



Яглінський В. П.

Обайді А. С.

*Одеський національний
політехнічний
університет*

Фелько М. В.

Беліков В. Т.

*Одеська військова
академія*

Yaglinsky V. P.

Obaidi A. S.

*Odessa National
Polytechnical University*

Felko M. V.

Belikov V. T.

*Odessa Academy of
Military*

УДК 621.9.04

ГОЛОВНІ ЧАСТОТИ ПЛАТФОРМИ ВЕРСТАТА-ГЕКСАПОДА

Розроблено аналітичні залежності визначення головних частот верстата-гексапода від просторової конфігурації МПСК, яка характеризується шістьма узагальненими координатами: трьома координатами полюса P та трьома кутами орієнтації платформи (кути Ейлера-Кривола). За результатами чисельного моделювання на прикладі певної конструкції верстата-гексапода визначено розподіл головних частот для множини конфігурацій МПСК. Встановлено, що відхилення платформи від вертикалі на кути понад $\pm 15^\circ$ призводять до підвищення першої головної частоти у 10...15 разів. Отримані аналітичні моделі дають змогу обрати для виконання певних технологічних операцій необхідну конфігурацію МПСК верстата-гексапода з попередньо узгодженими головними частотами та унеможливити виникнення резонансних режимів функціонування.

Ключові слова: механізм паралельної структури і кінематики, матриця Якобі, резонанс, жорсткість.

Вступ. Однією із прогресивних тенденцій світового машинобудування є використання високопродуктивних прецизійних верстатів-роботів і технологічних комплексів нового покоління, до складу яких входять промислові платформи (ПП) на основі механізмів паралельної структури і кінематики (МПСК) типу гексапод. Унікальні можливості верстата-гексапода дозволяють здійснювати не тільки переміщення й орієнтацію об'єктів маніпулювання, але й виконувати широкий спектр рухів із заданою точністю за складними траєкторіями [1, 2].

Забезпечення ефективності виробництва ПП досягається шляхом прогнозування технічного рівня аналогічних конструкцій та відбором кращих варіантів, починаючи зі стадії допроектних досліджень.

Постановка проблеми. Під час руху ПП та виконання технологічного процесу

виникають коливання, які впливають не тільки на перевантаження елементів верстата-гексапода, але і на точність позиціонування, на швидкість відпрацювання траєкторії і тривалість технологічної операції та на надійність усієї системи. Невирішеною проблемою залишається функціонування верстата-гексапода при резонансних режимах, під час критичних перевантажень, в умовах нестійкості орієнтації і позиціонування полюса ПП та у непередбачених ситуаціях. За таких умов дослідження головних частот верстата-гексапода в залежності від просторової орієнтації є актуальною науковою проблемою і має практичне значення для вітчизняного верстатобудування.

Аналіз відомих досліджень. Вперше теоретичні дослідження механізмів з паралельною структурою (замкнутою кінематикою) виконані у 1645 р. К. Реном



(Christopher Wren), значно пізніше у 1813 р. продовжені Коші (Cauchy), Лебегом (Lebesgue), 1867 р., Брикардом (Bricard), 1897 р. У 1947 р. шотландський інженер В. Гауф (V. Gough) запатентував механізм на основі замкнутого кінематичного ланцюга, який дозволяв фіксувати і орієнтувати платформу для визначення зносу пневматичних шин. Аналогічне обладнання паралельної структури сконструював інженер Д. Стюарт (D. Stewart) у 1965 р. Ним же вперше запропоновано термін «гексапод» [2, 3]. Інтерес практиків і увага дослідників до платформи Стюарта зумовлений насамперед високою точністю позиціонування (до 0,1 мкм). Інженери Н. McCallion і P. Truong вперше у 1979 р. використали платформу Стюарта як автоматизований складальний стіл. Проф. К. Хант (K. Hunt) опрацював застосування платформи Стюарда як механізму руки робота (1983 р.), виконав дослідження механізму з паралельно працюючими приводами, проаналізував можливі варіанти конструкції. Конструюванню і дослідженню верстатів-роботів на основі МПСК присвячені також роботи Ю.М. Кузнецова, Д.А. Дмитрієва, М.І. Черновола, А.М. Кириченко, А.Ш. Коліскова,

А.Ф. Крайнева, В.А. Глазунова, J.P. Merlet та ін. [2 – 7]. Відомі дослідження деформацій ланок МПСК типу гексапод за методом кінцевих елементів та експериментальні вимірювання відповідної жорсткості забезпечують визначення характеристик жорсткості лише для конкретної просторової конфігурації верстата-робота [8, 9].

Метою даних досліджень є розробка аналітичних моделей для визначення головних частот верстата-гексапода в залежності від узагальнених параметрів, які однозначно визначають просторову конфігурацію.

Твердотільна 3-D модель верстата-гексапода. Перші моделі багатоцільового верстата мали вертикальну компоновку, що надавало конструкції більшої жорсткості, але значно ускладнювало доступ до заготованок [10]. Сучасна компоновка високошвидкісного верстата-гексапода на основі платформи Стюарта являє собою систему, що складається з рухомої платформи 1 й нерухомого стояка (базису) 2, з'єднаних за допомогою карданних 4 та сферичних 5 кінематичних пар з шістьма рухливими ланками (штангами) 3 змінної довжини (рис. 1.).

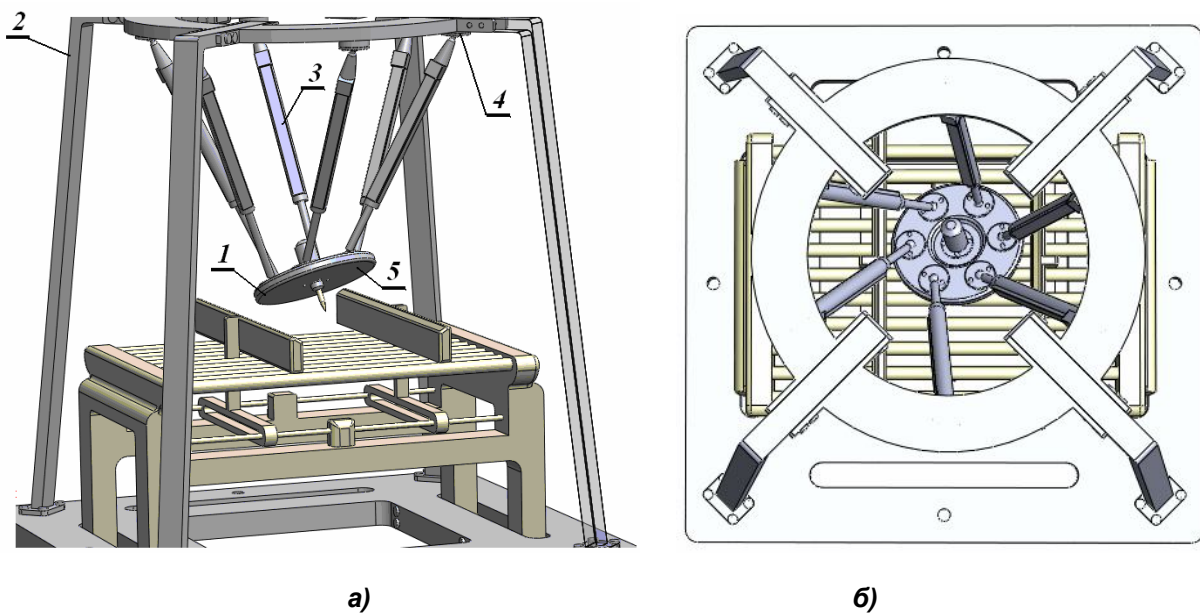


Рис. 1. Приклади візуалізації повороту платформи верстата-гексапода: а – навколо горизонтальної осі до моменту геометричного запирання; б – навколо вертикальної осі (вид зверху)

Координати точок A_i нерухомої основи в базисі $Ox_0y_0z_0$ і точок B_i платформи в рухомому координатному базисі $PXYZ$,

пов'язаному з платформою, під час руху платформи не змінюються і визначаються так (рис. 2)



$$\begin{pmatrix} A_{xi} \\ A_{yi} \\ A_{zi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R \cdot \sin \frac{(i-1)\pi}{3} \\ R \cdot \cos \frac{(i-1)\pi}{3} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} B_{xi} \\ B_{yi} \\ B_{zi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} r \cdot \sin \frac{(i-1)\pi}{3} \\ r \cdot \cos \frac{(i-1)\pi}{3} \\ 0 \end{pmatrix}, \quad i = 1, \dots, 6, \quad (1)$$

де R та r – радіуси центрів шарнірів A_i та B_i відповідно [11].

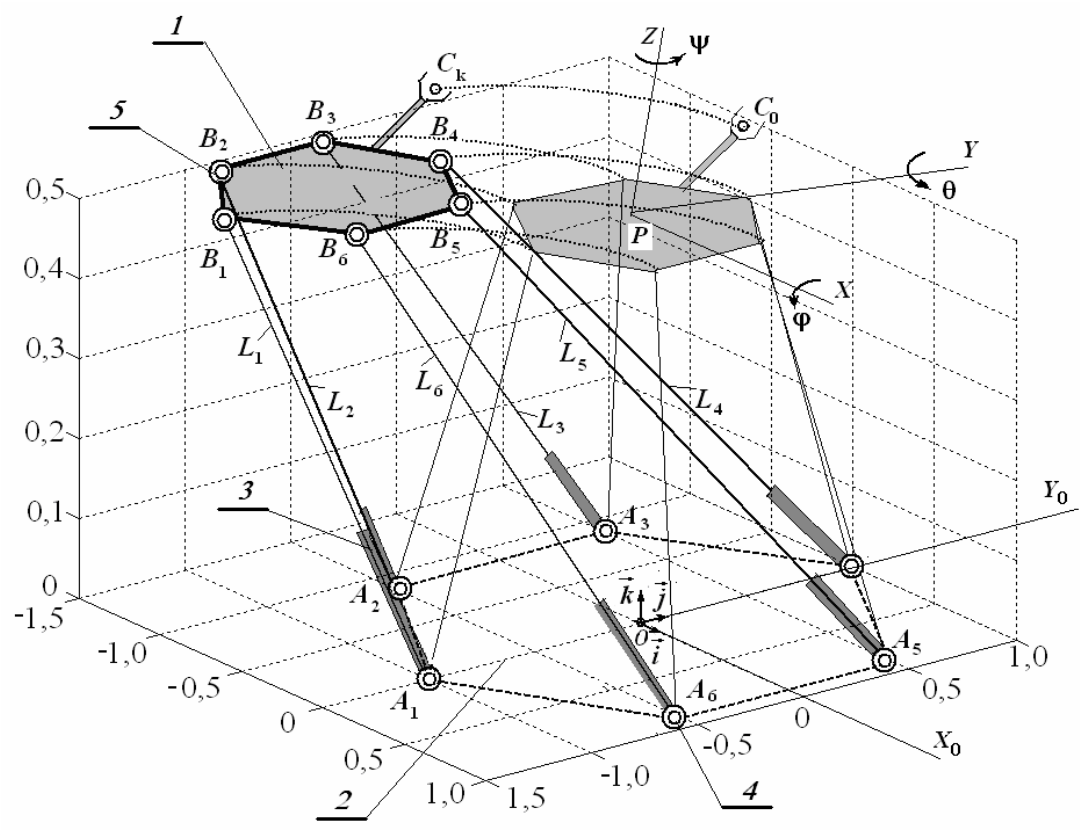


Рис. 2. Розрахункова схема орієнтації ПП

Визначення матриці C узагальнених коефіцієнтів жорсткості та матриці A коефіцієнтів інерції ПП. Модель ПП типу гексапод складається із рухомої платформи 1, нерухомої основи (базису) 2 і сукупності рухомих ланок 3 змінної довжини, що зв'язані карданними шарнірами 4 (A_i) з нерухомим базисом, а сферичним шарніром 5 (B_i) – з рухомою платформою (див. рисунок 2) [12]. Просторова конфігурація ПП відносно нерухомого базису $OX_0Y_0Z_0$ характеризується положенням системи

координат $PXYZ$, що зв'язана з рухомою платформою, та визначається наступними узагальненими параметрами орієнтації: трьома координатами (x_P, y_P, z_P) полюса P рухої платформи вздовж нерухомих вісей OX_0, OY_0, OZ_0 та трьох кутів Ейлера-Крилова (ψ, θ, φ) повороту навколо осей системи $PX_1Y_1Z_1$, що паралельна $OX_0Y_0Z_0$ (рис. 3).

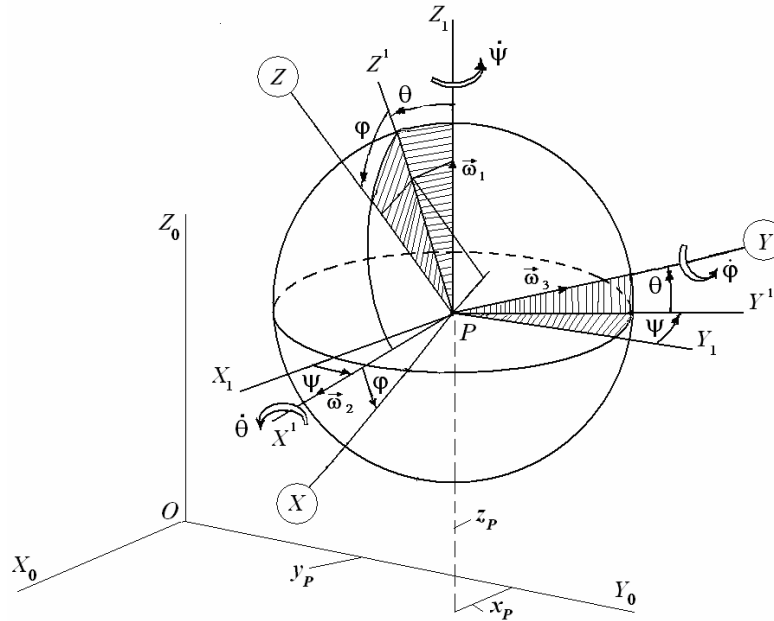


Рис. 3. Схема кутів Ейлера-Крилова та проєкцій кутових швидкостей ПП

Матриця перетворення координат точок при повороті осей відповідно до схеми (див. рисунок 3) має вигляд [13]

$$R_{zxy} = R_z \cdot R_x \cdot R_y = \begin{pmatrix} c_\psi & -s_\psi & 0 \\ s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & c_\theta & -s_\theta \\ 0 & s_\theta & c_\theta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} c_\varphi & 0 & s_\varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\varphi & 0 & c_\varphi \end{pmatrix}, \quad (2)$$

$$c_\psi = \cos \psi, \quad s_\psi = \sin \psi, \quad c_\theta = \cos \theta, \quad s_\theta = \sin \theta, \quad c_\varphi = \cos \varphi, \quad s_\varphi = \sin \varphi.$$

Після перемноження матриць (2) отримано

$$R_{zxy} = \begin{pmatrix} c_\psi c_\varphi - s_\psi s_\theta s_\varphi & -s_\psi c_\theta & c_\psi s_\varphi + s_\psi s_\theta c_\varphi \\ s_\psi c_\varphi + c_\psi s_\theta s_\varphi & c_\psi c_\theta & s_\psi s_\varphi - c_\psi s_\theta c_\varphi \\ -c_\theta s_\varphi & s_\theta & c_\theta c_\varphi \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Координати точок B_i ПП у нерухомому базисі $OX_0Y_0Z_0$ мають вигляд

$$\begin{pmatrix} x_{Bi} & y_{Bi} & z_{Bi} \end{pmatrix}^T = R_{zxy} \cdot \begin{pmatrix} B_{xi} & B_{yi} & B_{zi} \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} x_P & y_P & z_P \end{pmatrix}^T,$$

де T – символ транспонування матриць [14].

З урахуванням (3) отримано

$$\begin{pmatrix} x_{Bi} \\ y_{Bi} \\ z_{Bi} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} B_{xi}(c_\psi c_\varphi - s_\psi s_\theta s_\varphi) + B_{yi}(-s_\psi c_\theta) + B_{zi}(c_\psi s_\varphi + s_\psi s_\theta c_\varphi) + x_P \\ B_{xi}(s_\psi c_\varphi + c_\psi s_\theta s_\varphi) + B_{yi}c_\psi c_\theta + B_{zi}(s_\psi s_\varphi - c_\psi s_\theta c_\varphi) + y_P \\ B_{xi}(-c_\theta s_\varphi) + B_{yi}s_\theta + B_{zi}c_\theta c_\varphi + z_P \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Довжини ($L_i = A_i B_i$) штанг визначено так

$$L_i = \sqrt{(x_{Bi} - x_{Ai})^2 + (y_{Bi} - y_{Ai})^2 + (z_{Bi} - z_{Ai})^2}, \quad i = 1 \dots 6.$$

Деформації (подовження) штанг визначено з використанням матриці Якобі

$$\Delta L_i = \begin{pmatrix} J_{ix} & J_{iy} & J_{iz} & J_{i\psi} & J_{i\theta} & J_{i\varphi} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta x & \Delta y & \Delta z & \Delta \psi & \Delta \theta & \Delta \varphi \end{pmatrix}^T, \quad (5)$$

де складові матриці Якобі визначені за формулами:

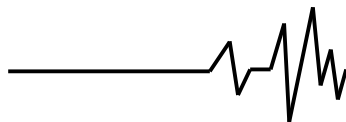


$$\left. \begin{aligned}
 J_{ix} &= \frac{\partial L_i}{\partial x_p} = \frac{1}{L_i} (x_{Bi} - x_{Ai}) \frac{\partial x_{Bi}}{\partial x_p}; \\
 J_{iy} &= \frac{\partial L_i}{\partial y_p} = \frac{1}{L_i} (y_{Bi} - y_{Ai}) \frac{\partial y_{Bi}}{\partial y_p}; \\
 J_{iz} &= \frac{\partial L_i}{\partial z_p} = \frac{1}{L_i} (z_{Bi} - z_{Ai}) \frac{\partial z_{Bi}}{\partial z_p}; \\
 J_{i\psi} &= \frac{\partial L_i}{\partial \psi} = \frac{1}{L_i} \left[(x_{Bi} - x_{Ai}) \frac{\partial x_{Bi}}{\partial \psi} + (y_{Bi} - y_{Ai}) \frac{\partial y_{Bi}}{\partial \psi} + (z_{Bi} - z_{Ai}) \frac{\partial z_{Bi}}{\partial \psi} \right]; \\
 J_{i\theta} &= \frac{\partial L_i}{\partial \theta} = \frac{1}{L_i} \left[(x_{Bi} - x_{Ai}) \frac{\partial x_{Bi}}{\partial \theta} + (y_{Bi} - y_{Ai}) \frac{\partial y_{Bi}}{\partial \theta} + (z_{Bi} - z_{Ai}) \frac{\partial z_{Bi}}{\partial \theta} \right]; \\
 J_{i\varphi} &= \frac{\partial L_i}{\partial \varphi} = \frac{1}{L_i} \left[(x_{Bi} - x_{Ai}) \frac{\partial x_{Bi}}{\partial \varphi} + (y_{Bi} - y_{Ai}) \frac{\partial y_{Bi}}{\partial \varphi} + (z_{Bi} - z_{Ai}) \frac{\partial z_{Bi}}{\partial \varphi} \right]
 \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial x_{Bi}}{\partial x_p} &= 1; & \frac{\partial x_{Bi}}{\partial y_p} &= 0; & \frac{\partial x_{Bi}}{\partial z_p} &= 0; & \frac{\partial z_{Bi}}{\partial \psi} &= 0; \\
 \frac{\partial y_{Bi}}{\partial x_p} &= 0; & \frac{\partial y_{Bi}}{\partial y_p} &= 1; & \frac{\partial y_{Bi}}{\partial z_p} &= 0; & \frac{\partial z_{Bi}}{\partial \theta} &= B_{xi}(s_\theta s_\varphi) + B_{yi}c_\theta - B_{zi}s_\theta c_\varphi; \\
 \frac{\partial z_{Bi}}{\partial x_p} &= 0; & \frac{\partial z_{Bi}}{\partial y_p} &= 0; & \frac{\partial z_{Bi}}{\partial z_p} &= 1; & \frac{\partial z_{Bi}}{\partial \varphi} &= B_{xi}(-c_\theta c_\varphi) - B_{zi}c_\theta s_\varphi
 \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial x_{Bi}}{\partial \psi} &= B_{xi}(-s_\psi c_\varphi - c_\psi s_\theta s_\varphi) - B_{yi}c_\psi c_\theta + B_{zi}(-s_\psi s_\varphi + c_\psi s_\theta c_\varphi); \\
 \frac{\partial x_{Bi}}{\partial \theta} &= -B_{xi}s_\psi c_\theta s_\varphi + B_{yi}s_\psi s_\theta + B_{zi}s_\psi c_\theta c_\varphi; \\
 \frac{\partial x_{Bi}}{\partial \varphi} &= B_{xi}(-c_\psi s_\varphi - s_\psi s_\theta c_\varphi) + B_{zi}(c_\psi c_\varphi - s_\psi s_\theta s_\varphi)
 \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

$$\left. \begin{aligned}
 \frac{\partial y_{Bi}}{\partial \psi} &= B_{xi}(c_\psi c_\varphi - s_\psi s_\theta s_\varphi) - B_{yi}s_\psi c_\theta + B_{zi}(c_\psi s_\varphi + s_\psi s_\theta c_\varphi); \\
 \frac{\partial y_{Bi}}{\partial \theta} &= B_{xi}c_\psi c_\theta s_\varphi - B_{yi}c_\psi s_\theta - B_{zi}c_\psi c_\theta c_\varphi; \\
 \frac{\partial y_{Bi}}{\partial \varphi} &= B_{xi}(-s_\psi s_\varphi + c_\psi s_\theta c_\varphi) + B_{zi}(s_\psi c_\varphi + c_\psi s_\theta s_\varphi)
 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$



З урахуванням (6-9) формула (5) має вигляд

$$\begin{pmatrix} \Delta L_1 \\ \Delta L_2 \\ \Delta L_3 \\ \Delta L_4 \\ \Delta L_5 \\ \Delta L_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} J_{1x} & J_{1y} & J_{1z} & J_{1\psi} & J_{1\theta} & J_{1\varphi} \\ J_{2x} & J_{2y} & J_{2z} & J_{2\psi} & J_{2\theta} & J_{2\varphi} \\ J_{3x} & J_{3y} & J_{3z} & J_{3\psi} & J_{3\theta} & J_{3\varphi} \\ J_{4x} & J_{4y} & J_{4z} & J_{4\psi} & J_{4\theta} & J_{4\varphi} \\ J_{5x} & J_{5y} & J_{5z} & J_{5\psi} & J_{5\theta} & J_{5\varphi} \\ J_{6x} & J_{6y} & J_{6z} & J_{6\psi} & J_{6\theta} & J_{6\varphi} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \\ \Delta \psi \\ \Delta \theta \\ \Delta \varphi \end{pmatrix},$$

або у скороченому запису

$$\Delta L = J \cdot \Delta_p, \tag{10}$$

де ΔL – матриця деформацій штанг гексаподу; J – матриця Якобі; Δ_p – матриця-стовпець пружних переміщень платформи.

Матриця коефіцієнтів жорсткості МПСК верстата-гексапода має вигляд

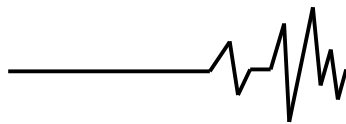
$$C = J^T \cdot C_D \cdot J =$$

$$= \begin{pmatrix} c_{xx} & c_{xy} & c_{xz} & c_{x\psi} & c_{x\theta} & c_{x\varphi} \\ c_{yx} & c_{yy} & c_{yz} & c_{y\psi} & c_{y\theta} & c_{y\varphi} \\ c_{zx} & c_{zy} & c_{zz} & c_{z\psi} & c_{z\theta} & c_{z\varphi} \\ c_{\psi x} & c_{\psi y} & c_{\psi z} & c_{\psi\psi} & c_{\psi\theta} & c_{\psi\varphi} \\ c_{\theta x} & c_{\theta y} & c_{\theta z} & c_{\theta\psi} & c_{\theta\theta} & c_{\theta\varphi} \\ c_{\varphi x} & c_{\varphi y} & c_{\varphi z} & c_{\varphi\psi} & c_{\varphi\theta} & c_{\varphi\varphi} \end{pmatrix}, \tag{11}$$

$$C_D = \begin{pmatrix} c_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_6 \end{pmatrix},$$

де C_D – діагональна матриця коефіцієнтів жорсткості c_i штанг гексаподу, а складові матриці C визначаються за формулами:

$$\left. \begin{aligned} c_{xx} &= \sum_{i=1}^6 c_i J_{ix} J_{ix}; & c_{xy} &= c_{yx} = \sum_{i=1}^6 c_i J_{ix} J_{iy}; & c_{xz} &= c_{zx} = \sum_{i=1}^6 c_i J_{ix} J_{iz}; \\ c_{x\psi} &= c_{\psi x} = \sum_{i=1}^6 c_i J_{ix} J_{i\psi}; & c_{x\theta} &= c_{\theta x} = \sum_{i=1}^6 c_i J_{ix} J_{i\theta}; & c_{x\varphi} &= c_{\varphi x} = \sum_{i=1}^6 c_i J_{ix} J_{i\varphi}; \\ c_{yy} &= \sum_{i=1}^6 c_i J_{iy} J_{iy}; & c_{yz} &= c_{zy} = \sum_{i=1}^6 c_i J_{iy} J_{iz}; & c_{y\psi} &= c_{\psi y} = \sum_{i=1}^6 c_i J_{iy} J_{i\psi}; \\ c_{zz} &= \sum_{i=1}^6 c_i J_{iz} J_{iz}; & c_{y\theta} &= c_{\theta y} = \sum_{i=1}^6 c_i J_{iy} J_{i\theta}; & c_{y\varphi} &= c_{\varphi y} = \sum_{i=1}^6 c_i J_{iy} J_{i\varphi}; \\ c_{\psi\psi} &= \sum_{i=1}^6 c_i J_{i\psi} J_{i\psi}; & c_{z\psi} &= c_{\psi z} = \sum_{i=1}^6 c_i J_{iz} J_{i\psi}; & c_{z\theta} &= c_{\theta z} = \sum_{i=1}^6 c_i J_{iz} J_{i\theta}; \\ c_{\theta\theta} &= \sum_{i=1}^6 c_i J_{i\theta} J_{i\theta}; & c_{\psi\theta} &= c_{\theta\psi} = \sum_{i=1}^6 c_i J_{i\psi} J_{i\theta}; & c_{\psi\varphi} &= c_{\varphi\psi} = \sum_{i=1}^6 c_i J_{i\psi} J_{i\varphi}; \\ c_{\varphi\varphi} &= \sum_{i=1}^6 c_i J_{i\varphi} J_{i\varphi}; & c_{\varphi\theta} &= c_{\theta\varphi} = \sum_{i=1}^6 c_i J_{i\varphi} J_{i\theta}; & c_{\varphi\psi} &= c_{\psi\varphi} = \sum_{i=1}^6 c_i J_{i\varphi} J_{i\psi}; \\ c_{\varphi z} &= c_{z\varphi} = \sum_{i=1}^6 c_i J_{i\varphi} J_{iz}. \end{aligned} \right\}$$



Визначення головних частот системи МПСК верстата-гексапода. У заданій просторовій конфігурації ПП знаходиться у рівновазі і узагальнені параметри конфігурації $(x_p, y_p, z_p, \psi, \theta, \varphi)$ є константи. Під час коливань системи ПП навколо заданої просторової конфігурації змінюються пружні відхилення $(\Delta x_p, \Delta y_p, \Delta z_p, \Delta \psi, \Delta \theta, \Delta \varphi)$ та відповідні їм деформації штанг гексапода ΔL_i . Швидкості пружних переміщень позначимо так:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d(\Delta x)}{dt} = V_x; \quad \frac{d(\Delta y)}{dt} = V_y; \quad \frac{d(\Delta z)}{dt} = V_z; \\ \frac{d(\Delta \psi)}{dt} = \dot{\psi}; \quad \frac{d(\Delta \theta)}{dt} = \dot{\theta}; \quad \frac{d(\Delta \varphi)}{dt} = \dot{\varphi} \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

Кінетична енергія ПП визначена за формулами

$$T = \frac{m}{2}(V_x^2 + V_y^2 + V_z^2) + \frac{J_x \omega_x^2}{2} + \frac{J_y \omega_y^2}{2} + \frac{J_z \omega_z^2}{2}, \quad (13)$$

де m – маса платформи; J_x, J_y, J_z – осьові моменти інерції руомої платформи відносно своїх власних осей OX, OY, OZ (осі вважаємо головними) відповідно; $\omega_x, \omega_y, \omega_z$ – проекції кутової швидкості ПП, що визначаються за кінематичними формулами Ейлера та на рухомі осі, зв'язані з платформою у полюсі P (див. рисунок 3), мають вигляд:

$$\left. \begin{aligned} \omega_x &= -\dot{\psi} \cos(\Delta \theta) \sin(\Delta \varphi) + \dot{\theta} \cos(\Delta \varphi), \\ \omega_y &= \dot{\varphi} + \dot{\psi} \sin(\Delta \theta), \\ \omega_z &= \dot{\psi} \cos(\Delta \theta) \cos(\Delta \varphi) + \dot{\theta} \sin(\Delta \varphi) \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Вважаючи пружні відхилення $(\Delta \psi, \Delta \theta, \Delta \varphi)$ ПП від положення рівноваги малими величинами, рівняння (14) зведені до вигляду

$$\omega_x = \dot{\theta}, \quad \omega_y = \dot{\varphi}, \quad \omega_z = \dot{\psi}. \quad (15)$$

Квадратична форма кінетичної енергії (13) приймає вигляд

$$T = \frac{1}{2} A \cdot (V_x^2 \quad V_y^2 \quad V_z^2 \quad \dot{\psi}^2 \quad \dot{\theta}^2 \quad \dot{\varphi}^2)^T, \quad (16)$$

де A – матриця узагальнених коефіцієнтів інерції ПП, що має вигляд

$$A = \begin{pmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & J_z & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & J_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & J_y \end{pmatrix}. \quad (17)$$

Визначення головних частот системи МПСК верстата-гексапода. Частотне рівняння для ПП верстата-гексапода має відомий вигляд

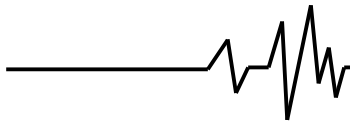
$$\|C - p^2 A\| = 0,$$

або

$$\left\| \begin{array}{cccccc} c_{xx} - m p^2 & c_{xy} & c_{xz} & c_{x\psi} & c_{x\theta} & c_{x\varphi} \\ c_{yx} & c_{yy} - m p^2 & c_{yz} & c_{y\psi} & c_{y\theta} & c_{y\varphi} \\ c_{zx} & c_{zy} & c_{zz} - m p^2 & c_{z\psi} & c_{z\theta} & c_{z\varphi} \\ c_{\psi x} & c_{\psi y} & c_{\psi z} & c_{\psi\psi} - J_z p^2 & c_{\psi\theta} & c_{\psi\varphi} \\ c_{\theta x} & c_{\theta y} & c_{\theta z} & c_{\theta\psi} & c_{\theta\theta} - J_x p^2 & c_{\theta\varphi} \\ c_{\varphi x} & c_{\varphi y} & c_{\varphi z} & c_{\varphi\psi} & c_{\varphi\theta} & c_{\varphi\varphi} - J_y p^2 \end{array} \right\| = 0. \quad (18)$$

Зміна просторової конфігурації ПП характеризується зміною головних частот МПСК. Проведено дослідження головних частот для множини конфігурацій платформи верстата-гексапода з наступними параметрами:

$R = 1,0$ м; $r = 0,5$ м; коефіцієнти жорсткості штанг однакові $c_i = c_0 = 10^8$ Н/м.



Кути поворотів платформи θ і φ змінювались в інтервалі $(-20^\circ \div 20^\circ)$.

Аналіз результатів досліджень показує, що вертикальне переміщення платформи (збільшення z_p) приводить до зменшення

першої головної частоти (рис. 4). При повороті платформи на $15^\circ \dots 20^\circ$ значення першої головної частоти збільшується на порядок (у $10 \dots 15$ разів).

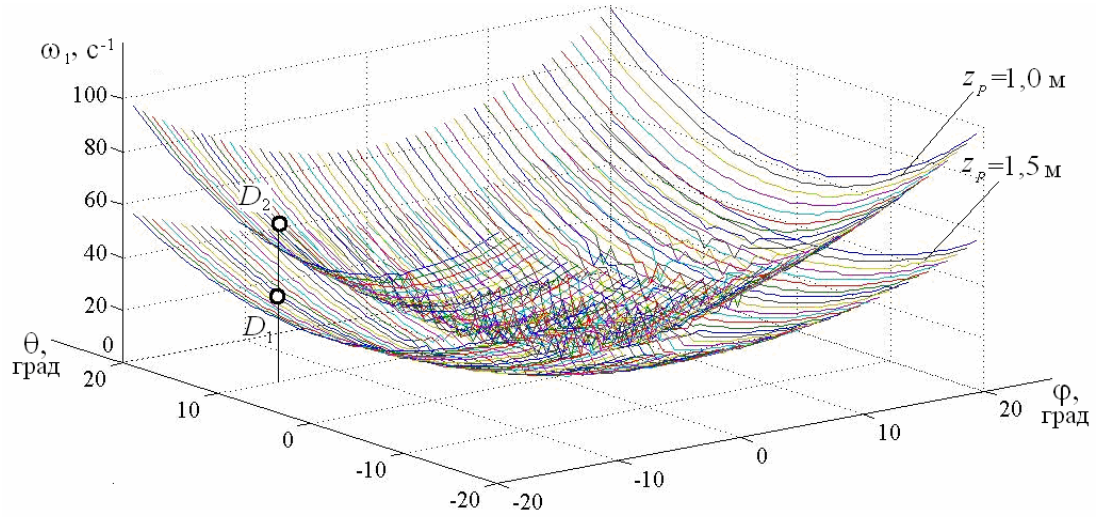


Рис. 4. Діаграма першої головної частоти МПСК верстата-гексапода для множини конфігурацій з різними дискретними кутами орієнтації θ і φ

Горизонтальне зміщення полюса P платформи надає першій головній частоті коливань платформи зменшення, а одночасний поворот зменшує частоту у $2 \dots 4$ рази (рис. 5).

Точки D_1 і D_2 діаграми (див. рисунок 4) характеризують перші головні частоти МПСК гексапода для наступних конфігурацій:

- $D_1 \rightarrow \omega_1 = 48 \text{ c}^{-1}; \psi = 0; \theta = 10^\circ; \varphi = 5^\circ; x_p = 0; y_p = 0; z_p = 1,5 \text{ м.}$
- $D_2 \rightarrow \omega_1 = 63 \text{ c}^{-1}; \psi = 0; \theta = 10^\circ; \varphi = 5^\circ; x_p = 0; y_p = 0; z_p = 1,0 \text{ м.}$

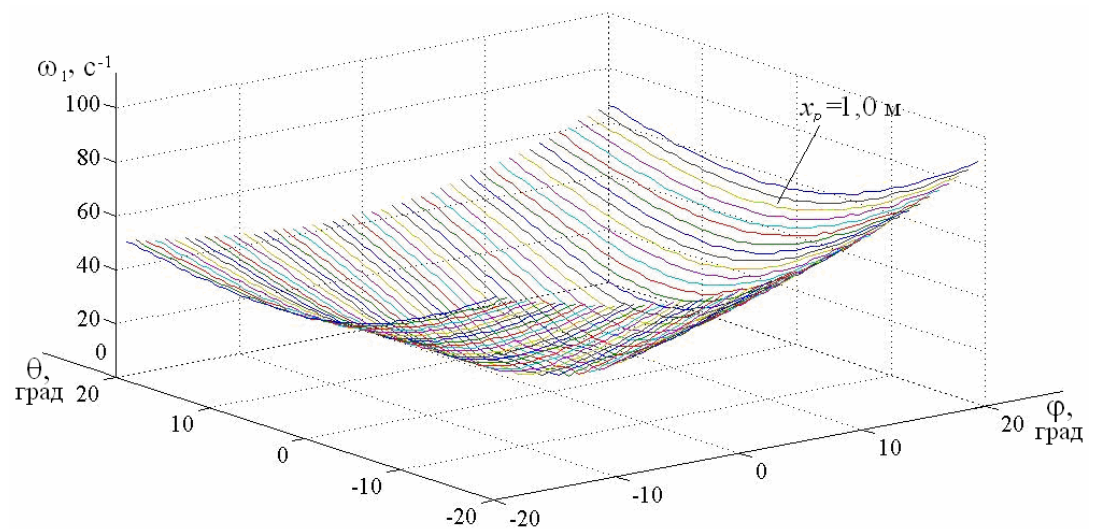
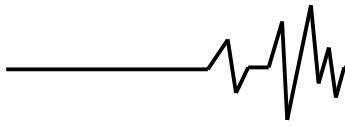


Рис. 5. Діаграма розподілу першої головної частоти гексапода при різних кутах орієнтації θ і φ та зміщенні полюса P платформи у напрямках: горизонтальному на $x_p = 0,5 \text{ м}$ та вертикальному на $z_p = 1,5 \text{ м}$



Результати досліджень показали, що друга головна частота МПСК гексапода в залежності від орієнтації змінюється в інтервалі (180...990) с⁻¹.

Висновки. Розроблено аналітичні залежності визначення головних частот верстата-гексапода від просторової конфігурації МПСК, яка характеризується шістьма узагальненими координатами: трьома координатами полюса P платформи та трьома кутами орієнтації (кути Ейлера-Крилова). За результатами чисельного моделювання на прикладі певної конструкції верстата-гексапода визначено розподіл головних частот для множини конфігурацій МПСК. Встановлено, що відхилення платформи від вертикалі на кути понад $\pm 15^\circ$ призводять до підвищення першої головної частоти у 10...15 разів. Визначено область конфігурацій в інтервалах зміни кутів φ і θ ($0... \pm 5^\circ$), яка відповідає низьким головним частотам на рівні (6...12) с⁻¹. Отримані аналітичні моделі визначення головних частот верстата-гексапода дають змогу обрати для виконання технологічних операцій необхідну конфігурацію МПСК з попередньо узгодженими головними частотами та унеможливити виникнення резонансних режимів функціонування.

Список використаних джерел

1. Афонин, В.Л. Обработка нового поколения. Концепция проектирования [Текст] / В.Л. Афонин, А.Ф. Крайнев, В.Е. Ковалев. – М.: Машиностроение, 2001. – 256 с.
2. Кузнецов, Ю.М. Компонирование верстатов с механизмами параллельной структуры [Текст] / Ю.М. Кузнецов, Д.О. Дмитриев, Г.Ю. Диневич. – Херсон: ПП Вишемирский В.С., 2009. – 456 с.
3. Кузнецов, Ю.Н. Проектирование многоцелевых токарных станков с механизмами параллельной структуры [Текст] / Ю.Н. Кузнецов, Д.А. Дмитриев, Г.Ю. Диневич // Вестник национ. техн. ун-та Украины "КПИ". Машиностроение. – К.: НТУУ "КПИ", 2008. – Т. 52. – С. 156–170.
4. Глазунов, В.А. Пространственные механизмы параллельной структуры [Текст] / В.А. Глазунов, А.Ш. Колисков, А.Ф. Крайнев. – М.: Наука, 1991. – 95с.
5. Merlet, J.P. Parallel Robots [Text] // J.P. Merlet. – The Netherlands, Dordrecht: Springer, 2006. – 417 p.
6. Струтинський, В.Б. Теоретичний аналіз жорсткості шестикоординатного механізму параллельної структури [Текст] / В.Б. Струтинський, А.М. Кириченко // Вісник націон.

техн. ун-та України «КПИ». Машинобудування, Т. 57. – К.: НТУУ "КПИ", 2009. – С. 198–207.

7. Кириченко, А.М. Приведення до зони обробки жорсткості та податливості обладнання з механізмами параллельної структури [Текст] / А.М. Кириченко // Вісник націон. техн. ун-та України «КПИ». Машинобудування, Т. 59. – К.: НТУУ "КПИ", 2009. – С. 205–210.

8. Кириченко, А.М. Моделювання жорсткості верстата-гексапода [Текст] / А.М. Кириченко // 36. наук. праць Кіровоградського НТУ. Техніка в сільгоспвиробництві, галузеве машинобудування, автоматизація. – Вип. 20. – Кіровоград: КНТУ, 2008. – С. 122–126.

9. Вайнштейн, И.В. Экспериментальное исследование статической жесткости пятикоординатного фрезерного станка с параллельной кинематикой [Текст] / И.В. Вайнштейн, Н.А. Серков, Р.О. Сироткин // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2007, № 5. – С. 102–109.

10. Яглинский, В.П. Кинематика оборудования на основе механизмов параллельной структуры [Текст] / В.П. Яглинский // Раздел 6 коллективной монографии: Прогрессивное машиностроительное оборудование. – Орел, Изд. дом "Спектр", 2011. С. 86–132.

11. Yaglinsky, V.P. Kinematics of robots with parallel structure [Text] / V. P. Yaglinsky, S. Rost, D. M. Chlizov // MOTROL, Motorization and Power Industry in Agriculture. – Lublin, 2008. – Vol. 10A. – P. 105–114.

12. Yaglinsky, V.P. Mechanisms of parallel Structure in modern Machine-Building Manufacture [Text] / V.P. Jaglinsky, S.S. Gutyrva // Les Problemes Contemporains du Technosphere et de la Formation des Cadres D'Ingenieurs, de IV Conf. Intern. Scientifique et Methodique, Hammamet: Tunisie. – Donetsk: DonNTU, 2010. – P. 37–40.

13. Яглинський, В.П. Кінематика комбінованого модульного динамічного тренажера [Текст] / В.П. Яглинський, А. Обайді // Технологічний аудит і резерви виробництва. – 2014. – № 2/1 (16). – С. 38–41.

14. Яглинский, В.П. Имитационная обобщенная модель работа агрегатно-модульного построения [Текст] / В.П. Яглинский, С. Рост, Д.Н. Хлицов // 3-я Всероссийск. научн. конф. "Проектирование инженерных и научных приложений в среде MATLAB". – С.-Петербург: – 2007. – С. 455–462.

Список джерел в транслітерації

1. Afonin, V.L., Krainev, A.F., Kovalev, V.E. (2001). Obrabatyvaushee oborudvanie



novoho pokolenia. Konzepcia proektirovaniya. M: Mashinostroenie. 256.

2. Kuznezov, Ur.M. (2009). Komponovka verstativ z mehanizmy parallelnoi struktury. Kherson: PP Vishemirsky. 456.

3. Kuznezov, Ur.N., Dmitriev, D.A., Dinevych G.Yu. (2008). Projektirovanie mnogocelevykh tokarnykh stankov z mehanizmy parallelnoi struktury. Vestnik nacion. tehn. un-ta Ukraine "KPI". Mashinostroenie. T. 52. 156–170.

4. Glazunov, V.A., Koliskor, A.SH., Krainev, A.F. (1991). Prostranstvennye mehanizmy parallelnoi struktury. M.: Nauka. 95.

5. Merlet, J.P. (2006). Parallel Robots. Netherlands, Dordrecht: Springer. 417.

6. Strutinsky, V.B., Kiritshenko, A.M. (2009). Theoretichesky analiz jorstkosti shestikoordynatnoho mehanizmu parallelnoi struktury. Visnyk nacion. tehn. un-ta Ukraine "KPI". Mashinostroenie. T. 57. 198–207.

7. Kiritshenko, A.M. (2009). Pryvedennia do zony obrobky jorstkosti ta podatlyvosti obladnannia z mehanizmy parallelnoi struktury. Visnyk nacion. tehn. un-ta Ukraine "KPI". Mashinostroenie. T. 59. 205–210.

8. Kiritshenko, A.M. (2008). Modeluvannia jorstkosti verstata-hexapoda. Zb. nauk. praci Kirovohradskoho NTU. Tehnika u silhospyvrobnyctvi, haluzeve mashynobuduvannia, avtomatyzacia. Vyp. 20. 122–126.

9. Vainstein, I.V., Serkov, N.A., Sirotkin, R.O. (2007). Experimentalnoe issledovanie statitsheskoj jorstkosti piatikoordynatnoho frezernoho stanka s parallel kinematikoi. Problemy mashinostroenia i nadejnosti mashin. № 5. 102–109.

10. Yaglinsky, V.P. Kinematika oborudovannia na osnove mehanizmov parallelnoi struktury. (2011). Razdel 6 kollektivnoy monografii: Prohressivnoe mashinostroitelnoe oborudovanie. Orel, Izd. dom "Spektr". 86–132.

11. Yaglinsky, V.P., Rost, S, Chlizov, D.M. (2008). Kinematics of robots with parallel structure. MOTROL, Motorization and Power Industry in Agriculture. Lublin. Vol. 10A. 105–114.

12. Yaglinsky, V.P., Gutyrva, S.S. (2010). Mechanisms of parallel Structure in modern Machine-Building Manufacture. Les Problemes Contemporains du Technosphere et de la Formation des Cadres D'Ingenieurs, de IV Conf. Intern. Scientifique et Methodique, Hammamet: Tunisie. Donetsk: DonNTU. 37–40.

13. Yaglinsky, V.P., Obaidi. Aimen. (2014). Kinematika kombinovanoho modulnoho dynamitshnoho trenajera. Tehnologitsheskiy audit i rezervy proizvodstva. № 2/1 (16). 38–41.

14. Yaglinsky, V.P., Rost, S, Chlizov, D.M. (2007). Imitacionnaia obobshchennaia model

robota ahrehatno-modulnoho postroenia. 3-ia Vserosiyskaia nautshn. konf. "Proektirovanie injenernykh i nautcsnykh prilozheniy v srede MATLAB". S,-Peterburg. 455–462.

ГЛАВНЫЕ ЧАСТОТЫ ПЛАТФОРМЫ СТАНКА-ГЕКСАПОДА

Аннотация. Разработаны аналитические зависимости определения главных частот станка-гексапода от пространственной конфигурации МПСК, характеризующейся шестью обобщенными координатами: тремя координатами полюса P и тремя углами ориентации платформы (углы Эйлера-Крылова). По результатам численного моделирования на примере определенной конструкции станка-гексапода определено распределение главных частот для множества конфигураций МПСК. Установлено, что отклонения платформы от вертикали на углы более $\pm 15^\circ$ приводят к повышению первой главной частоты в 10 ... 15 раз. Полученные аналитические модели позволяют выбрать необходимую конфигурацию МПСК станка-гексапод для выполнения определенных технологических операций с предварительно согласованными главными частотами и исключить возникновение резонансных режимов функционирования.

Ключевые слова: механизм параллельной структуры и кинематики, матрица Якоби, резонанс, жесткость.

MAIN FREQUENCY MACHINE ON THE PLATFORM-HEXAPOD

Annotation. The analytical determination of the normal frequencies depending on the machine-hexapod from the spatial configuration of mechanism of parallel structure, characterized by six generalized coordinates: the three coordinates of the pole P and three orientation angles of the platform (the Euler angles-Krylov). According to the results of numerical simulations on the example of a specific structure of the machine-hexapod defined distribution of the normal frequencies for a variety of configurations mechanism. It was established that the deviation of the platform from the vertical by more than $\pm 15^\circ$ angles lead to an increase in the first main frequency of 10 ... 15 times. The analytical models allow us to select the desired configuration of the mechanism on hexapod machine to perform certain operations with a pre-agreed the main frequencies and to eliminate any resonance modes of operation.

Key words: mechanism of parallel structure and kinematics, the Jacobian matrix, resonance, stiffness.