\frac{\theta}{2}\cos\left(\varphi + \frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\left(\varphi + \frac{\varphi_0}{2} - \frac{\theta}{2}\right)\right)^{1/2}} = 0.$$

Следовательно:

$$\sin\theta \cdot \cos\left(\varphi + \frac{\varphi_0}{2}\right) \cdot \sin\left(\varphi + \frac{\varphi_0}{2} + \frac{\theta}{2}\right) = 0.$$

Пускай:

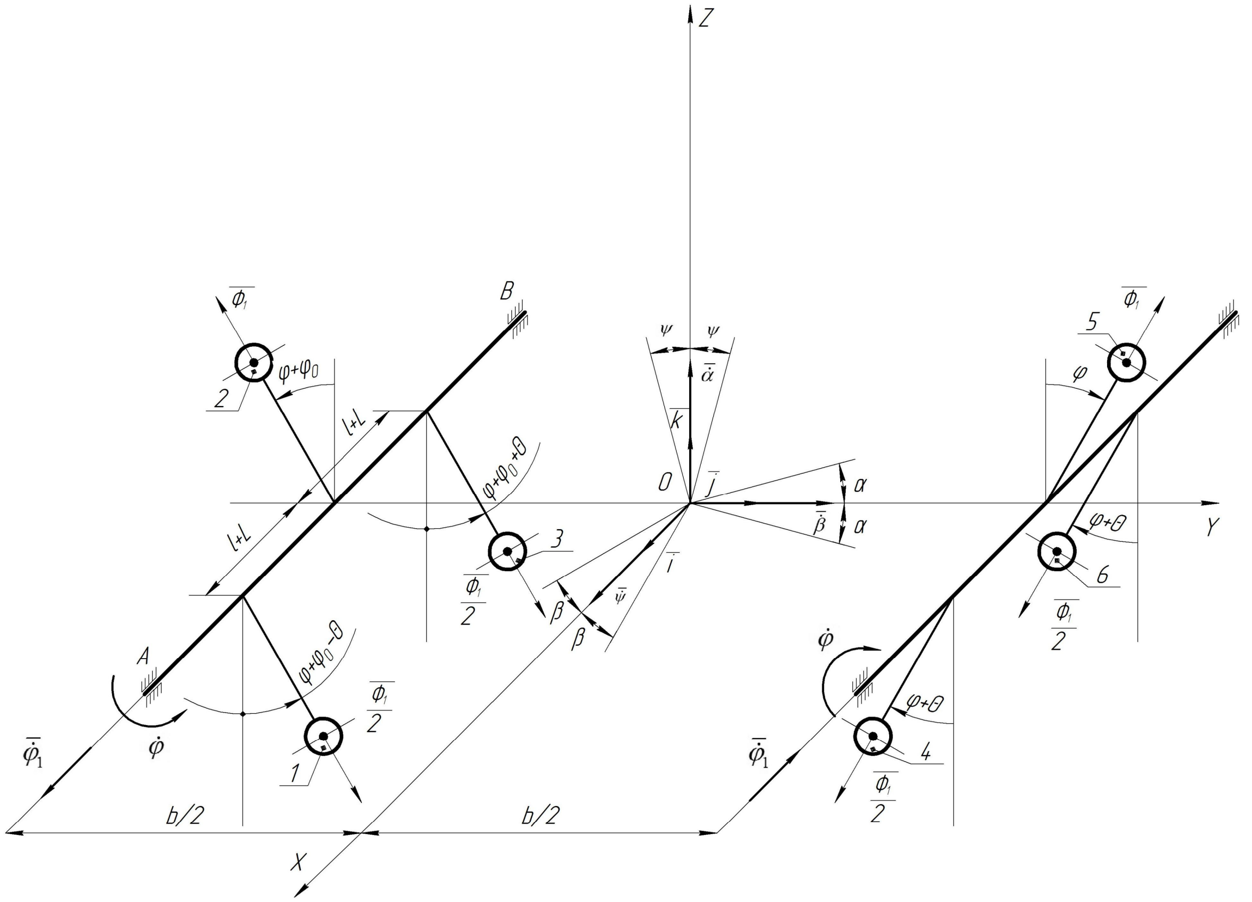

Рис. 1. Расчетная схема блока управляемых вибровозбудителей

I. $\sin\theta = 0,$ тогда: $\theta = 0, \pi$;

а) $\theta = 0$;

$$F_O = 2\Phi_1 \sin\frac{\theta}{2}\left(cos^2\frac{\theta}{2} + 4\sin\frac{\theta}{2}\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\sin\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\theta}{2}\right)\right)^{1/2} = 0;$$

$$M_O = \Phi_1 \sin\frac{\theta}{2}\left(\left(b\left(\sin\left(\varphi+\frac{\theta}{2}\right)-\sin\frac{\theta}{2}\cos\left(\varphi+\varphi_0\right)\right)\right)^2 +\right.$$

$$\left.+4\left(l+L\right)^2\cos^2\frac{\theta}{2}\right)^{1/2} = 0.$$

Система сил находится в динамическом равновесии.

б) $\theta = \pi$;

$$F_O = 2\Phi_1 \sin\frac{\theta}{2}\left(cos^2\frac{\theta}{2} + 4\sin\frac{\theta}{2}\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\sin\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\theta}{2}\right)\right)^{1/2} = \Phi_1\sin\frac{\pi}{2}\left(cos^2\frac{\pi}{2}+4\sin\frac{\pi}{2}\times\right.$$

$$\left.\times\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\pi}{2}\right)\right)^{1/2} = 4\Phi_1\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right);$$

$$M_O = \Phi_1 \sin\frac{\theta}{2}\left(\left(b\left(\sin\left(\varphi+\frac{\theta}{2}\right)-\sin\frac{\theta}{2}\cos\left(\varphi+\varphi_0\right)\right)\right)^2 +\right.$$

$$\left.+4\left(l+L\right)^2\cos^2\frac{\theta}{2}\right)^{1/2} = \Phi_1\left(b^2\left(-\cos\left(\varphi+\varphi_0\right)+\cos\varphi\right)^2\right)^{1/2} =$$

$$= \Phi_1 b\left(-\cos\left(\varphi+\varphi_0\right)+\cos\varphi\right) = -2\Phi_1 b\sin\frac{\varphi+\varphi_0+\varphi}{2}\times$$

$$\times\sin\frac{\varphi-\varphi_0-\varphi}{2} = 2\Phi_1 b\sin\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\frac{\varphi_0}{2}.$$

Система сил приводится к равнодействующей в новом центре приведения.

Найдем уравнения линии действия равнодействующей;

$$F_x = \sum F_{ix} = 0;$$

$$F_y = \sum F_{iy} = -2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos\left(\varphi+\frac{\theta}{2}\right)+\sin\left(\varphi_0+\varphi\right)\times\right.$$

$$\left.\times\sin\frac{\theta}{2}\right) = -2\Phi_1\cdot 1\times\left(\cos\left(\varphi+\frac{\pi}{2}\right)++\sin\left(\varphi_0+\varphi\right)\cdot 1\right) =$$

$$F_z = \sum F_{iz} = 2\Phi_1 \sin\frac{\theta}{2}\left(\sin\left(\varphi+\frac{\theta}{2}\right)+\cos\left(\varphi_0+\varphi\right)\times\right.$$

$$\left.\times\sin\frac{\theta}{2}\right) = 2\Phi_1 \sin\frac{\theta}{2}\left(\sin\left(\varphi+\frac{\pi}{2}\right)+\cos\left(\varphi_0+\varphi\right)\sin\frac{\pi}{2}\right)=$$

$$=2\Phi_1\cdot 1\cdot\left(\cos\varphi+\cos\left(\varphi_0+\varphi\right)\right)=2\Phi_1\cdot 2\cos\frac{\varphi_0+\varphi+\varphi}{2}\times$$

$$\times\cos\frac{\varphi-\varphi_0-\varphi}{2}=4\Phi_1\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\cos\frac{\varphi_0}{2};$$

$$=-2\Phi_1\left(-\sin\varphi+\sin\left(\varphi_0+\varphi\right)\right)=-2\Phi_1\cdot 2\cos\frac{\varphi_0+\varphi+\varphi}{2}\times$$

$$\times\sin\frac{\varphi_0+\varphi-\varphi}{2}=-4\Phi_1\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\frac{\varphi_0}{2};$$

$$M_x=\sum M_{ix}=\Phi_1 b\sin\frac{\theta}{2}\left(\sin\left(\varphi+\frac{\theta}{2}\right)-\cos\left(\varphi+\varphi_0\right)\times\right.$$

$$\left.\times\sin\frac{\theta}{2}\right)=2\Phi_1 b\sin\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\frac{\varphi_0}{2};$$

$$M_y=0;\qquad M_z=0;$$

$$M_x-\left(yF_z-zF_y\right)=0;$$

$$2\Phi_1 b\sin\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\frac{\varphi_0}{2}=4\Phi_1\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\times$$

$$\times\left(y\cos\frac{\varphi_0}{2}+z\sin\frac{\varphi_0}{2}\right);$$

$$\frac{b}{2}tg\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\frac{\varphi_0}{2}=y\cos\frac{\varphi_0}{2}+z\sin\frac{\varphi_0}{2}.$$

$$M_y-\left(zF_x-xF_z\right)=0;\qquad xF_z=0;$$

$$4\Phi_1 x\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\cos\frac{\varphi_0}{2}=0;$$

$$x\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\cos\frac{\varphi_0}{2}=0.$$

$$M_z-\left(xF_y-yF_x\right)=0;\qquad xF_y=0;$$

$$4\Phi_1 x\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\frac{\varphi_0}{2}=0;$$

$$x\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\frac{\varphi_0}{2}=0;$$

Возможные случаи обращения в нуль полученного уравнения:

а) $x=0$;

б) $\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)=0; \qquad \varphi+\frac{\varphi_0}{2}=\frac{\pi}{2}+n\pi.$

Если:

1) $\varphi+\frac{\varphi_0}{2}=\frac{\pi}{2};\ \frac{\varphi_0}{2}=\frac{\pi}{2}-\varphi; \qquad F_0=0;$

$$M_O=2\Phi_1 b\sin\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\frac{\varphi_0}{2}=2\Phi_1 b\sin\frac{\varphi_0}{2}=2\Phi_1 b\times$$

$$\times\sin\left(\frac{\pi}{2}-\varphi\right)=2\Phi_1 b\cos\varphi.$$

2) $\varphi+\frac{\varphi_0}{2}=\frac{3\pi}{2}; \qquad \frac{\varphi_0}{2}=\frac{3\pi}{2}-\varphi; \qquad F_0=0;$

$$M_O=2\Phi_1 b\sin\left(\frac{3\pi}{2}\right)\sin\frac{\varphi_0}{2}=-2\Phi_1 b\sin\frac{\varphi_0}{2}=$$

$$=-2\Phi_1 b\sin\left(\frac{3\pi}{2}-\varphi\right)=2\Phi_1 b\cos\varphi.$$

Система сил не приводится к равнодействующей, а приводится к паре сил с моментом M_O.

II. $\sin\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\theta}{2}\right)=0; \qquad \varphi+\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\theta}{2}=0,n\pi;$

а) $\varphi+\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\theta}{2}=0;$ учитывая то, что все углы могут быть только положительными, тогда $\varphi=\varphi_0=\theta=0$ и $F_0=0;\ \ M_O=0.$ Система сил инерции находится в динамическом равновесии;

б) $\varphi+\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\theta}{2}=\pi; \qquad \varphi=\pi-\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2};$

$$F_O=2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\left(cos^2\frac{\theta}{2}+4\sin\frac{\theta}{2}\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\times\right.$$

$$\left.\times\sin\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\theta}{2}\right)\right)^{1/2}=2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}=\Phi_1\sin\theta;$$

$$M_O=\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\left(\left(b\left(\sin\left(\varphi+\frac{\theta}{2}\right)-\sin\frac{\theta}{2}\cos\left(\varphi+\varphi_0\right)\right)\right)^2+\right.$$

$$\left.+4\left(l+L\right)^2\cos^2\frac{\theta}{2}\right)^{1/2}=2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\times$$

$$\times\left(\left(\frac{b}{4}\left(3\sin\frac{\varphi_0}{2}+\sin\left(\theta-\frac{\varphi_0}{2}\right)\right)\right)^2+\left(l+L\right)^2\cos^2\frac{\theta}{2}\right)^{1/2}.$$

Система сил приводится к равнодействующей в новом центре приведения. Определим уравнения линии действия этой равнодействующей:

$$F_x=\sum F_{ix}=0;$$

$$F_y=-2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos\left(\varphi+\frac{\theta}{2}\right)+\sin\left(\varphi_0+\varphi\right)\sin\frac{\theta}{2}\right)=$$

$$=-2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos\left(\pi-\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}+\frac{\theta}{2}\right)+\sin\frac{\theta}{2}\times\right.$$

$$\left.\times\sin\left(\pi-\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}+\varphi\right)\right)=-2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\left(-\cos\frac{\varphi_0}{2}-\sin\frac{\theta}{2}\times\right.$$

$$\left.\times\sin\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\right)=2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos\frac{\varphi_0}{2}+\sin\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}\right)$$

$$F_z = 2\Phi_1 \sin\frac{\theta}{2}\left(\sin\left(\varphi+\frac{\theta}{2}\right)+\cos(\varphi_0+\varphi)\sin\frac{\theta}{2}\right)=2\Phi_1\times$$
$$\times\sin\frac{\theta}{2}\left(\sin\left(\pi-\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}+\frac{\theta}{2}\right)+\cos\left(\pi-\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}+\varphi_0\right)\times\right.$$
$$\left.\times\sin\frac{\theta}{2}\right)=2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}-\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}\right).$$
$$M_x = \Phi_1 b\sin\frac{\theta}{2}\left(\sin\left(\varphi+\frac{\theta}{2}\right)-\cos(\varphi+\varphi_0)\sin\frac{\theta}{2}\right)=$$
$$=\Phi_1 b\sin\frac{\theta}{2}\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}+\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}\right);$$
$$M_y=\sum M_{iy}=\Phi_1(l+L)\sin(\varphi+\varphi_0)\sin\theta=\Phi_1(l+L)\times$$
$$\times\sin\left(\pi-\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}+\varphi_0\right)\sin\theta=-\Phi_1(l+L)\sin\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\times$$
$$\times\sin\theta;$$
$$M_z=-\Phi_1(l+L)\cos(\varphi+\varphi_0)\sin\theta=-\Phi_1(l+L)\times$$
$$\times\cos\left(\pi-\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}+\varphi_0\right)\sin\theta=\Phi_1(l+L)\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\times$$
$$\times\sin\theta.$$
$$M_x-(yF_z-zF_y)=0;$$
$$\Phi_1 b\sin\frac{\theta}{2}\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}+\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}\right)-\left(2\Phi_1 y\sin\frac{\theta}{2}\times\right.$$
$$\times\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}-\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}\right)-2\Phi_1 z\sin\frac{\theta}{2}\times$$
$$\left.\times\left(\cos\frac{\varphi_0}{2}+\sin\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}\right)\right)=0;$$
$$\Phi_1 b\sin\frac{\theta}{2}\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}+\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}\right)=2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\times$$
$$\times\left(y\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}-\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}\right)-z\left(\cos\frac{\varphi_0}{2}+\sin\frac{\theta}{2}\times\right.\right.$$
$$\left.\left.\times\sin\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\right)\right);$$
$$\frac{b}{2}\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}+\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}\right)=y\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}-\sin\frac{\theta}{2}\times\right.$$
$$\left.\times\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\right)-z\left(\cos\frac{\varphi_0}{2}+\sin\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}\right);$$

Упростим полученное выражение. После громоздких преобразований получим:

$$\frac{b}{2}\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}+\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}\right)=\cos\frac{\theta}{2}\left(y\sin\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)-\right.$$
$$\left.-z\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\right);$$
$$y\sin\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)-z\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)=\frac{b\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}+\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}\right)}{2\cos\frac{\theta}{2}}.$$
$$M_y-(zF_x-xF_z)=0;$$
$$-\Phi_1(l+L)\sin\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\sin\theta+2\Phi_1 x\sin\frac{\theta}{2}\times\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}-\right.$$
$$\left.-\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}\right)=0;$$
$$2\Phi_1(l+L)\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\sin\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)=2\Phi_1 x\sin\frac{\theta}{2}\times$$
$$\times\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}-\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}\right);$$

Учитывая ранее проведенные преобразования, получим:

$$(l+L)\cos\frac{\theta}{2}\sin\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)=x\cos\frac{\theta}{2}\sin\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right);$$
$$x=l+L.$$
$$M_z-(xF_y-yF_x)=0;$$
$$\Phi_1(l+L)\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\sin\theta-2\Phi_1 x\sin\frac{\theta}{2}\times\left(\cos\frac{\varphi_0}{2}+\right.$$
$$\left.+\sin\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}\right)=0;$$
$$2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}(l+L)\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)=2\Phi_1 x\sin\frac{\theta}{2}\times$$
$$\times\left(\cos\frac{\varphi_0}{2}+\sin\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}\right);$$
$$(l+L)\cos\frac{\theta}{2}\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)=x\cos\frac{\theta}{2}\cos\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right);$$
$$x=l+L.$$

III. $\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)=0;\qquad \varphi+\frac{\varphi_0}{2}=\frac{\pi}{2}+n\pi;$

а) $\varphi+\frac{\varphi_0}{2}=\frac{\pi}{2};\qquad \varphi=\frac{\pi}{2}-\frac{\varphi_0}{2};$

$$F_O=2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos^2\frac{\theta}{2}+4\sin\frac{\theta}{2}\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\sin\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\theta}{2}\right)\right)^{1/2}=2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos^2\frac{\theta}{2}+4\sin\frac{\theta}{2}\times\right.$$
$$\left.\times\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\theta}{2}\right)\right)^{1/2}=$$
$$=\Phi_1\sin\theta;$$

$$M_O=\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\left(\left(b\left(\sin\left(\varphi+\frac{\theta}{2}\right)-\sin\frac{\theta}{2}\cos(\varphi+\varphi_0)\right)\right)^2+\right.$$
$$\left.+4(l+L)^2\cos^2\frac{\theta}{2}\right)^{1/2}=\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\times$$
$$\times\left(\left(b\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\varphi_0}{2}\right)+\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{\varphi_0}{2}\right)\right)^2+4(l+L)^2\cos^2\frac{\theta}{2}\right)^{1/2}.$$

Таким образом, система сил приводится к равнодействующей.

Определим линию действия равнодействующей.

$$F_x=\sum F_{ix}=0;$$
$$F_y=-2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos\left(\varphi+\frac{\theta}{2}\right)+\sin(\varphi_0+\varphi)\sin\frac{\theta}{2}\right)=-2\times$$
$$\times\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\theta}{2}\right)+\sin\left(\varphi_0+\frac{\pi}{2}-\frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\frac{\theta}{2}\right)=$$
$$=-2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\left(\sin\left(\frac{\varphi_0}{2}-\frac{\theta}{2}\right)+\cos\frac{\varphi_0}{2}\sin\frac{\theta}{2}\right)=-2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\times$$
$$\times\left(\sin\frac{\varphi_0}{2}\cos\frac{\theta}{2}-\cos\frac{\varphi_0}{2}\sin\frac{\theta}{2}+\cos\frac{\varphi_0}{2}\sin\frac{\theta}{2}\right)=$$
$$=-2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\sin\frac{\varphi_0}{2}\cos\frac{\theta}{2}=-\Phi_1\sin\theta\sin\frac{\varphi_0}{2};$$
$$F_z=2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\left(\sin\left(\varphi+\frac{\theta}{2}\right)+\cos(\varphi_0+\varphi)\sin\frac{\theta}{2}\right)=2\Phi_1\times$$
$$\times\sin\frac{\theta}{2}\left(\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\theta}{2}\right)+\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\varphi_0}{2}+\varphi_0\right)\sin\frac{\theta}{2}\right)=$$
$$=2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\varphi_0}{2}\right)-\sin\frac{\varphi_0}{2}\sin\frac{\theta}{2}\right)=2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\times$$
$$\times\left(\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{\varphi_0}{2}+\sin\frac{\varphi_0}{2}\sin\frac{\theta}{2}-\sin\frac{\varphi_0}{2}\sin\frac{\theta}{2}\right)=$$
$$=2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}\cos\frac{\varphi_0}{2}=\Phi_1\sin\theta\cos\frac{\varphi_0}{2}.$$
$$M_x=\Phi_1 b\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\varphi_0}{2}\right)+\sin\frac{\varphi_0}{2}\sin\frac{\theta}{2}\right);$$
$$M_y=\sum M_{iy}=\Phi_1(l+L)\sin(\varphi+\varphi_0)\sin\theta=\Phi_1(l+L)\times$$
$$\times\sin\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\varphi_0}{2}+\varphi_0\right)\sin\theta=\Phi_1(l+L)\cos\frac{\varphi_0}{2}\sin\theta;$$
$$M_z=\sum M_{iz}=-\Phi_1(l+L)\cos(\varphi+\varphi_0)\sin\theta=-\Phi_1\times$$
$$\times(l+L)\cos\left(\frac{\pi}{2}-\frac{\varphi_0}{2}+\varphi_0\right)\times\sin\theta=\Phi_1(l+L)\sin\frac{\varphi_0}{2}\sin\theta.$$
$$M_x-\left(yF_z-zF_y\right)=0;$$
$$\Phi_1 b\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\varphi_0}{2}\right)+\sin\frac{\varphi_0}{2}\sin\frac{\theta}{2}\right)-\left(\Phi_1 y\sin\theta\times\right.$$
$$\left.\times\cos\frac{\varphi_0}{2}+\Phi_1 z\sin\theta\sin\frac{\varphi_0}{2}\right)=0;$$
$$\Phi_1 b\sin\frac{\theta}{2}\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\varphi_0}{2}\right)+\sin\frac{\varphi_0}{2}\sin\frac{\theta}{2}\right)=2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\times$$
$$\times\cos\frac{\theta}{2}\left(y\cos\frac{\varphi_0}{2}+z\sin\frac{\varphi_0}{2}\right);$$
$$\frac{b\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}-\frac{\varphi_0}{2}\right)+\sin\frac{\varphi_0}{2}\sin\frac{\theta}{2}\right)}{2\cos\frac{\theta}{2}}=y\cos\frac{\varphi_0}{2}+\sin\frac{\varphi_0}{2};$$
$$M_y-\left(zF_x-xF_z\right)=0;$$
$$\Phi_1(l+L)\cos\frac{\varphi_0}{2}\sin\theta+\Phi_1 x\sin\theta\cos\frac{\varphi_0}{2}=0;$$
$$\Phi_1(l+L)\cos\frac{\varphi_0}{2}\sin\theta=-\Phi_1 x\sin\theta\cos\frac{\varphi_0}{2}=0;$$
$$x=-(l+L);$$
$$M_z-\left(xF_y-yF_x\right)=0;$$
$$\Phi_1(l+L)\sin\frac{\varphi_0}{2}\sin\theta+\Phi_1 x\sin\theta\sin\frac{\varphi_0}{2}=0;$$
$$\Phi_1(l+L)\sin\frac{\varphi_0}{2}\sin\theta=-\Phi_1 x\sin\theta\sin\frac{\varphi_0}{2}=0;$$
$$x=-(l+L);$$

Система сил приводится к паре сил тогда, когда $F_0=0$. Исследуем этот случай приведения:

$$F_O=2\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\left(cos^2\frac{\theta}{2}+4\sin\frac{\theta}{2}\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\times\right.$$
$$\left.\times\sin\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\theta}{2}\right)\right)^{1/2}=0;$$

а) $\sin\frac{\theta}{2}=0$; $\frac{\theta}{2}=0,\pi$; $\theta=0,2\pi$; принимаем $\theta=0$;

В этом случае:

$$M_O=\Phi_1\sin\frac{\theta}{2}\left(\left(b\left(\sin\left(\varphi+\frac{\theta}{2}\right)-\sin\frac{\theta}{2}\cos(\varphi+\varphi_0)\right)\right)^2+\right.$$
$$\left.+4(l+L)^2\cos^2\frac{\theta}{2}\right)^{1/2}=0.$$

И система сил находится в динамическом равновесии.

а) $cos^2\frac{\theta}{2}+4\sin\frac{\theta}{2}\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\theta}{2}\right)=0$;

$$cos^2\frac{\theta}{2}=-4\sin\frac{\theta}{2}\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\theta}{2}\right);$$
$$1=\sin\frac{\theta}{2}\left(\sin\frac{\theta}{2}-4\cos\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}\right)\sin\left(\varphi+\frac{\varphi_0}{2}+\frac{\theta}{2}\right)\right);$$

Уравнение справедливо в случае равенства множителей единице:

$$\begin{cases} \sin\dfrac{\theta}{2} = 1 \\ \sin\dfrac{\theta}{2} - 4\cos\left(\varphi + \dfrac{\varphi_0}{2}\right)\sin\left(\varphi + \dfrac{\varphi_0}{2} + \dfrac{\theta}{2}\right) = 1 \end{cases}$$

Таким образом:

$$\begin{cases} \sin\dfrac{\theta}{2} = 1 \\ \cos\left(\varphi + \dfrac{\varphi_0}{2}\right)\sin\left(\varphi + \dfrac{\varphi_0}{2} + \dfrac{\theta}{2}\right) = 0 \end{cases}$$

$$\sin\frac{\theta}{2} = 1; \quad \frac{\theta}{2} = \frac{\pi}{2} + 2n\pi; \quad \theta = \pi + 4n\pi;$$

$$\cos\left(\varphi + \frac{\varphi_0}{2}\right) = 0; \quad \varphi + \frac{\varphi_0}{2} = \frac{\pi}{2} + n\pi; \quad \varphi = \frac{\pi}{2} - \frac{\varphi_0}{2} + n\pi;$$

$$M_O = \Phi_1 \sin\frac{\theta}{2}\left(\left(b\left(\sin\left(\varphi + \frac{\theta}{2}\right) - \sin\frac{\theta}{2}\cos\left(\varphi + \varphi_0\right)\right)\right)^2 + \right.$$

$$\left. + 4\left(l + L\right)^2 \cos^2\frac{\theta}{2}\right)^{1/2} = \Phi_1 b\left(\cos\varphi - \cos\left(\varphi + \varphi_0\right)\right);$$

Система сил приводится к паре сил с моментом M_O.

Выводы

1. Проведенные исследования подтверждают многообразие силовых полей, которые генерирует блок управляемых дебалансных вибровозбудителей.
2. В процессе управления подвижными дебалансами силовые поля плавно изменяют свою структуру их поступательной в угловую или винтовую, или в любом другом сочетании указанных структур.
3. Изменение силового поля происходит автоматически при изменении статического момента дебалансов или с наперед заданной программой вибрационного воздействия.
4. Управление структурой силового поля производится посредством изменения первоначального угла сдвига фаз φ_0 и углом поворота подвижных дебалансов θ.

Литература

1. Сердюк Л.И. Основы теории, расчет и конструирование управляемых вибрационных машин с дебалансными возбудителями: автореф. дис. докт. техн. наук / Л.И. Сердюк; ХПИ.– Харьков, 1991.– 48 с .
2. Блехман И.И. Что может вибрация? О «вибрационной механике» и вибрационной технике / И.И. Блехман. – М.: Наука, 1988. – 208 с.
3. Диминтберг Ф.М. Вибрация в технике и человек / Ф.М. Диминтберг, К.В. Фролов. – М.: Знание,1987. – 160 с.
4. Вибрации в технике: справочник. В 6-ти т. / Ред. совет: В.Н. Челомей (пред.) и др. – М.: Машиностроение, 1981. – Т.4. Вибрационные процессы и машины / под ред. Э.Э. Лавендела, 1981. – 509 с.
5. Гончаревич И.Ф. Теория вибрационной техники и технологии. / И.Ф. Гончаревич, К.В. Фролов. – М.: Наука, 1981. – 320 с.
6. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний / Я.Г. Пановко. – М.: Наука, 1971. − 192 с.
7. Бабичев А.П. Основы вибрационной технологии / А.П. Бабичев, И.А. Бабичев. – Ростов-н/Д.: ДГТУ, 1999. – 620 с.
8. Черевко А.Н. Влияние сдвига фаз управляемых дебалансных вибровозбудителей на структуру силового поля / А.Н. Черевко, П.А. Черевко Вибрації в техніці та технологіях. – 2011. – №1(61). – С.59-71.
9. Никитин Н.Н. Курс теоретической механики / Н.Н. Никитин. – Москва. ”Высшая школа”, 1990. – 607 с.