



Гавва О. М.

Кохан О. О.

Кривопляс-Володіна Л.О.

*Національний
університет харчових
технологій*

Gavva O. M.

Kokhan O. O.

Krivoplyas-Volodina L. O.

*National University of
Food Technologies*

УДК 663/664.04.3

ДЕЯКІ ПІДХОДИ ДО МІНІМІЗАЦІЇ ЕНЕРГОВИТРАТ У ПІДЙІМАЛЬНО-ОПУСКНОМУ ПРИСТРОЇ ПАКЕТОФОРМУВАЛЬНОЇ МАШИНИ

В статті приведені результати досліджень раціональних параметрів підйімально-опускного пристрою пакетоформувальної машини за критерієм мінімізації витрат енергії на операцію формування транспортного пакета. Сформульовано показник якості та аналітично виражена задача оптимального керування, що зводиться до двох точкової граничної задачі і дає можливість визначити оптимальні параметри збудження та руху робочих органів пристрою. Функція керування забезпечує потрібне задане позиціонування робочого органу пристрою під час виконання технологічної операції.

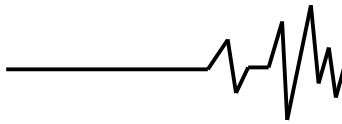
Ключові слова: пакетоформувальна машина, підйімально-опускний пристрій, енерговитрати, динамічна модель, оптимізація, показник якості.

Вступ. Індустріалізація логістичних операцій із тарними вантажами передбачає застосування машин-автоматів та автоматичних ліній формування збільшених вантажних одиниць. Формування збільшених вантажних одиниць (транспортних пакетів) складається з трьох основних технологічних процесів: підготовка тарних вантажів до пакетування; вкладання їх на піддон або попередньо вкладений шар вантажів; скріплення транспортного пакета. Виконання цих процесів повинно забезпечувати отримання достатньо міцних і стійких транспортних пакетів, здатних сприймати без ознак руйнування структури пакета поздовжні, поперечні, вертикальні, статичні і динамічні навантаження, що діють під час його перевезення й виконання навантажувально-розвантажувальних та транспортно-складських робіт [1,2].

Із аналізу існуючих конструкцій пакетоформувальних машин (ПФМ), що забезпечують горизонтальний спосіб формування транспортного пакету встановлено, що залежно від конструктивного виконання підйімально-опускного пристрою їх можна поділити на машини з рамною,

портальною та колонною конструкціями. Найбільш широкого застосування внаслідок своєї мобільності знайшла рамна конструкція ПФМ, тому подальші дослідження проводились на основі такої конструкції. Основними пристроями ПФМ рамної конструкції є: підйімально-опускний механізм або механізм формування пакета; механізм формування ряду та шару вантажів; механізм укладання шару вантажів; механізм виділення одиничного піддона зі стопи піддонів; конвеєрні системи подачі вантажів та піддонів і відводу сформованих пакетів. До однієї з основних технологічних операцій як такої, що регламентує продуктивність машини, можна віднести операцію укладання ряду, шару вантажів на піддон або на раніше вкладений шар вантажів. Крім того, як встановлено попередніми дослідженнями [3], саме на підйімально-опускний механізм припадає значна частина витрат енергії, що споживається усією машиною.

Основна частина роботи. Приведені результати досліджень в цій статті присвячені визначенню раціональних параметрів підйімально-опускного механізму ПФМ за критерієм мінімізації витрат енергії на операцію



накопичення вантажів на піддоні. Обґрунтування важливості оптимального керування механізмом із завданням мінімізації енерговитрат вантажопідіймальних машинах приводиться у роботах [4,5]. Тобто, можна говорити про мінімізацію середньої потужності механізму.

Прийнята до розгляду конструкція підйомно-опускного пристрою (рис.1) може бути представлена моделлю у вигляді як двомасової, так і тримасової коливальної системи, що включає в себе масу платформи 1 з укладеними на неї вантажами 2 та противагою 3, з'єднану з масою ротора двигуна 4 та елементів приводу 5 за допомогою гнучкого пружного елемента 6. У механізмі також присутні джерела збудження - електродвигун 4 та гальмо 7.

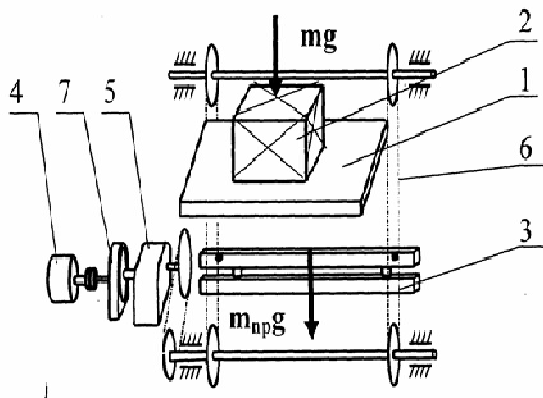


Рис. 1. Принципова схема підйомно-опускного механізму:

- 1 – платформа; 2 – вантаж; 3 – противага;**
- 4 – ротор двигуна; 5 – привод;**
- 6 – гнучкий пружний елемент;**
- 7 – гальмо**

Електродвигун виконує свою основну функцію під час підйому порожньої платформи у початкове положення, тобто у крайню верхню точку. Тривалість підйому залежить від часу формування вантажів, що складає біля 5...10 секунд. Величина переміщення відповідає висоті пакета. У процесі покрокового опускання на кожному відрізку переміщення двигун працює у генераторному режимі паралельно з мережею, забезпечуючи постійне значення швидкості, що встановлюється за рахунок відрізка жорсткої механічної характеристики.

За класифікацією, приведену в роботі [2], механізм можна описати динамічною моделлю I класу, 2-ї модифікації. Експериментальні дослідження [6] динамічних явищ у приводі натурального макета свідчать про те, що час перехідних процесів пуску

співрозмірний з періодом власних коливань системи. Тому система є низькочастотною, в якій збуджуючий вплив не можна вважати постійним.

Два споживача електроенергії - двигун та гальмо протягом одного циклу опускання платформи працюють у різних режимах споживання електроенергії з мережі. Двигун споживає енергію в режимі руху в період пуску та в генераторному режимі. Гальмо в період пуску та усталеного руху споживає струм із мережі в режимі нормально замкненого фіксатора, що забезпечує зупинку механізму в аварійній ситуації під час вимикання подачі енергії. В режимі гальмування при вимкненому двигуні гальмо виконує свою безпосередню функцію – зупиняє платформу та привід механізму у заданому положенні.

Рух двомасової системи можна описати такою системою диференціальних рівнянь [2,7]:

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 + b_{1,2}(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) + c_{1,2}(\varphi_1 - \varphi_2) = M(t); \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 - b_{1,2}(\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_2) - c_{1,2}(\varphi_1 - \varphi_2) = \pm M_2, \end{cases} \quad (1)$$

де φ_1 – кутове переміщення ведучої ланки приводу; φ_2 – приведені до валу ведучої ланки кутове переміщення платформи; $b_{1,2}$ – коефіцієнт демпфування гнучкого зв'язку між масами; $c_{1,2}$ – коефіцієнт жорсткості гнучкого зв'язку між масами; I_1 – зведений момент інерції приводу; I_2 – зведений момент інерції мас, що рухаються поступально; $M(t)$ – крутний момент двигуна (або гальма, залежно від режиму, що розглядається) – функція керування; M_2 – зведений статичний момент; знак «-» біля M_2 означає, що момент протидіє крутному моменту двигуна (режим піднімання платформи), а знак «+» – момент співпадає за напрямком з крутним моментом двигуна (режим опускання).

Розглянемо окремо режими руху:

а) Режим пуску та усталеного руху (збуджуючий вплив крутного моменту двигуна). Оскільки параметри двигуна задані, крутний момент на валу двигуна дорівнює [6]:

$$\begin{aligned} M(\varphi) &= \frac{2M_m(1+a \cdot S_k)}{\frac{S}{S_k} + \frac{S_k}{S} + 2a \cdot S_k} = \dots \\ &= \frac{2M_m \left(1 + a \cdot \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0} \right)}{\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 - \omega_k} + \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0 - \omega} + 2a \cdot \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0}} \end{aligned} \quad (2)$$



де $M(\varphi_1) = f(\omega)$ – крутний момент, що розвивається на валу електродвигуна; $\omega = \dot{\varphi}_1(t)$ – кутова швидкість обертання вала двигуна; M_m, S_k – максимальне значення крутного моменту і відповідного йому ковзання; ω_k – максимальна кутова швидкість ротора; ω_0 – синхронна кутова швидкість поля статора $S = f(t)$ – поточне значення ковзання; a – безрозмірний коефіцієнт, що залежить від типу двигуна і визначається за формулою: $a = R_1/R_2'$; R_1 – первинний зведений активний фазовий опір обмоток статора; R_2' – активний фазовий опір ротора, що зведений до обмотки статора.

Підставивши значення $M(\omega)$ (2) у систему рівнянь (1), отримаємо:

$$\begin{cases} I_1\dot{\varphi}_1 + b(\varphi_1 - \varphi_2) + c(\varphi_1 - \varphi_2) = \dots \\ \dots = \frac{2M_m \left(1 + a \cdot \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0} \right)}{\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 - \omega_k} + \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0 - \omega} + 2a \cdot \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0}}, \\ I_2\dot{\varphi}_2 - b_{1,2}(\varphi_1 - \varphi_2) - c_{1,2}(\varphi_1 - \varphi_2) = \pm M. \end{cases} \quad (3)$$

Система (3) має задані граничні умови:

а) переміщення платформи вгору:

при $t=0$,

$$\begin{cases} \varphi_1 = 0, \dot{\varphi}_1 = 0, \ddot{\varphi}_1 = \dots \\ \dots = \frac{1}{I_1} \left[\frac{2M_m \left(1 + a \cdot \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0} \right)}{\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 - \omega_k} + \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0 - \omega} + 2a \cdot \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0}} - M_2 \right]; \\ \varphi_2 = 0, \dot{\varphi}_2 = -\frac{M_2}{c_{1,2}}, \ddot{\varphi}_2 = 0. \end{cases} \quad (4)$$

при $t_{\text{п}} \leq t \leq t_{\text{п}} + t_y$ $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = \omega_y$;

б) переміщення платформи до низу:
при $t=0$

$$\begin{cases} \varphi_1 = 0, \dot{\varphi}_1 = 0, \ddot{\varphi}_1 = \dots \\ \dots = \frac{1}{I_1} \left[\frac{2M_m \left(1 + a \cdot \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0} \right)}{\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 - \omega_k} + \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0 - \omega} + 2a \cdot \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0}} + M_2 \right]; \\ \varphi_2 = \frac{M_2}{c_{1,2}}, \dot{\varphi}_2 = 0, \ddot{\varphi}_2 = 0. \end{cases} \quad (5)$$

при $t_{\text{п}} \leq t \leq t_{\text{п}} + t_y$ $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = \omega_y$;

з фіксованим моментом початку і невизначеним моментом досягнення, на який накладається умова трансверсальності при умові відсутності обмежень на фазові координати та функцію керування $M(\omega)$, яка за умовою повинна мінімізувати показник якості.

Загальний час переміщення:

$T = t_{\text{п}} + t_y + t_r$, $t_{\text{п}}$, t_y , t_r – відповідно час пуску, усталеного руху та гальмування; ω_y – кутова швидкість усталеного руху мас системи.

Оскільки функція $M(\omega)$ перетворює систему (1) в нелінійну, виду (3), розв'язок останньої можна знайти відомими чисельними методами.

У багатьох конструкціях ПФМ використання противаги [6] потребує застосування моделі у вигляді тримасової коливальної системи.

Рух тримасової коливальної системи описується системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} I_1\dot{\varphi}_1 + b_{1,2}(\varphi_1 - \varphi_2) + c_{1,2}(\varphi_1 - \varphi_2) = \dots \\ \dots = \frac{2M_m \left(1 + a \cdot \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0} \right)}{\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 - \omega_k} + \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0 - \omega} + 2a \cdot \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0}}; \\ I_2\dot{\varphi}_2 - b_{1,2}(\varphi_1 - \varphi_2) - c_{1,2}(\varphi_1 - \varphi_2) + b_{2,3}(\varphi_2 - \varphi_3) + \dots \\ \dots + c_{2,3}(\varphi_2 - \varphi_3) = \pm M_2; \\ I_3\dot{\varphi}_3 - b_{2,3}(\varphi_2 - \varphi_3) - c_{2,3}(\varphi_2 - \varphi_3) = \pm M_3 \end{cases} \quad (6)$$

де φ_1 – кутове переміщення ведучої ланки (першої маси); φ_2 та φ_3 – приведені до ведучих ланок кутові переміщення платформи та противаги; $b_{1,2}$ та $b_{2,3}$ – коефіцієнти



демпфування гнучких зв'язків між масами; $C_{1,2}$ та $C_{2,3}$ – коефіцієнти жорсткості гнучких зв'язків між масами; I_1 – зведений момент інерції мас, що рухаються поступально; I_2 та I_3 - зведений момент інерції мас, що рухаються поступально; M_2 та M_3 – зведені статичні моменти мас платформи та противаги відповідно.

Система рівнянь має задані граничні умови:

а) переміщення платформи вгору:
при $t=0$

$$\left\{ \begin{aligned} &\varphi_1 = 0, \dot{\varphi}_1 = 0, \ddot{\varphi}_1 = \dots \\ &\dots = \frac{1}{I_1} \left[\frac{2M_m \left(1 + a \cdot \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0} \right)}{\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 - \omega_k} + \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0 - \omega} + 2a \cdot \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0}} - M_2 + M_3 \right]; \\ &\varphi_2 = -\left(\frac{M_2 - M_3}{c_{1,2}} \right), \dot{\varphi}_2 = 0, \ddot{\varphi}_2 = 0; \\ &\varphi_3 = \frac{M_3}{c_{2,3}}, \dot{\varphi}_3 = 0, \ddot{\varphi}_3 = 0. \end{aligned} \right. \quad (7)$$

при $t_{\text{п}} \leq t \leq t_{\text{п}} + t_{\text{г}}$, $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_3 = \omega_y$;

б) переміщення платформи до низу:
при $t=0$

$$\left\{ \begin{aligned} &\varphi_1 = 0, \dot{\varphi}_1 = 0, \ddot{\varphi}_1 = \dots \\ &\dots = \frac{1}{I_1} \left[\frac{2M_m \left(1 + a \cdot \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0} \right)}{\frac{\omega_0 - \omega}{\omega_0 - \omega_k} + \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0 - \omega} + 2a \cdot \frac{\omega_0 - \omega_k}{\omega_0}} + M_2 - M_3 \right]; \quad (8) \\ &\varphi_2 = -\left(\frac{M_2 - M_3}{c_{1,2}} \right), \dot{\varphi}_2 = 0, \ddot{\varphi}_2 = 0; \\ &\varphi_3 = \frac{M_3}{c_{2,3}}, \dot{\varphi}_3 = 0, \ddot{\varphi}_3 = 0, \end{aligned} \right.$$

при $t_{\text{п}} \leq t \leq t_{\text{п}} + t_{\text{г}}$, $\dot{\varphi}_1 = \dot{\varphi}_2 = \dot{\varphi}_3 = \omega_y$

в) Режим гальмування

Відлік часу прийнято від початку гальмування, а його закінчення відповідає тривалості етапу $t = t_{\text{г}}$. Граничними умовами є початкові умови (4) та (5) отримані під час розв'язання системи рівнянь (3) значення параметрів $\varphi_1, \varphi_2, \dot{\varphi}_1, \dot{\varphi}_2, \ddot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_2$

при $t = t_{\text{п}} + t_y$.

при $t=0$:

$$\left\{ \begin{aligned} &\varphi_1(t_n + t_y), \dot{\varphi}_1 = \omega_y, \ddot{\varphi}_1 = 0; \\ &\varphi_2(t_n + t_y), \dot{\varphi}_2(t_n + t_y), \ddot{\varphi}_2(t_n + t_y). \end{aligned} \right. \quad (9)$$

при $t = t_{\text{г}}$, граничні умови будуть $\dot{\varphi}_1 = 0; \ddot{\varphi}_1 = 0;$

при $t=0$:

$$\left\{ \begin{aligned} &\varphi_1(t_n + t_y), \dot{\varphi}_1 = \omega_y, \ddot{\varphi}_1 = 0; \\ &\varphi_2(t_n + t_y), \dot{\varphi}_2(t_n + t_y), \ddot{\varphi}_2(t_n + t_y); \\ &\varphi_3(t_n + t_y), \dot{\varphi}_3(t_n + t_y), \ddot{\varphi}_3(t_n + t_y). \end{aligned} \right. \quad (10)$$

Під час проектування пакетоформувань та пакеторозбірних машин енерговитрати вважаються одним із основних показників якості [4,6]. Тому керування підйнятно-опускним пристроєм повинно бути оптимальним, тобто, воно повинно забезпечувати мінімальне значення показника якості. Розглянемо мінімізацію енерговитрат для кожного із режимів руху. З теорії електропривода відомо, що двигун споживає енергію під час пуску в залежності від швидкості обертання ротора [3]. Швидкість обертання ротора як функція часу є розв'язком систем рівнянь (3) або (6). Після пуску двигун працює в генераторному режимі паралельно з мережею на жорсткій ділянці механічної характеристики. Підключений до навантаження зовнішньої мережі, електродвигун при $\omega < \omega_0$ віддає енергію в мережу (генераторний режим), проте виникає потреба у споживанні потужності збудження, яка витрачається на втрати в сталі та міді [7]:

$$P = m \cdot U_{\phi} \cdot I,$$

де m – кількість фаз, U_{ϕ} – фазова напруга, $I = f(\omega_0)$ – сила струму. Енергія, що споживається двигуном за час пуску та усталеного руху, визначається за формулою:

$$E_1 + E_2 = \int_0^{t_n} P_1(\varphi_1(t)) \cdot dt + P_2 \cdot (t_y + t_n) \quad (11)$$

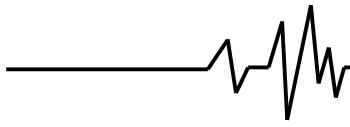
де E_1 – енергія, що споживається двигуном за час пуску;

E_2 – енергія, що споживається двигуном за час руху.

Гальмо в режимі роботи нормально замкненого фіксатора споживає енергію за час роботи двигуна

$$E_3 = P_3(t_y + t_n). \quad (12)$$

На ділянці гальмування в режимі керування гальмівне зусилля функціонально залежить від потужності електроприводу гальма. Зворотна функція – $P_4(M)$. Застосовуючи параболічне вирівнювання для отримання аналітичного вигляду функції $P_4(M)$, отримаємо:



$$P_4(M) = pM_2 + qM + r, \quad (13)$$

де p, q, r – коефіцієнти параболічного вирівнювання [8], а витрати енергії відповідно:

$$E_4 = \int_0^{t_2} P_4(M(t)) dt, \quad (14)$$

Сумарні витрати енергії за цикл покрокового переміщення складають:

$$\begin{aligned} E_{\text{сум}} &= E_1 + E_2 + E_3 + E_4 = \\ &= \int_0^{t_n} P_1(\varphi_1(t)) \cdot dt + P_2(t_y + t_n) + P_3(t_y + t_n) + \dots \quad (15) \\ &\dots + \int_0^{t_2} P_4(M(t)) dt. \end{aligned}$$

Функція керування повинна надавати показнику якості $E_{\text{сум}}$ мінімальне значення.

Отже, в режимі роботи підйимально-опускного пристрою можна виділити три етапи: розгін, усталений рух та гальмування. А основні споживачі електроенергії: двигун та гальмо. Розглянемо їх окремо. Тобто, запишемо показник якості у вигляді:

$$\begin{aligned} E_{\text{сум}} &= E^{(1)} + E^{(2)} = (E_1 + E_2) + (E_3 + E_4) = \\ &= \left[\int_0^{t_n} P_1(\varphi_1) dt + P_2(t_n + t_y) \right] + \dots \quad (16) \\ &\dots + \left[P_3(t_n + t_y) + \int_0^{t_2} P_4(M(t)) dt \right] \end{aligned}$$

де $E^{(1)}$ – показник якості споживання енергії двигуном; $E^{(2)}$ – показник якості споживання енергії приводом гальма.

Функціонування підйимально-опускного механізму у складі ПФМ накладає певні обмеження параметрів руху. По часу та відносно переміщення першої маси, на яку діє зусилля керування, обмеження записуються у вигляді:

$$\begin{aligned} T &= t_{II} + t_y + t_2, \quad \Phi = \varphi_{1II} + \varphi_{1y} + \varphi_{12}, \text{ або} \\ N &= \Phi - (\varphi_{1II} + \varphi_{1y} + \varphi_{12}) = \xi + \omega_y t_2 - \varphi_{12}, \\ \xi &= \Phi - \varphi_{1II} - \omega_y T + \omega_y t_{II} \quad (17) \end{aligned}$$

де, відповідно: T – час циклу; t_{II}, t_y, t_2 – час пуску, усталеного руху, та гальмування; Φ – кутове

переміщення першої маси, на яку діє зусилля керування; $\varphi_{1II}, \varphi_{1y}, \varphi_{12}$ – кутові переміщення на ділянках пуску, усталеного руху, та гальмування, ξ – задана постійна величина; ω_y – кутова швидкість усталеного руху. В такому разі задача полягає у тому, щоб на етапі пуску та усталеного руху визначити, які параметри і яким чином впливають на витрати енергії у двигуні, і на етапі гальмування – припустиму функцію керування $M(t)$, та підібрати параметри таким чином, щоб показник якості прийняв мінімальне значення:

$$J = -t_T(P_2 + P_3) + \int_0^{t_2} P_4(M(t)) dt. \quad (18)$$

Підйимально-опускний пристрій виконує покрокове опускання, тому початок кожного переміщення відбувається зі стану статичної рівноваги. Оптимальні параметри руху на кожному окремому покроковому переміщенні зумовлюють оптимальність всього переміщення на протязі технологічного циклу формування пакета. Однак такий параметр, як маса противаги, має неадекватний вплив на показник якості під час опускання платформи з навантаженням, що дискретно змінюється. А тому під час вибору раціонального значення маси противаги потрібно враховувати вплив даного параметра на витрати енергії на протязі всього технологічного циклу формування пакета.

Розглянемо витрати енергії під час формування транспортного пакета на кожному кроці переміщення платформи й окремо в режимах пуску, усталеного руху та гальмуванні.

Щодо витрат енергії в режимі пуску та усталеного руху, то вони залежать від наступних параметрів: маси вантажу, швидкості руху платформи (власне, продуктивності), маси рухомих частин робочих органів, жорсткості гнучкого зв'язку між масами, коефіцієнта дисипації (демпфування) у системі та маси противаги. Перші два параметри не підлягають коригуванню, оскільки саме вони є вихідними даними під час проектування обладнання даного типу. Маса рухомих частин робочих органів (металоємність) також можемо змінювати в дуже вузьких межах із міркувань їх міцності.

Аналіз отриманих результатів.

Вплив інших параметрів наглядно ілюструється графіками залежності крутного моменту двигуна та потужності, що споживається, від часу для різних значень противаги (рис.2-4). Що стосується впливу значення маси противаги на витрати енергії, його потрібно враховувати на протязі всього технологічного циклу формування пакета.

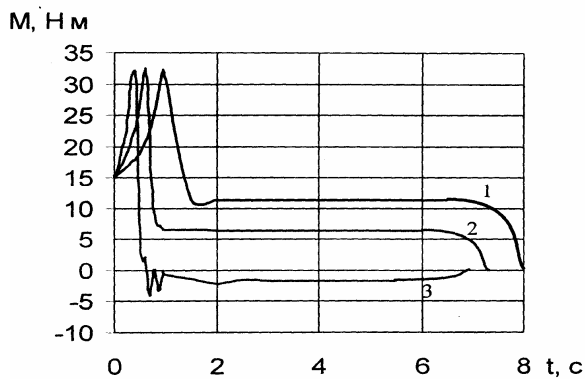


Рис. 2. Залежність крутного моменту двигуна від часу (піднімання порожньої платформи): 1 – без противаги; 2 – маса противаги 100 кг; 3 – маса противаги 200 кг

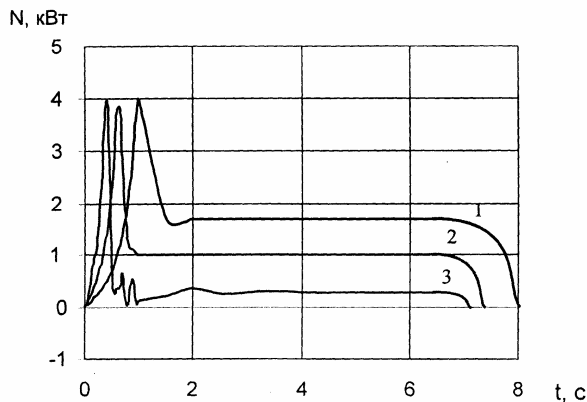


Рис. 3. Залежність потужності, що споживається двигуном, від часу (піднімання порожньої платформи): 1 – без противаги; 2 – маса противаги 100 кг; 3 – маса противаги 200 кг

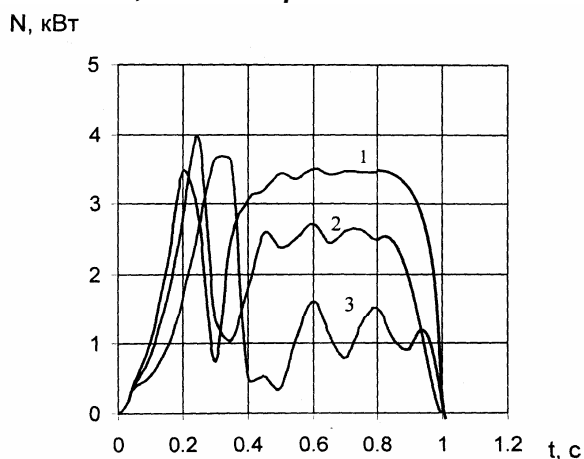


Рис. 4. Залежність потужності, що споживається двигуном, від часу (опускання 1-го шару вантажів): 1 – без противаги; 2 – маса противаги 100 кг; 3 – маса противаги 200 кг

Показник якості для режиму гальмування як функція має вигляд (18). Показник якості такого вигляду представляє собою досить поширену форму Больца [8] з функцією керування – гальмівним моментом при фіксованому моменті початку $t=0$ та невизначеному моменті досягнення t_T . Повне формулювання задачі виглядає таким чином: визначити допустиму функцію керування та масу противаги, які б мінімізували показник якості у формі Больца, для динамічної двомасової системи при заданих граничних умовах, з невизначеним моментом досягнення, на який накладається умова трансверсальності. Надалі будемо вважати:

$$I_2 = I_2(m_{np}), M_2 = M_2(m_{np}).$$

В граничних умовах (8) значення параметрів $\varphi, \dot{\varphi}_1, \ddot{\varphi}_1$ при $t=t_T$ знаходяться в процесі розв'язання рівняння:

$$I_2(m_{np})\ddot{\varphi}_2 + b_0\dot{\varphi}_2 + c\varphi_2 = M_2(m_{np}) \quad (19)$$

яке описує рух платформи механізму під час періоду усталеного руху з врахуванням того, що m_{np} – невідома.

У процесі проектування потрібно вибрати таке значення параметру m_{np} , яке буде сталим на протязі всього процесу формування пакета і при цьому виконувалась умова

$$J \rightarrow \inf(\min).$$

Дана задача відноситься до класу оптимальних задач з параметрами [8].

Запишемо систему (3) у фазових координатах. Для цього систему (3) запишемо у вигляді:

$$\begin{cases} \varphi_1 + \frac{b_{1,2}}{I_1}(\varphi_1 - \varphi_2) + \frac{c_{1,2}}{I_1}(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{M_1}{I_1}, \\ \varphi_2 - \frac{b_{1,2}}{I_2}(\varphi_1 - \varphi_2) - \frac{c_{1,2}}{I_1}(\varphi_1 - \varphi_2) = -\frac{M_2}{I_2} \end{cases} \quad (20)$$

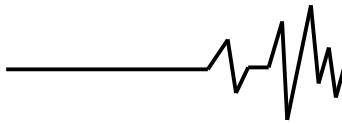
Від першого рівняння віднімемо друге й отримаємо:

$$\begin{aligned} (\varphi_1 - \varphi_2) + \left(\frac{b}{I_1} + \frac{b}{I_2}\right)(\varphi_1 - \varphi_2) + \dots \\ \dots + \left(\frac{c}{I_1} + \frac{c}{I_2}\right)(\varphi_1 - \varphi_2) = \frac{M_1}{I_1} + \frac{M_2}{I_2} \end{aligned} \quad (21)$$

Задамося:

$$x_1 = \varphi_1, x_2 = \dot{x}_1, x_3 = \varphi_1 - \varphi_2, x_4 = \dot{x}_3.$$

Тоді фазова система буде мати вигляд:



$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2; \\ \dot{x}_2 = \frac{M}{I_1} - \frac{b}{I_1}x_4 - \frac{c}{I_1}x_3; \\ \dot{x}_3 = x_4; \\ \dot{x}_4 = \frac{M_1}{I_1} + \frac{M_2}{I_2} - b\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right)x_4 - c\left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2}\right)x_3. \end{cases} \quad (22)$$

Згідно [8], додамо до фазових координат, що змінюються за законом (3.13), ще одну координату x_0 , закон зміни якої буде мати вигляд:

$$\dot{x}_0 = P_4(M(t)) \quad (23)$$

Складемо функцію Гамільтона-Понтрягіна:

$$\begin{aligned} H(x, M, \lambda, t) &= \sum_{\alpha=0}^4 \lambda_{\alpha} F_{\alpha}(x, M) = \\ &= \lambda_0 P_4(M) + \lambda_1 x_2 + \lambda_2 \left(\frac{M}{I_1} - \frac{b}{I_2} x_4 - \frac{c}{I_1} x_3 \right) + \\ &+ \lambda_3 x_4 + \lambda_4 \left(\frac{M_1}{I_1} + \frac{M_2}{I_2} - b \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) x_4 - c \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) x_3 \right) \end{aligned} \quad (24)$$

де $\lambda_i, i = \overline{0,4}$, задовольняє спряжену систему

$$\dot{\lambda}_i = - \sum_{\alpha=0}^4 \frac{\partial F_{\alpha}(x, M)}{\partial x_i} \lambda_{\alpha} \quad (25)$$

записану у загальному вигляді. У таких позначеннях $F_i, i = \overline{1,4}$ відповідно праві частини i -го рівняння системи (22), а F_0 – ліва його частина. У нашому випадку спряжена система буде мати вигляд:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_0 = 0; \\ \dot{\lambda}_1 = 0; \\ \dot{\lambda}_2 = -\lambda_1; \\ \dot{\lambda}_3 = \frac{c}{I_1} \lambda_2 + c \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \lambda_4; \\ \dot{\lambda}_4 = \frac{b}{I_1} \lambda_2 - \lambda_3 + b \left(\frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} \right) \lambda_4. \end{cases} \quad (26)$$

Приведена система є лінійною та однорідною, тому при будь-яких початкових умовах на λ_i вона припускає єдине рішення, визначене на всьому часовому проміжку, що розглядається, на якому визначені M та траєкторія $x(t)$.

З першого рівняння системи (22) отримаємо $\lambda_0 = const$. Прийmemo за [8], що $\lambda_0 = 1$.

Застосувавши послідовно ідеї принципу максимуму, прийдемо до результатів, аналогічних до тих, що отримані у [8], з тією лише різницею, що більшість величин будуть залежати від заданої маси противаги m_{np} . Для визначення оптимальної маси противаги за теорією екстремальних задач з параметрами (у нашому випадку параметр – m_{np} .) [7] пропонується рівність:

$$\sum_{\alpha=0}^4 \int_0^{t_f} \lambda_{\alpha}(t) \frac{\partial F_{\alpha}(x(t), M(t), m_{np})}{\partial m_{np}} dt = 0. \quad (27)$$

Із системи (20) отримаємо:

$$\begin{aligned} \lambda_1(t) &= \lambda_{01} = const; \\ \lambda_2(t) &= -\lambda_{01}t - \lambda_{02}, \lambda_{02} = const; \end{aligned} \quad (28)$$

$$\ddot{\lambda}_3 - ab\dot{\lambda}_3 + ac\lambda_3 = -\frac{\lambda_{01}c}{I_1},$$

$$\text{де } a = \frac{1}{I_1} + \frac{1}{I_2} = \frac{I_2 + I_1}{I_2 \cdot I_1};$$

Звідки отримаємо:

$$\lambda_3(t) = \left(A_1 + \frac{\lambda_{01}}{aI_1} \right) e^{\frac{ab}{2}t} \cos(t\sqrt{\Delta}) + \dots \quad (29)$$

$$\dots + \left(A_2 - \frac{\lambda_{01}b}{2I_1\sqrt{\Delta}} \right) e^{\frac{ab}{2}t} \sin(t\sqrt{\Delta}) - \frac{\lambda_{01}}{aI_1},$$

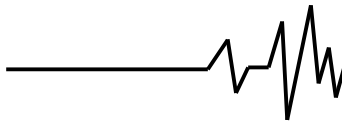
$$\text{де } -\Delta = -ac + \left(\frac{ab}{2} \right)^2 \quad \text{дискримінант}$$

характеристичного рівняння для диференційного рівняння (28). З четвертого рівняння системи (22) матимемо:

$$\begin{aligned} \lambda_4(t) &= \frac{\dot{\lambda}_3}{ac} + \frac{\lambda_{01}t + \lambda_{02}}{aI_1} = \\ &= \left(\frac{A_2\sqrt{\Delta}}{ac} + \frac{A_1b}{2c} \right) e^{\frac{ab}{2}t} \cos(t\sqrt{\Delta}) + \dots \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} &\dots + \left(\frac{A_2b}{2c} + \frac{\lambda_{01}b^2}{4I_1\sqrt{\Delta}} - \frac{A_1\sqrt{\Delta}}{ac} - \frac{\lambda_{01}\sqrt{\Delta}}{ca^2I_1} \right) e^{\frac{ab}{2}t} * \dots \\ &\dots * \sin(t\sqrt{\Delta}) + \frac{\lambda_{01}}{aI_1}t + \frac{\lambda_{02}}{aI_1}, \end{aligned}$$

Функції $\lambda_i(t)$ містять константи $A_1, A_2, \lambda_{01}, \lambda_{02}$, які визначаються граничними умовами.



Згідно з [8], функція $M(t, m_{np})$, яка надає показнику якості (18) екстремум, має вигляд

$$M(t, m_{np}) = \frac{1}{2pI_1} (\lambda_{01}t + \lambda_{02}) \left(1 - \frac{1}{aI_1} \right) - \dots$$

$$- \frac{1}{2pcI_1} \left(\frac{A_2\sqrt{\Delta} + A_1b}{a} \right) e^{\frac{ab}{2}t} \cos(t\sqrt{\Delta}) + \dots$$

$$+ \left(\frac{A_2b}{2c} + \frac{\lambda_{01}b^2}{4I_1\sqrt{\Delta}} - \frac{A_1\sqrt{\Delta}}{a} - \frac{\lambda_{01}\sqrt{\Delta}}{a^2I_1} \right) e^{\frac{ab}{2}t} \sin(t\sqrt{\Delta}) - \frac{q}{2p},$$

(31)

де p, q – коефіцієнти параболічного вирівнювання [8] в процесі отримання аналітичного вигляду функції $P_4(M)$.

З третього та четвертого рівнянь системи (26) отримуємо:

$$x_3(t) = \frac{\alpha_2}{ac} - \frac{\alpha_1b}{ac^2} + \frac{\alpha_1}{ac}t + \dots$$

$$+ \left[A_3 + \frac{\alpha_1b}{ac^2} - \frac{\alpha_2}{ac} - \frac{\alpha_3}{4ac} + \frac{\alpha_4}{2\sqrt{\Delta}} \left(\frac{1-b}{ab-4c} \right) \right] e^{\frac{ab}{2}t} \cos(t\sqrt{\Delta}) + \dots$$

$$+ \left[A_4 + \frac{\alpha_1}{ac^2} \left(\frac{ab^2}{4\sqrt{\Delta}} - \frac{\sqrt{\Delta}}{a} \right) - \dots \right] e^{\frac{ab}{2}t} \sin(t\sqrt{\Delta}) + \dots$$

$$+ \left[\frac{\alpha_3}{2\sqrt{\Delta}} \left(\frac{1-b}{ab-4c} \right) - \frac{b\alpha_2}{2c\sqrt{\Delta}} + \frac{\alpha_4}{4ac} \right] e^{\frac{ab}{2}t} \sin(t\sqrt{\Delta}) + \dots$$

$$+ \left[\frac{\alpha_4}{4ac} + \frac{\alpha_3}{2\sqrt{\Delta}} \left(\frac{1-b}{ab-4c} \right) \right] e^{\frac{ab}{2}t} \sin(t\sqrt{\Delta}) + \dots$$

$$+ \left[\frac{\alpha_3}{4ac} - \frac{\alpha_4}{2\sqrt{\Delta}} \left(\frac{1-b}{ab-4c} \right) \right] e^{\frac{ab}{2}t} \cos(t\sqrt{\Delta}),$$

(32)

де

$$\alpha_1(m_{np}) = \frac{\lambda_{01}}{2pI_1^2} \left(1 - \frac{1}{aI_1} \right);$$

$$\alpha_2(m_{np}) = \frac{\lambda_{02}}{2pI_1^2} \left(1 - \frac{1}{aI_1} \right);$$

$$\alpha_3 = -\frac{1}{2pcI_1^2} \left[\frac{A_2\sqrt{\Delta} + A_1b}{a} + \frac{A_1b}{2} \right];$$

$$\alpha_4 = -\frac{1}{2pcI_1^2} \left[\frac{A_2b}{2} + \frac{\lambda_{01}}{I_1} \left(\frac{b^2}{4\sqrt{\Delta}} - \frac{\sqrt{\Delta}}{a^2} \right) - \frac{A_1\sqrt{\Delta}}{a} \right].$$

Коефіцієнти $\alpha_1, \dots, \alpha_4$ містять ті ж невідомі константи $\lambda_{01}, \lambda_{02}, A_1, A_2$. Константи у виразі (30) визначаються граничними умовами.

$$x_4 = \frac{\alpha_1}{ac} + \left[\dots + \alpha_3 \left(\frac{b}{8c} - \frac{1}{2ab} \right) + \left[A_4\sqrt{\Delta} - \frac{abA_3}{2} - \frac{\alpha_1}{c^2} \left(\frac{\Delta}{a^2} + \frac{b^2}{4} \right) + \dots \right] e^{\frac{ab}{2}t} \cos(t\sqrt{\Delta}) - \right.$$

$$\left. + \alpha_4 \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{4ac} - \frac{1}{4\sqrt{\Delta}} + \frac{ab^2}{16c\sqrt{\Delta}} \right) \right] e^{\frac{ab}{2}t} \cos(t\sqrt{\Delta}) -$$

$$- \left[\dots + \frac{\alpha_1}{c} \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{a} + \frac{ab^2}{4\sqrt{\Delta}} \right) - \left[A_3\sqrt{\Delta} - \frac{abA_4}{2} + \frac{b\alpha_1}{2c^2} \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{a} + \frac{ab^2}{4\sqrt{\Delta}} \right) + \dots \right] e^{\frac{ab}{2}t} \sin(t\sqrt{\Delta}) + \dots \right.$$

$$\left. - \frac{\alpha_3}{4} \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{ac} + \frac{1}{\sqrt{\Delta}} + \frac{ab^2}{4c\sqrt{\Delta}} \right) + \frac{\alpha_4}{2ab} \right] e^{\frac{ab}{2}t} \sin(t\sqrt{\Delta}) + \dots$$

$$+ \left[\alpha_3 \left(\frac{1}{4\sqrt{\Delta}} - \frac{\sqrt{\Delta}}{4ac} - \frac{ab^2}{16c\sqrt{\Delta}} \right) + \frac{\alpha_4}{2ab} \right] e^{\frac{ab}{2}t} \sin(t\sqrt{\Delta}) + \dots$$

$$+ \left[\alpha_4 \left(-\frac{1}{4\sqrt{\Delta}} + \frac{\sqrt{\Delta}}{4ac} - \frac{ab^2}{16c\sqrt{\Delta}} \right) + \frac{\alpha_3}{2ab} \right] e^{\frac{ab}{2}t} \cos(t\sqrt{\Delta})$$

(33)

Для рівняння (27) спочатку знайдемо часткові похідні по m_{np} .

$$\frac{\partial F_\alpha(x(t), M(t), m_{np})}{\partial m_{np}}, \alpha = 0, \bar{4}.$$

$$\frac{\partial F_0}{\partial m_{np}} = 0; \frac{\partial F_1}{\partial m_{np}} = 0; \frac{\partial F_2}{\partial m_{np}} = 0; \frac{\partial F_3}{\partial m_{np}} = 0.$$

(34)

$$F_4 = \frac{M}{I_1} - \frac{M_2}{I_2} - bax_4 - cax_3.$$

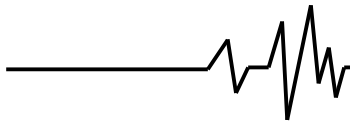
$$\frac{M_2}{I_2} = \frac{(m - m_{np})gD\eta}{2u} \cdot \frac{4u^2}{(m - m_{np})D^2} = \frac{2ug\eta}{D}.$$

У такому разі $\left(\frac{M_2}{I_2} \right)' = 0$.

$$\alpha'(m_{np}) = \left(\frac{4u^2}{(m - m_{np})D^2} \right)'_{m_{np}} = -\frac{4u^2}{(m - m_{np})^2 D^2}, \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{\partial F_4}{\partial m_{np}} = \frac{4u^2}{(m - m_{np})^2 D^2} (bx_4 + cx_3).$$

Згідно [8] $\int_0^{t_r} \lambda_4(t) \frac{\partial F_4}{\partial m_{np}} dt = 0.$ (34)



$$\left[\frac{4u^2}{(m-m_{np})D^2} \int_0^t \left[\beta_1 e^{\mu t} \cos(t\sqrt{\Delta}) + \dots \right. \right. \\ \left. \left. \dots + \beta_1 e^{\mu t} \sin(t\sqrt{\Delta}) + \beta_3 t + \beta_4 \right] \times \dots \right. \\ \left. \begin{aligned} & \left[b(\xi_1 + \xi_2 e^{-\mu t} \cos(t\sqrt{\Delta}) + \xi_3 e^{-\mu t} \sin(t\sqrt{\Delta}) + \dots \right. \\ & \dots + \xi_4 e^{\mu t} \cos(t\sqrt{\Delta}) + \xi_5 e^{\mu t} \sin(t\sqrt{\Delta}) + \dots \\ & \dots + c(\gamma_1 + \gamma_2 t + \gamma_3 e^{-\mu t} \cos(t\sqrt{\Delta}) + \dots \\ & \dots + \gamma_4 e^{-\mu t} \sin(t\sqrt{\Delta}) + \dots \\ & \left. \dots + \gamma_5 e^{\mu t} \sin(t\sqrt{\Delta}) + \gamma_6 e^{\mu t} \cos(t\sqrt{\Delta}) \right) \end{aligned} \right] dt = 0, \quad (35)$$

де $\mu = \frac{ab}{2}$;

$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4, \gamma_5, \gamma_6$ – коефіцієнти при відповідних функціях змінної t у записі $x_3(t)$,
 $\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5$ – коефіцієнти при відповідних функціях змінної t у записі $x_4(t)$.

Вираз (35) перепишемо у іншому вигляді:

$$\int_0^t \left[\beta_1 e^{\mu t} \cos(t\sqrt{\Delta}) + \beta_2 e^{\mu t} \sin(t\sqrt{\Delta}) + \dots \right] \times \dots \\ \left[\dots + \beta_3 t + \beta_4 \right] \times \dots \\ \left[\begin{aligned} & (b\xi_1 + c\gamma_1) + c\gamma_2 t + (b\xi_2 + c\gamma_3) e^{-\mu t} \cos(t\sqrt{\Delta}) + \dots \\ & \dots + (b\xi_3 + c\gamma_4) e^{-\mu t} \sin(t\sqrt{\Delta}) + \dots \\ & \dots + (b\xi_4 + c\gamma_5) e^{\mu t} \sin(t\sqrt{\Delta}) + \dots \\ & \dots + (b\xi_5 + c\gamma_6) e^{\mu t} \cos(t\sqrt{\Delta}) \end{aligned} \right] dt = 0. \quad (36)$$

Рівняння (36) є трансцендентним відносно m_{np} . Його розв'язання потребує використання одного з відомих чисельних методів розв'язання нелінійних рівнянь.

Координата x_3 у фізичному розумінні відповідає деформації у пружному елементі приводу механізму, а функція динамічного моменту $M_{12} = cx_3$

дозволить досить точно провести динамічні розрахунки деталей на міцність.

Попередньо, для приведення запису до компактного виду, введемо нові позначення незмінних величин:

$$f_1 = \frac{\sqrt{\Delta}}{a} + \frac{ab^2}{4\sqrt{\Delta}}; g_1 = \frac{1}{ab} - \frac{b}{4c};$$

$$n_1 = \frac{1}{4} \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{ac} - \frac{1}{\sqrt{\Delta}} + \frac{ab^2}{4c\sqrt{\Delta}} \right);$$

$$s_1 = \frac{ab^2}{4\sqrt{\Delta}} - \frac{\sqrt{\Delta}}{a}; k_1 = \frac{1}{ab} + \frac{b}{4c};$$

$$l_1 = \frac{1}{4} \left(\frac{\sqrt{\Delta}}{ac} + \frac{1}{\sqrt{\Delta}} + \frac{ab^2}{4c\sqrt{\Delta}} \right);$$

В друге рівняння системи (32), підставимо значення функції $M(t)$, $x_4(t)$, $x_3(t)$. З урахуванням прийнятих позначень та інтегрування, отримаємо:

$$x_2 = \frac{M}{I_1} - \frac{b}{I_1} x_4 - \frac{c}{I_1} x_3$$

$$x_2 = A_5 + \left(\alpha_2 - \frac{M_2}{I_2} - \frac{\alpha_2}{aI_1} \right) t + \dots$$

$$\dots + \alpha_1 \left(1 - \frac{1}{aI_1} \right) \frac{t^2}{2} - (f_2 \alpha_3 + g_2 \alpha_4) e^{\frac{ab}{2} t} \cos(t\sqrt{\Delta}) - \dots$$

$$\dots - (n_2 \alpha_3 + s_2 \alpha_4) e^{\frac{ab}{2} t} \dots$$

$$\dots * \sin(t\sqrt{\Delta}) + \left(\frac{A_4 \sqrt{\Delta}}{ac} + A_3 k_2 + \dots \right) e^{-\frac{ab}{2} t} \cos(t\sqrt{\Delta}) - \dots$$

$$\dots - (n_3 A_4 - \frac{A_3 \sqrt{\Delta}}{aI_1} + s_3 \alpha_1 + \dots$$

$$\dots + k_3 \alpha_2 + l_3 \alpha_3 + f_4 \alpha_4) e^{-\frac{ab}{2} t} \sin(t\sqrt{\Delta}),$$

(37)

де

$$f_2 = \frac{b}{2c} + \frac{3b}{8acI_1} - \frac{bn_1 \sqrt{\Delta}}{acI_1} - \frac{g_1}{aI_1};$$

$$g_2 = \frac{n_1 b^2}{2cI_1} - \frac{bg_1}{4I_1 \sqrt{\Delta}} - \frac{\sqrt{\Delta}}{ac} - \frac{\sqrt{\Delta}}{4ca^2 I_1};$$

$$n_2 = \frac{\sqrt{\Delta}}{ac} + \frac{3\sqrt{\Delta}}{4ca^2 I_1} + \frac{b^2 n_1}{2cI_1} + \frac{bg_1}{4I_1 \sqrt{\Delta}};$$

$$s_2 = \frac{dn_1 \sqrt{\Delta}}{acI_1} - \frac{g_1}{2aI_1} + \frac{b}{2c} + \frac{b}{8acI_1};$$

$$k_2 = -\frac{ab^3}{4cI_1} - \frac{b}{2I_1} - \frac{b\Delta}{acI_1};$$

$$l_2 = -\frac{f_1 \sqrt{\Delta}}{2ac^2 I_1} - \frac{b}{2ac^2 I_1} - \frac{f_1 b^2}{4c^2 I_1} + \frac{s_1 \sqrt{\Delta}}{a^2 c^2 I_1};$$

$$f_3 = -\frac{g_1 b^2}{4cI_1} + \frac{b}{8acI_1} + \frac{bl_1 \sqrt{\Delta}}{acI_1} - \frac{k_1}{2aI_1};$$



$$g_3 = \frac{n_1 b^2}{2cI_1} - \frac{bg_1}{4I_1 \sqrt{\Delta}} - \frac{\sqrt{\Delta}}{4ca^2 I_1};$$

$$n_3 = \frac{b\Delta}{acI_1} + \frac{ab^3}{4cI_1} - \frac{b}{2I_1};$$

$$s_3 = -\frac{bf_1 \Delta}{a^2 c^2 I_1} + \frac{f_1 b^3}{4c^3 I_1} - \frac{bs_1}{2ac^2 I_1} - \frac{b\sqrt{\Delta}}{a^2 c^2 I_1};$$

$$k_3 = \frac{\sqrt{\Delta}}{a^2 c I_1} - \frac{f_1 b^2}{2c^2 I_1} + \frac{b^2}{ac \sqrt{\Delta} I_1};$$

$$l_3 = -\frac{bg_1 \sqrt{\Delta}}{2acI_1} + \frac{\sqrt{\Delta}}{4a^2 c I_1} - \frac{b^2 l_1}{2cI_1} + \frac{bk_1}{4I_1 \sqrt{\Delta}};$$

$$f_4 = \frac{bn_1 \sqrt{\Delta}}{acI_1} - \frac{g_1}{2aI_1} + \frac{b}{8acI_1};$$

A_5 – постійна інтегрування.

Остання невідома функція фазової координати x_1 визначається з рівняння системи (32), проінтегрувавши яке, отримаємо:

$$x_1 = x_2,$$

$$x_1 = A_6 + A_5 t + \left(\alpha_2 - \frac{M_2}{I_2} - \frac{\alpha_2}{aI_1} \right) \frac{t^2}{2} + \dots$$

$$+ \alpha_1 \left(1 - \frac{1}{aI_1} \right) \frac{t^3}{6} + \dots$$

$$+ \left[\frac{\alpha_3}{c} \left(\frac{n_2 \sqrt{\Delta}}{a} + \frac{bf_2}{2} \right) + \dots \right] \frac{ab}{2} e^{\frac{t}{\sqrt{\Delta}}} \cos(t\sqrt{\Delta}) -$$

$$- \left[\dots + \frac{\alpha_4}{c} \left(\frac{s_2 \sqrt{\Delta}}{a} + \frac{bg_2}{2} \right) \right] \frac{ab}{2} e^{\frac{t}{\sqrt{\Delta}}} \sin(t\sqrt{\Delta}) +$$

$$- \left[\frac{\alpha_3}{c} \left(\frac{f_2 \sqrt{\Delta}}{a} + \frac{bn_2}{2} \right) + \dots \right] \frac{ab}{2} e^{\frac{t}{\sqrt{\Delta}}} \sin(t\sqrt{\Delta}) +$$

$$+ \left[\dots + \frac{\alpha_4}{c} \left(\frac{g_2 \sqrt{\Delta}}{a} + \frac{bs_2}{2} \right) \right] \frac{ab}{2} e^{\frac{t}{\sqrt{\Delta}}} \cos(t\sqrt{\Delta}) +$$

$$+ \left[\frac{A_4 \sqrt{\Delta}}{ac} \left(n_3 + \frac{b}{2c} \right) - \dots \right. \\ \left. - \frac{A_3}{c} \left(\frac{\Delta}{a^2 I_1} + \frac{bk_2}{2} \right) + \frac{\alpha_1}{c} \left(\frac{s_3 \sqrt{\Delta}}{a} - \frac{bl_2}{2} \right) + \dots \right. \\ \left. + \frac{\alpha_2 \sqrt{\Delta}}{ac} \left(k_3 - \frac{b^2}{c^2 I_1} \right) + \frac{\alpha_3}{c} \left(\frac{l_3 \sqrt{\Delta}}{a} - \frac{bf_3}{2} \right) + \dots \right. \\ \left. + \frac{\alpha_4}{c} \left(\frac{f_4 \sqrt{\Delta}}{a} - \frac{bg_3}{2} \right) \right] \frac{ab}{2} e^{\frac{t}{\sqrt{\Delta}}} \cos(t\sqrt{\Delta})$$

$$\left[\frac{A_4}{c} \left(\frac{\Delta}{a^2 c} + \frac{bn_3}{2} \right) + \dots \right. \\ \left. + \frac{A_3 \sqrt{\Delta}}{ac} \left(k_2 - \frac{b}{2I_1} \right) + \frac{\alpha_1}{c} \left(\frac{l_2 \sqrt{\Delta}}{a} - \frac{bg_3}{2} \right) + \dots \right. \\ \left. + \frac{\alpha_2}{c} \left(\frac{\Delta}{a^2 c^2 I_1} + \frac{bk_3}{2} \right) + \frac{\alpha_3}{c} \left(\frac{f_3 \sqrt{\Delta}}{a} + \frac{bf_3}{2} \right) + \dots \right. \\ \left. + \frac{\alpha_4}{c} \left(\frac{g_3 \sqrt{\Delta}}{a} - \frac{bf_4}{2} \right) \right] e^{\frac{ab}{2} t} \sin(t\sqrt{\Delta}),$$

(38)

де A_6 - постійна інтегрування.

Таким чином, отримано функції керування під час гальмування механізму $M(t)$, множників Лагранжа $\lambda_i(t)$ та фазових координат $x_i(t)$. Усі ці вирази містять невідомі постійні $\lambda_{01}, \lambda_{02}, A_1 \dots A_6$. Невідомим залишається й оптимальний час гальмування t_f та маса противаги m_{np} .

Умова

$$H(M(t_T), x(t_T), \lambda(t_T), t_T, m_{np}) + \frac{\partial \Theta}{\partial t_T} = 0,$$

або

$$\lambda_1 x_2(t_T) + \lambda_2(t_T) x_2(t_T) + \lambda_3(t_T) x_4(t_T) + \dots$$

$$+ \lambda_4(t_T) \left(\frac{M(t_T)}{I_1} + \frac{M_2}{I_2} - abx_4(t_T) - acx_3(t_T) \right) +$$

$$+ pM^2(t_T) + qM(t_T) + r - (P_2 + P_3) + \lambda_1 \omega_y = 0$$

В кінцевий момент часу дає можливість визначити значення множника:

$$\lambda_1(t_T) = \frac{\partial \Theta}{\partial x(t_T)} =$$

$$= \frac{\partial (-t_T(P_2 + P_3) + v(\xi + \omega t_T - x_1(t)))}{\partial x_1(t_T)} =$$

$$= v = \lambda_{01}.$$

В даному виразі $x_2(t)$ та $\dot{x}_2(t)$ являють собою відповідно швидкість та прискорення ведучої ланки приводу, які в кінцевий момент часу $t=t_f$ дорівнюють нулю.

–Задача керування зветься до досить складної двох точкової граничної задачі:

$$\begin{cases}
 x_1(0) = 0; \\
 x_2(0) = \omega_y; \\
 \dot{x}_2(0) = 0; \\
 x_3(0) = x_{30}; \\
 x_4(0) = x_{40}; \\
 x_2(t_T) = 0; \\
 \dot{x}_2(t_T) = 0; \\
 \xi + \omega_y t_T - x_1(t_T) = 0; \\
 \lambda_3(t_T)x_4(t_T) + \dots \\
 \dots + \lambda_4(t_T) \left(\frac{M(t_T)}{I_1} - acx_3(t_T) + \frac{M_2}{I_2} - abx_4(t_T) \right) + \\
 + pM^2(t_T) + qM(t_T) + r - (P_2 + P_3) + \lambda_1\omega_y = 0; \\
 \int_0^{t_T} F(M(t_T), x(t_T), \lambda(t_T), t_T, m_{np}) dt = 0.
 \end{cases} \quad (39)$$

До десяти рівнянь входить десять невідомих, що дає можливість вирішити задачу. П'ять останніх рівнянь системи (39) трансцендентні, що потребує застосування відомих чисельних методів розв'язування нелінійних рівнянь.

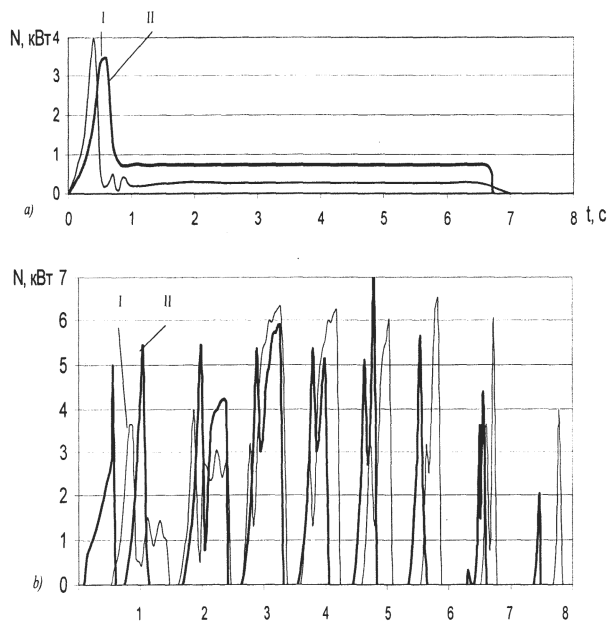


Рис. 5. Осцилограма потужності приводу підйимально-опускного механізму ПФМ (I – з протизагою 200 кг, II – без протизаги):
а) піднімання порожньої платформи,
б) переміщення платформи до низу із різною кількістю шарів вантажів:
1 – з одним, 2 – з двома, 3 – з трьома,
4 – з чотирма, 5 – з п'ятьма, 6 – з шістьма,
7 – з сімома, 8 – з вісьмома

Варто зауважити, що розв'язок задачі керування даною динамічною системою можливий лише за умови трансверсальності.

Для того щоб оптимізувати рух платформи механізму на всьому технологічному циклі формування транспортного пакета, слід у виразах (39) змінити постійні коефіцієнти, якими визначаються динамічні властивості системи, і вирішити одну і ту ж двох точкову граничну задачу відповідно на кожному кроці переміщення.

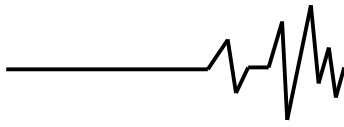
Висновки. У результаті проведених аналітичних досліджень були отримані рівняння, які під час проведення відповідних числових розрахунків дають можливість одержати оптимальні значення параметрів підйимально-опускних пристроїв за умови мінімізації енерговитрат.

Список використаних джерел

1. Гавва О. М. Обладнання для обробки транспортних пакетів / О. М. Гавва, А.П. Беспалько, А. І. Волчко // К.: Упаковка, 2006. – 96 с.
2. Пакетоформирующие машины / А.П. Кривопляс, А. А. Кукибный, А. П. Беспалько и др. – М.: Машиностроение, 1982. – 239 с.
3. Чуприна А. В. Наукове обґрунтування розробки функціональних модулів пакетоформувальних машин для продовольчих вантажів / Дис. канд. техн. наук. Київ: 2004. – 184 с.
4. Маньков В.А. К вопросу оптимизации энергозатрат циклов машинного формирования и разборки пакетов штучных грузов.- В кн. Повышение эксплуатационной надежности и эффективности ремонтного обслуживания. М. – НИИЦемент, 1980, – С. 77–81.
5. Маньков В. А. Оптимизация и расчет исполнительных механизмов пакетоформирующих машин / Дис... канд. техн. наук. – М. : 2003. – 200 с.
6. Гавва О. М. Наукові основи розрахунку параметрів потоково-транспортних систем харчових виробництв / Дис... доктр. техн. наук. Київ: 1996. – 300 с.
7. Колебания и прочность механической системы: Сб науч. тр. / АН УССР Ин-т техн. механизации: ред. кол.: Н. Ф. Ушаков и др. – К. : Наукова думка, 1986. – 149 с.
8. Брайсон А., Хо-Ю-Ши. Прикладная теория оптимальных процессов: Пер. с англ. / Под ред. А. М. Летова. – М. : Мир, 1972. – 544 с.

Список джерел в транслітерації

1. Gavva O. M. Obkladnannya dlya obrobki transportnih paketiv / O. M. Gavva, A.P. Bepalko, A. I. Volchko // K. : Upakovka, 2006. – 96 s.



2. Paketoformuyuschie mashiny / A.P. Krivoplyas, A. A. Kukibnyiy, A. P. Bepalko i dr. – M. : Mashinostroenie, 1982. – 239 s.

3. Chuprina A. V. Naukove obgruntuvannya rozrobki funktsionalnih modulliv paketoformuvalnih mashin dlya prodovolchih vantazhiv / Dis... kand. tehn. nauk. KiYiv: 2004. – 184 s.

4. Mankov V.A. K voprosu optimizatsii energozatrat tsiklov mashinnogo formirovaniya i razborki paketov shtuchnyih gruzov.- V kn. Povyishenie ekspluatatsionnoy nadezhnosti i effektivnosti remontnogo obsluzhivaniya. M. – NIItsement, 1980, – S. 77–81.

5. Mankov V. A. Optimizatsiya i raschet ispolnitelnyih mehanizmov paketoformuyuschih mashin / Dis... kand. tehn. nauk. – M. : 2003. – 200 s.

6. Gavva O. M. Naukovl osnovi rozrahunku parametriv potokovo-transportnih sistem harchovih virobnitstv / Dis... doktr. tehn. nauk. Kiyiv: 1996. – 300 s.

7. Kolebaniya i prochnost mehanicheskoy sistemy: Sb nauch. tr. / AN USSR In-t tehn. mehanizatsii: red. kol.: N. F. Ushakov i dr. – K. : Naukova dumka, 1986. – 149 s.

8. Brayson A., Ho-Yu-Shi. Prikladnaya teoriya optimalnyih protsessov: Per. s angl. / Pod red. A. M. Letova. – M. : Mir, 1972. – 544 s.

НЕКОТОРЫЕ ПОДХОДЫ К МИНИМИЗАЦИИ ЭНЕРГОЗАТРАТ В ПОДЪЁМНО-ОПУСКНОМ УСТРОЙСТВЕ ПАКЕТОФОРМИРУЮЩЕЙ МАШИНЫ

Аннотация. В статье приведены результаты исследования рациональных параметров подъёмно-опускного устройства для пакетформирующей машины, на

основании критерия минимизации по расходу энергии на операцию формирования транспортного пакета. Сформулирован показатель качества и аналитически описана задача оптимального управления, которая приводится к двухграничной задаче и даёт возможность найти оптимальные параметры возбуждения и движения рабочих органов устройства. Функция управления обеспечивает нужное позиционирование рабочего органа устройства во время исполнения технологической операции.

Ключевые слова: пакетформирующая машина, подъёмно-опускное устройство, энергозатраты, динамическая модель, оптимизация, показатель качества.

SOME ASPECTS OF MINIMIZATION OF POWER LOSSES IN THE DEVICES OF MACHINES FOR FORMING PACKAGES

Annotation. To the article the results of research of rational parameters of lifting-movable device are driven machine for a packet, on the basis of criterion of minimization on the expense of energy on the operation of transport packet assembly. The index of quality is reasonable and the task of optimal management, that over is brought to the twoborder task and gives an opportunity to find the optimal parameters of excitation and motion of working organs of device, is analytically described. A management function provides the necessary positioning of working organ of device during execution of technological operation.

Key words: machine for a packet, assembly lifting-movable device, energy consumptions, dynamic model, optimization, index of quality.