

Пасіка В. Р.

Романчук І. О.

*Українська академія
друкарства*

Pasika V. R.

Romanchuk I. O.

*Ukrainian Academy of
Printing*

УДК 621.825 ББК 34.4

ВИМУШЕНІ КОЛИВАННЯ ПРУЖНОЇ МУФТИ З ДІЛЯНКОЮ КВАЗІНУЛЬОВОЇ ЖОРСТКОСТІ

У статті проаналізовано вплив параметрів муфти з ділянкою квазінульової жорсткості на коефіцієнт динамічності при циклоїдному навантаженні. Пропонована муфта складається з основних пружин, які розміщені по колу, а також компенсуючих пружин, які розміщені радіально і монтується з певним натягом. Динамічна модель муфти подана у вигляді одномасної моделі, а навантаження – у вигляді синусоїди. Проаналізовано вплив параметрів муфти на її коефіцієнт динамічності. Показано, що для конкретних геометричних розмірів муфти завжди існує таке співвідношення між жорсткостями основних і компенсуючих пружин, при яких коефіцієнт динамічності набуває мінімального значення. Доведено, що коефіцієнт динамічності зменшується з ростом інерційності веденої маси і частоти збурюючого моменту і зростає при збільшенні коефіцієнта в'язкого тертя. Рекомендована застосовувати таку муфту при високій інертності веденої маси і високій частоті збурюючого моменту.

Ключові слова: муфта, квазінульова жорсткість, вимушені коливання, коефіцієнт динамічності.

Постановка проблеми. Відомо, що крутний момент від двигуна до виконавчого органу передається через кінематичний ланцюг, елементи якого з'єднані з двигуном і виконавчим органом муфтами. Останні бувають жорсткими або пружними. При жорстких муфтах динамічні навантаження, які діють на виконавчий орган, майже повністю передаються через кінематичний ланцюг на двигун, а пружні муфти дозволяють ці навантаження зменшити. Проте, при лінійних характеристиках пружних муфт, ефективний захист можливий лише на конкретній частоті. Більш того, такі муфти не завжди можуть забезпечити необхідну несучу здатність, оскільки це призводить до збільшення частоти власних коливань муфти. Для усунення цих недоліків використовують муфти з квазінульовою жорсткістю, які одночасно здатні забезпечити необхідну несучу здатність і ефективно гасити динамічні навантаження у широкому діапазоні частот. Однак таких муфт у порівнянні з усіма іншими є невелика кількість, що звужує можливості інженера при проектуванні приводів.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Зацікавленість дослідників

муфтами з квазінульовою жорсткістю триває вже майже 40 років. Це роботи Архангельського Г.В. [1], Панова С.Л. [2], Сидоренко І.І. [3], Харченко Є.В. [4] та ін. В цих роботах проаналізовано вплив параметрів муфти на її динамічні характеристики. Показано, що на певних кутах закручування квазінульова жорсткість забезпечується паралельним включенням основних і компенсуючих пружин. Невелика кількість розроблених муфт з ділянкою квазінульової жорсткості залучає до їх створення все нових дослідників. Тому розроблення муфт з квазінульовою жорсткістю є актуальною задачею, оскільки розширить інструментарій інженера при проектуванні приводів.

Невирішені частини проблеми. У проаналізованих роботах не відображено вплив не співвісності чи непаралельності осей валів на коефіцієнт динамічності муфти. У деяких роботах не проаналізовано вплив моменту інерції веденої маси і частоти збурюючого моменту на коефіцієнт динамічності.

Метою дослідження даної роботи є створення математичної моделі вимушених коливань пропонованої муфти з ділянкою квазінульової жорсткості і при циклоїдному



навантаженні, виявлення впливу параметрів муфти та частоти збурюючого моменту на коефіцієнт динамічності.

Основні результати дослідження. У даній роботі проведено подальші дослідження вимушених коливань муфти під дією циклоїдних навантажень. Дана робота є продовженням роботи [5].

Досліджувана муфта та її динамічна модель наведені на рис. 1. Дана модель

одномасна і є найпростішою. Таке спрощення моделі справедливе тоді, коли вплив машини на закон руху тягового валу $\varphi_1(t)$ незначний, що можливе при невеликому споживанні потужності машиною у порівнянні з потужністю двигуна, або у випадку приводу від електродвигуна (синхронного, асинхронного чи постійного струму) [6].

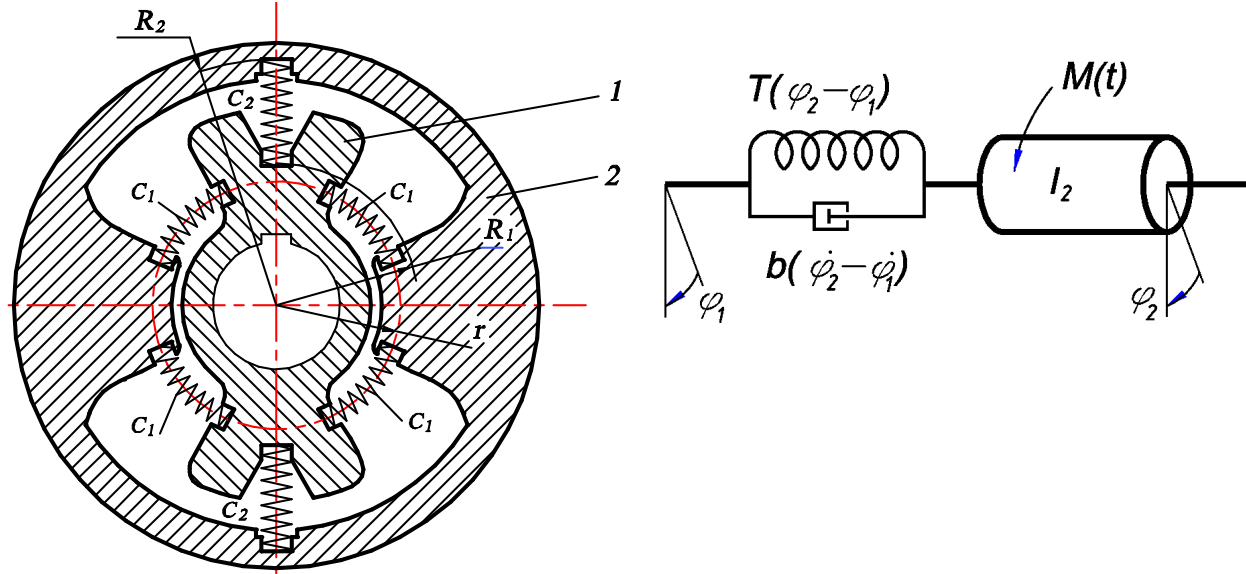


Рис. 1. Пружна муфта (зліва) та її динамічна модель

Математична модель руху прийнятої динамічної моделі матиме такий вигляд

$$I_2 \ddot{\varphi}_2 + b \dot{\varphi}_2 + T(\varphi_2 - \varphi_1) = M(t) + b \dot{\varphi}_1, \quad (1)$$

де I_2 і φ_2 – момент інерції і кут повороту веденої маси, b – коефіцієнт в'язкого опору, який приймаємо пропорційним відносній

швидкості, T – пружний момент муфти, $M(t)$ – момент корисного опору.

Підставляємо з роботи [1] аналітичний вираз для пружного моменту T і провівши елементарні перетворення, отримуємо диференціальне рівняння, яке описує вимушені коливання веденої маси муфти

$$\ddot{\varphi}_2 + 2n_\delta \dot{\varphi}_2 + \frac{2c_1 r^2}{I_2} \varphi_2 - \frac{c_2 R_1 R_2}{I_2} \sin(\varphi_2 - \varphi_1) \left[\frac{\delta_0 + L}{\sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1 R_2 \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}} - 1 \right] =$$

$$= \frac{M(t) + 2c_1 r^2 \varphi_1}{I_2} + 2n_\delta \dot{\varphi}_1,$$

де $n_\delta = \frac{b}{2I_2}$, c_1, c_2 і r, R_1, R_2 – жорсткість пружин і радіуси їх розміщень (див. рис. 1), $\varphi_1 = \omega_1 t$, δ_0 – попередній натяг основних пружини c_2 , $L = R_2 - R_1$. Початкові умови: при $t = 0 \rightarrow \varphi_2 = 0, \dot{\varphi}_2 = 0$.

Для механічних систем без спеціальних демпферів коефіцієнт n_δ завжди значно менший від частоти власних коливань, яка не перевищує для даної муфти $2c_1 r^2 / I_2$. Отримане рівняння нелінійне другого порядку. Розв'язувати його будемо числовим методом. Для цього подамо рівняння (2) у формі Коші



$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} = y_2, \quad \frac{dy_2}{dx} = \frac{M(t) - 2c_1 r^2 (y_1 - \varphi_1) - 2n_\delta (y_2 - \dot{\varphi}_1) +}{I_2} \\ + \frac{c_2 R_1 R_2}{I_2} \sin(y_1 - \varphi_1) \left[\frac{\delta_0 + L}{\sqrt{R_1^2 + R_2^2 - 2R_1 R_2 \cos(y_1 - \varphi_1)}} - 1 \right], \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

де

$$y_1 = \varphi_2, \quad y_2 = \frac{dy_1}{dt} = \frac{d\varphi_2}{dt}, \quad \frac{dy_2}{dt} = \frac{d^2\varphi_2}{dt^2}$$

Для даної системи рівнянь початкові умови будуть такими:
при $t = 0 \rightarrow y_1 = 0, y_2 = 0$.

Момент корисного опору задаватимемо у вигляді $M(t) = M \sin(\omega_1 t)$.

В роботі проаналізовано вплив різних параметрів муфти на коефіцієнт динамічності.

Так на рис. 2 показано вплив відношення жорсткостей на коефіцієнт динамічності залежно від коефіцієнта в'язкого опору b для конкретного відношення амплітуди збурюючого моменту M до моменту інерції I_2 введеної півмуфти.

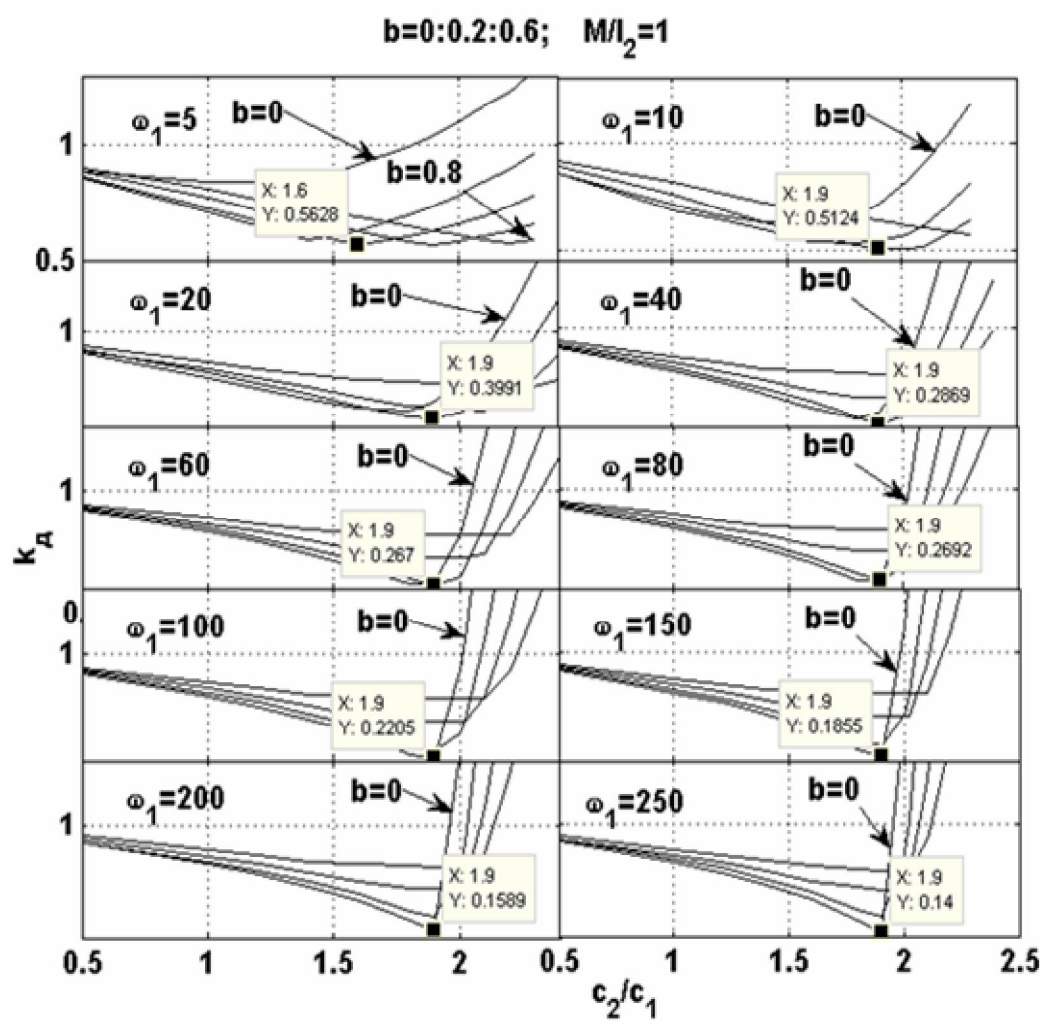


Рис. 2. Залежність коефіцієнта динамічності від відношення жорсткостей для різних значень коефіцієнта в'язкого опору b частоти обертання ω_1 тягової пів муфти для конкретного значення



Аналізуючи графік бачимо, що існує таке відношення жорсткостей, при якому отримані криві набувають мінімуму. Характерно те, що для частот обертання до $\omega_1 \geq 10 \text{ c}^{-1}$, мінімум коефіцієнта динамічності спостерігаємо на відношенні $c_2/c_1 = 1,9$. Для частот $\omega_1 = 5$ і $\omega_1 = 10$ мінімум коефіцієнта динамічності k_D спостерігаємо при $b = 0,4$. Для частот $20 \leq \omega_1 \leq 80$ мінімум k_D спостерігаємо при $b = 0,2$, а для частот $100 \leq \omega_1 \leq 250$ – для $b = 0$. Можливо, що при зменшенні кроку зміни відношення частот ми отримаємо децю інші значення мінімуму коефіцієнта динамічності, однак завжди існує таке співвідношення

частот, при якому на заданій частоті для конкретного значення коефіцієнта в'язкого опору коефіцієнт динамічності буде мінімальним.

На графіках чітко бачимо, що при збільшенні частоти обертання муфти коефіцієнт динамічності зменшується від $k_D = 0,5628$ до $k_D = 0,14$.

На рис. 3,4 наведено графічні залежності впливу на коефіцієнт динамічності відношення жорсткостей c_2/c_1 при різних значеннях відношення M_o/I_2 і частоти обертання муфти для коефіцієнта в'язкого тертя $b = 0,2$ і $b = 0,4$ відповідно.

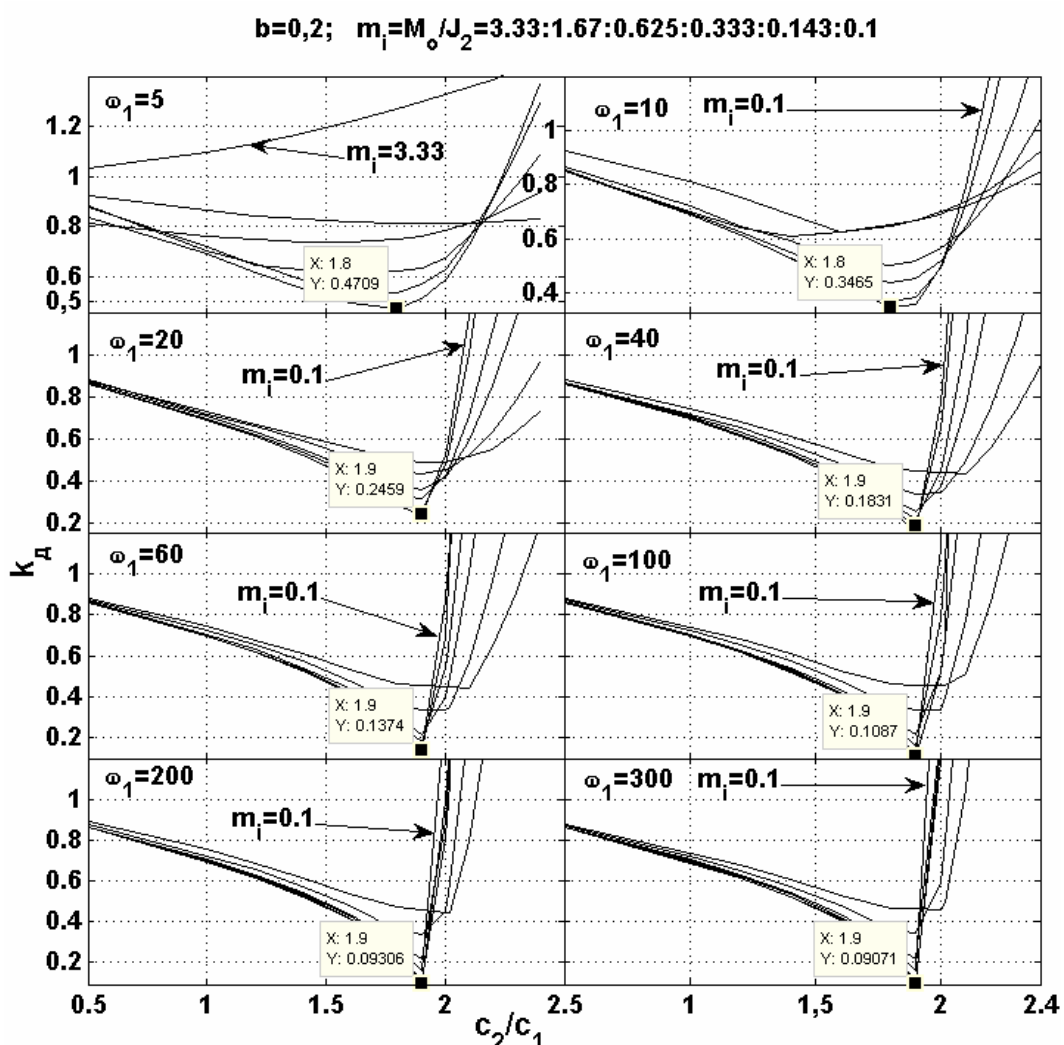


Рис. 3. Залежність коефіцієнта динамічності від відношення жорсткостей для різних значень відношення амплітуди збурюючого моменту до моменту інерції веденої півмуфти, частоти обертання ω_1 тягової півмуфти для коефіцієнта в'язкого тертя $b=0,2$



Аналізуючи отримані результати зауважуємо, що з ростом частоти обертання муфти коефіцієнт динамічності зменшується від $k_d = 0,4709$ для $\omega_1 = 5 \text{ c}^{-1}$ до $k_d = 0,09071$ для $\omega_1 = 300 \text{ c}^{-1}$ при $b = 0,2$ (рис. 3). При цьому спостерігаємо мінімум коефіцієнта

динамічності при більших значеннях моменту інерції веденої півмуфти I_2 .

Аналогічну картину спостерігаємо і при більшому значенні коефіцієнта в'язкого опору $b = 0,4$ (рис. 4).

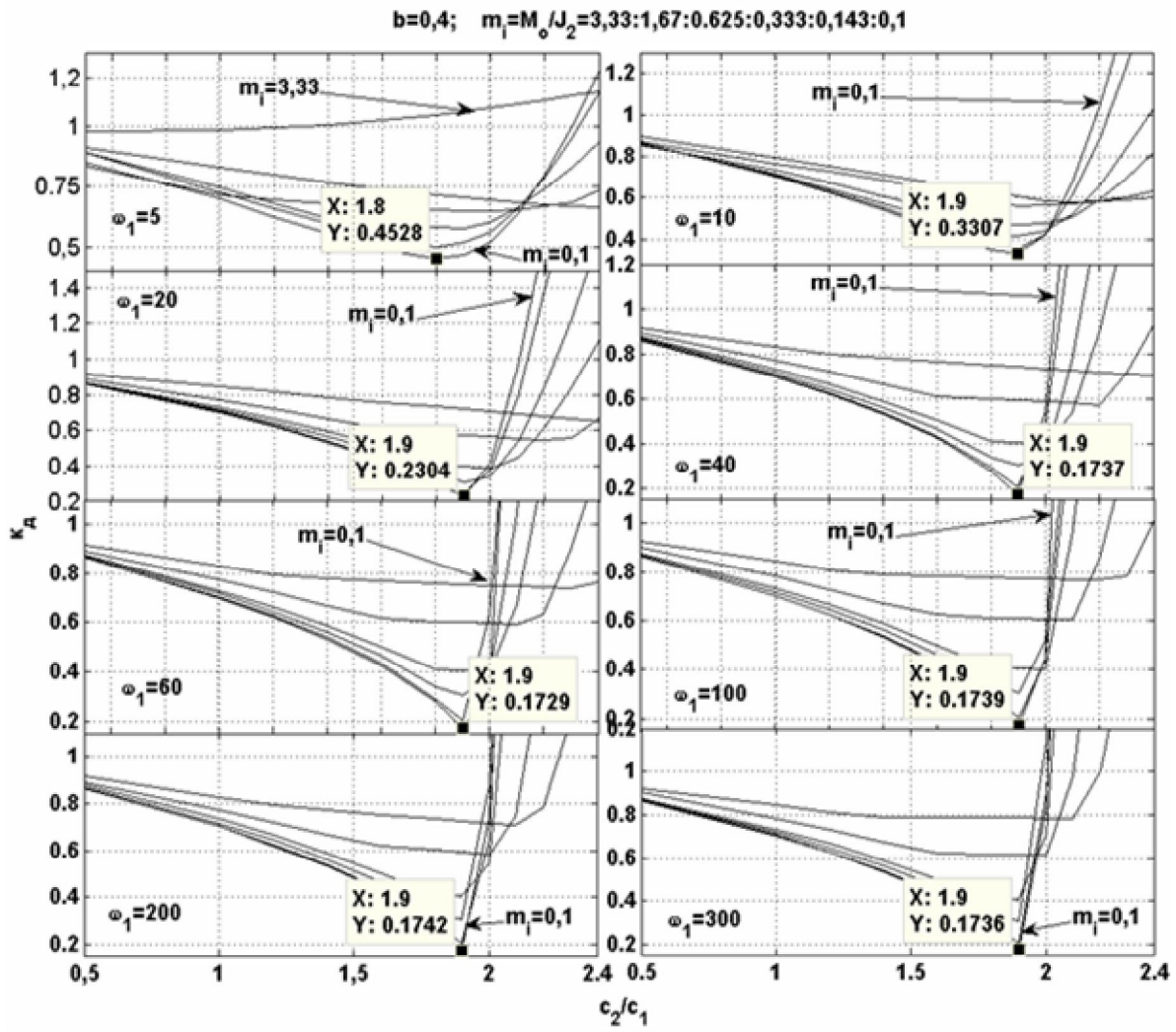


Рис. 4. Залежність коефіцієнта динамічності від відношення жорсткостей для різних значень відношення амплітуди збурюючого моменту до моменту інерції веденої півмуфти, частоти обертання ω_1 тягової півмуфти для коефіцієнта в'язкого тертя $b = 0,2$

Тут коефіцієнт зменшується з $k_d = 0,4528$ до $k_d = 0,1736$. Слід зауважити, що коефіцієнт динамічності менший при меншому значенні коефіцієнта в'язкого опору b для частот обертання $\omega_1 \geq 42 \text{ c}^{-1}$. При менших частотах $\omega_1 < 42 \text{ c}^{-1}$ коефіцієнт динамічності, навпаки, більший.

Як і на рис. 2, мінімум коефіцієнта динамічності маємо при цілком конкретному значенні відношення жорсткостей, тобто при $c_2/c_1 = 1,9$ за виключенням частот $\omega_H = 5 \text{ c}^{-1}$ і $\omega_H = 10 \text{ c}^{-1}$ для $b = 0,2$.

Залежність мінімального коефіцієнта динамічності від частоти обертання муфти наведено на рис. 5.

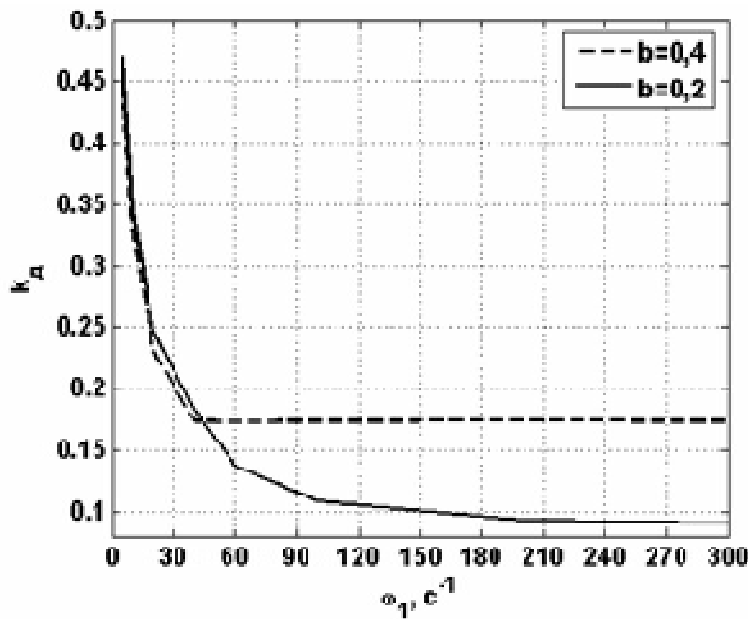
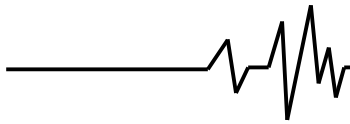


Рис. 5. Залежність коефіцієнта динамічності від частоти обертання

Провівши додаткові дослідження по визначенню мінімального коефіцієнта динамічності в діапазоні зміни частоти $15 < \omega_n < 45$ з меншим кроком виявлено, що для $\omega_n > 23$ коефіцієнт динамічності при меншому в'язкому опорі менший, ніж при більшому.

На рис. 6 наведені графіки залежності коефіцієнта динамічності від частоти обертання муфти при конкретному значенні відношення

жорсткостей $c_2/c_1 = 1,9$. На кожному графіку наведено чотири криві, залежно від коефіцієнта в'язкого тертя b , який змінюється від $b=0$ до $b=0,6$ з кроком 0,2. Кожен з шести графіків побудований для певного відношення амплітуди збурюючого моменту M_0 до моменту інерції веденої півмуфти I_2 .

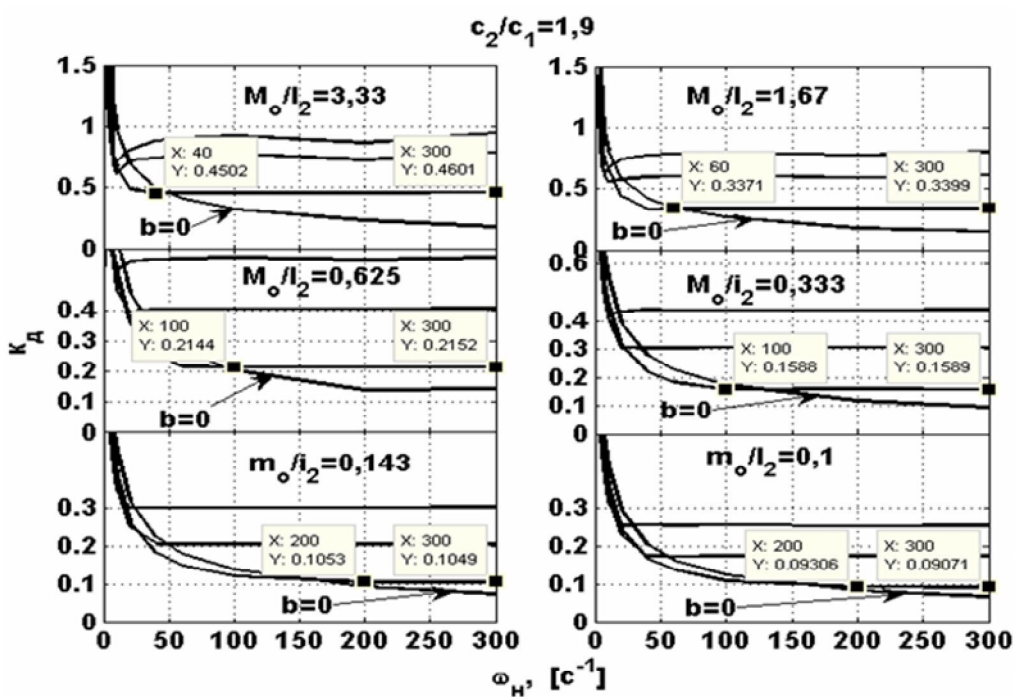
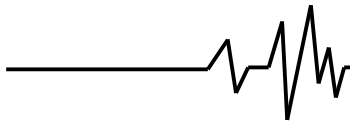


Рис. 6. Залежність коефіцієнта динамічності від частоти обертання муфти ω_n , коефіцієнта в'язкого опору $b = 0,2-0,4-0,6-0,8$ для відношення $0,1 < M/L < 3,33$ і $C2/C1 = 1,9$



На графіках бачимо, що до певної частоти (наприклад, для $M_0/I_2=3,33$ $\omega_H \leq \approx 40 \text{ c}^{-1}$) коефіцієнт динамічності при $b=0$ більший від коефіцієнта динамічності при в'язкому опорі $b=0,2-0,6$. При подальшому зростанні частоти обертання найменший коефіцієнт динамічності маємо при $b=0$.

З ростом частоти обертання і для $0,2 \leq b \leq 0,6$ коефіцієнт динамічності k_d на заданому діапазоні частот зменшується і прямує до певної константи. З ростом моменту інерції I_2 веденої півмуфти коефіцієнт динамічності зменшується.

Для порівняння ефективності муфти було проведено обчислення моменту, який передає муфта з компенсуючими і без компенсуючих (лінійна) пружин для частоти обертання муфти $\omega_1=5$ і $\omega_1=200 \text{ x c}^{-1}$ та для відношення $M_0/J_2=3,33 \text{ c}^{-2}$. Для цього на рис. 7,8,9 і

10 наведені відповідні графіки. Обчислення проводились для найкращого співвідношення жорсткостей $c_2/c_1=1,9$, яке отримано для конкретних розмірів пів муфт. Обчислення проводили при коефіцієнті в'язкого тертя $b=0,2$, яке є досить реальним для розглядуваного типу муфт. Графіки отримані для граничних значення частоти ω_H і відношення M_0/J_2 .

Графіки на рис. 7 показують, що у перехідному режимі у низькочастотній області і при високій інертності ($M_0/J_2=0,333$) веденої півмуфти пропонується муфта передає момент у $k_d=0,1157/0,1837=0,6298$ менший, ніж без компенсованих пружин. На стадії усталеного руху коефіцієнт динамічності теж менший від нуля і становить $k_d=0,01303/0,03049=0,4274$.

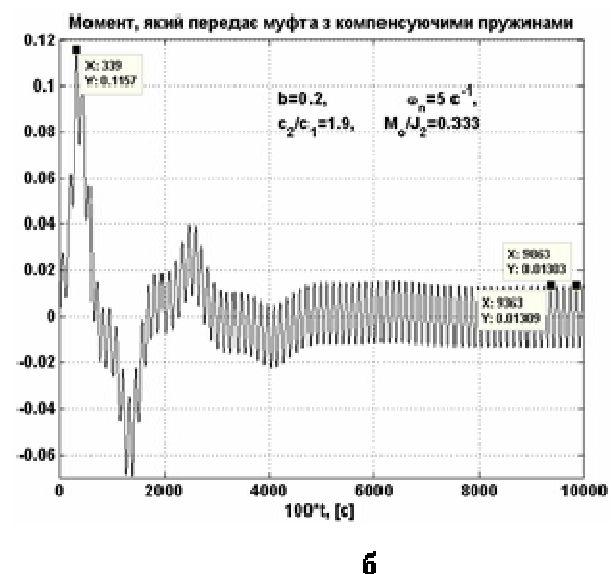
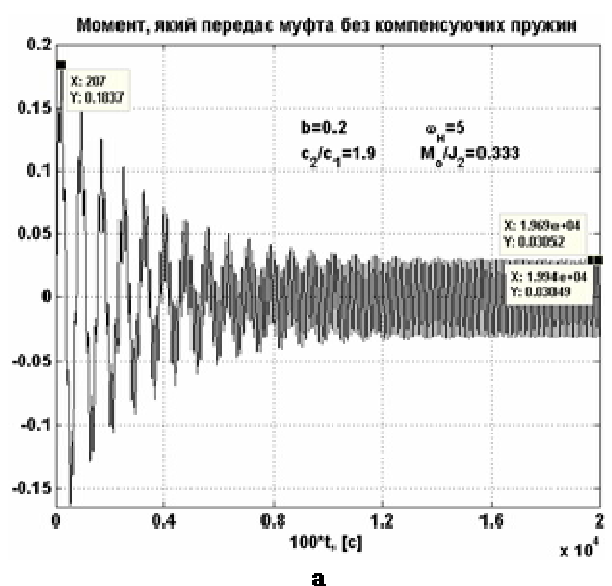


Рис. 7. Залежність моменту, який передає муфта від часу
а – без компенсуючих пружин, б – з компенсуючими пружинами

При тій же частоті вимушених коливань, але меншій у 10 разів інертності ($M_0/J_2=3,33$), передавальний муфтою момент зображений на рис. 8. У перехідному процесі коефіцієнт динамічності становить $k_d=1,043/0,8034=1,298$, а на стадії усталеного руху $k_d=0,1378/0,4004=0,3442$. Хоча перший

пік моменту і більший в муфті з компенсуючими пружинами, зате другий пік уже значно менший. Усталений рух наступає приблизно через один і той же час 10 с.

Аналогічну картину спостерігаємо і при більшій частоті обертання $\omega_H=200 \text{ c}^{-1}$ і високій (більшій у 10 разів у порівнянні з рис. 7) інертності веденої півмуфти (рис. 9).

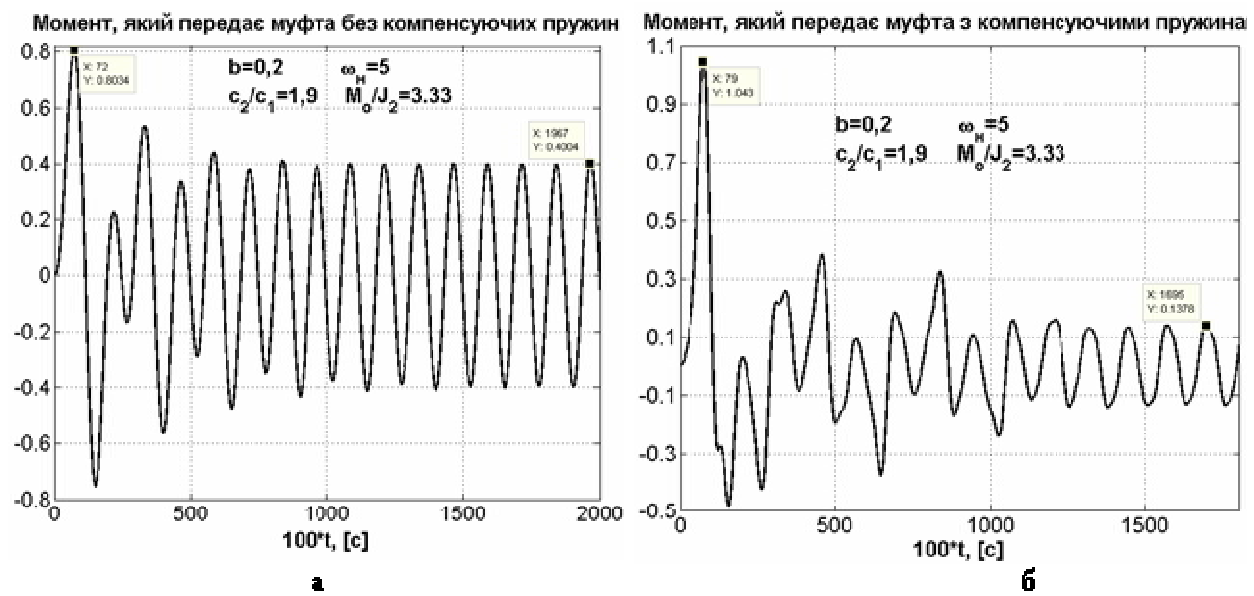
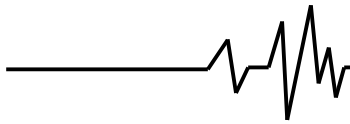


Рис. 8. Залежність моменту, який передає муфта від часу
а – без компенсуючих пружин, б – з компенсуючими пружинами

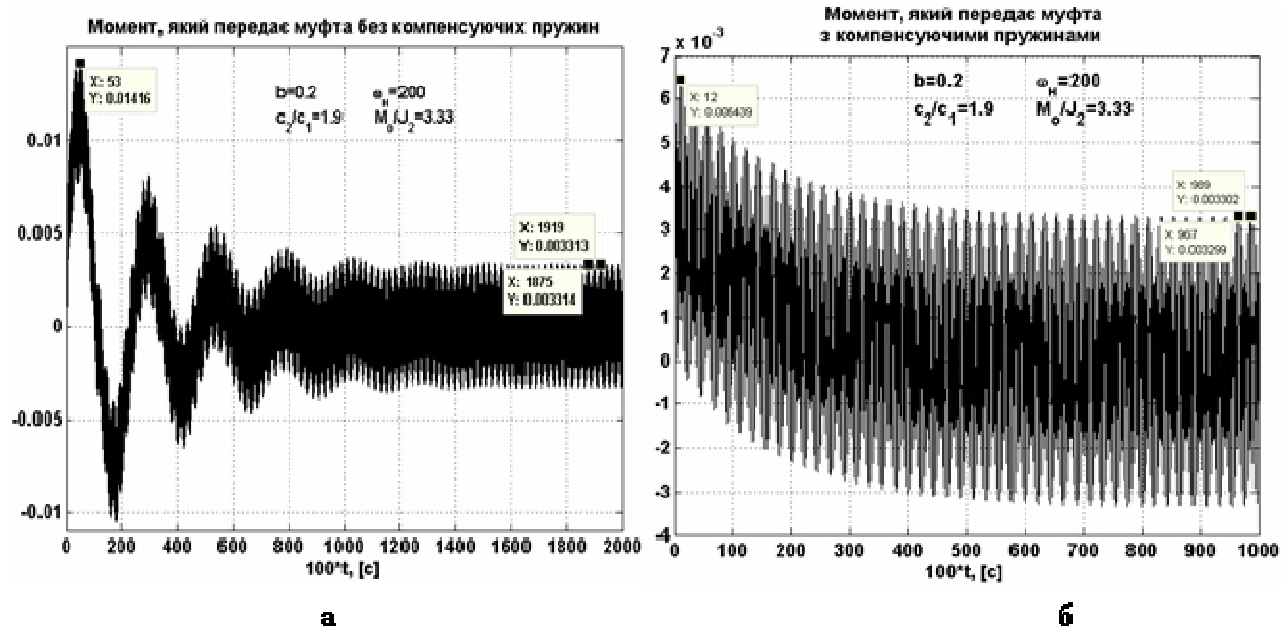


Рис. 9. Залежність моменту, який передає муфта від часу
а – без компенсуючих пружин, б – з компенсуючими пружинами

У перехідному процесі коефіцієнт динамічності становить $k_d = 0,006439 / 0,1416 = 0,4547$, а при усталеному $k_d \leq 1$. Усталений рух наступає приблизно через 6-7 с, а у муфти без компенсуючих пружин – через 20 с.

На рис. 10 наведено графіки передавального моменту муфти при частоті обертання $\omega_n = 200 \text{ c}^{-1}$ і відношенні

$M_o / J_2 = 0,333 \text{ c}^{-2}$ для муфти з компенсуючими (рис. 10а) і без компенсуючих (рис. 10б) пружин.

На стадії перехідного процесу коефіцієнт динамічності становить $k_d = 0,0006517 / 0,004174 = 0,1561$, а на стадії усталеного руху $k_d \leq 1$. Усталений рух наступає приблизно через 70 с при компенсуючих пружинах і приблизно 160 с без них.

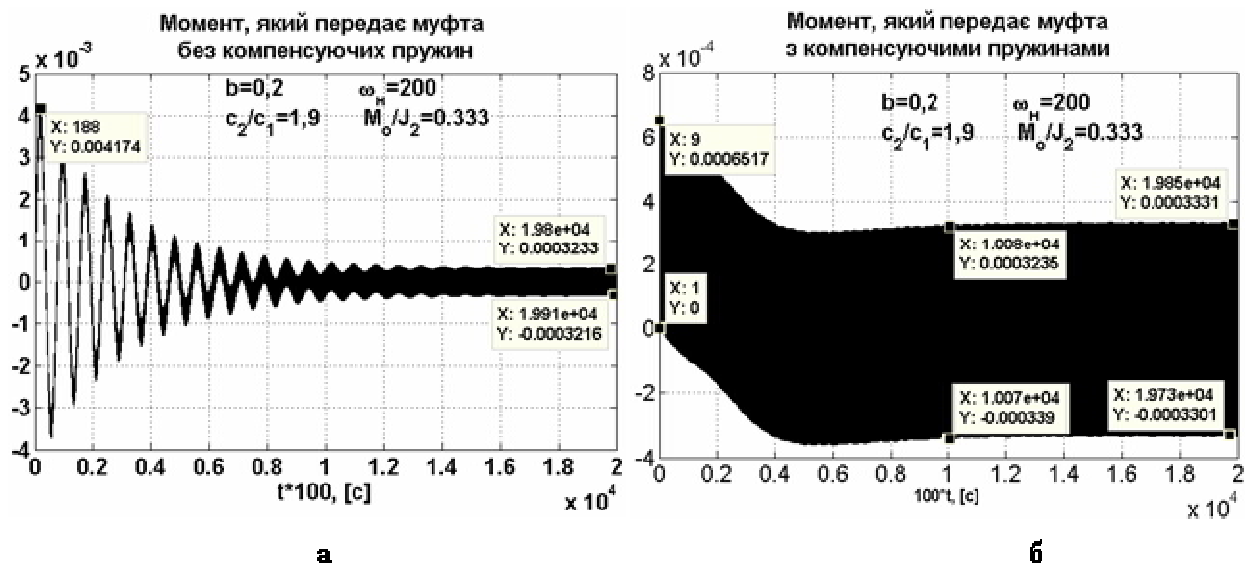
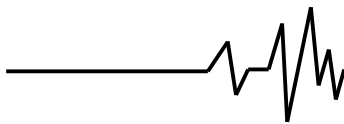


Рис. 10. Залежність моменту, який передає муфта від часу
 а – без компенсуючих пружин, б – з компенсуючими пружинами

Висновки. Аналізуючи вище викладене, можна зробити такі висновки:

для конкретних геометричних розмірів муфти існує таке єдине співвідношення компенсуючих і основних жорсткостей (c_2/c_1), при якому коефіцієнт динамічності набуває мінімального значення;

мінімальне значення коефіцієнта динамічності муфти на малих частотах зменшується при збільшенні коефіцієнта в'язкого тертя b , і, навпаки, на більших частотах ($\omega_n > 40\text{c}^{-1}$) – збільшується при збільшенні коефіцієнта в'язкого тертя;

мінімальне значення коефіцієнта динамічності зменшується при збільшенні інертності та частоти збурюючого моменту;

даний тип муфт доцільно використовувати при циклоїдному навантаженні високоінерційних мас при значних частотах обертання;

включення в муфту компенсуючих пружин призвело до зменшення коефіцієнта динамічності, як на стадії перехідного процесу (крім $\omega_n = 5\text{c}^{-1}$ і $M_o/J_2 = 3,33\text{c}^{-2}$), так і на стадії усталеного руху.

Отримані результати є обнадійливими і зумовлюють проведення подальших досліджень муфти при ударних навантаженнях, а також при не співвісності і непаралельності осей валів.

Список використаних джерел

1. Архангельский Г.В. Эффективность использования упругой муфты с расширенным

участком квазиулевої жорсткості / Г.В.Архангельский // Детали машин: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – К.: Техника, 1990. – Вып. 51. – С. 17-22.

2. Панов С.Л. Исследование влияния параметров упругой муфты квазиулевої жорсткості на ее характеристики/ С.Л. Панов // Вестн. Харьк. политехн. ин-та. Сер. Машиностроение. – Харьков, 1978. – Вып. 9. – С. 46-53.

3. Сидоренко И.И. Защита приводов машинных агрегатов от динамических нагрузок с помощью муфты управляемой жорсткості // Детали машин: Респ. межвед. науч.-техн. сб. – К.: Техника, 1990. – Вып. 50. – С. 77-81.

4. Харченко Є.В. Зниження віброактивності привідних систем шляхом застосування пружних муфт квазиулевої жорсткості/ Є.В. Харченко, К.К. Колесник // Вісник Вінницького політехнічного інституту. – 2003. – №5. – С. 66-72.

5. Пасіка В.Р. Побудова скелетних кривих пружної муфти з ділянкою квазиулевої або від'ємної жорсткості /В.Р. Пасіка, І.О. Романчук // Вісник Національного ун-ту «Львівська політехніка». Динаміка, міцність та проектування машин і приладів. – Львів, 2013. – № 759. – С. 79-84.

6. Вибрации в технике. Справочник в 6-ти т. / Под ред. К.В. Фролова. – Т. 6. Защита от вибраций и ударов. – М.: Машиностроение, 1981. – 456 с.

Список джерел в транслітерації

1. Arkhangel'skiy G.V. Effektivnost' ispol'zovaniya uprugoy mufty s rasshirenym uchastkom kvazinulevoy zhestkosti /



G.V.Arkhangel'skiy // Detali mashin: Resp. mezhved. nauch. -tekhn. sb. – K.: Tekhnika, 1990. – Vyp. 51 – S. 17–22.

2. Panov S.L. Issledovaniye vliyaniya parametrov uprugoy mufty kvazinulevoy zhestkosti na yeye kharakteristiki / S.L. Panov // Vestn. Khar'k. politekhn. in-ta. Ser. Mashinostroyeniye. – Khar'kov, 1978 – Vyp. 9 – S. 46–53.

3. Sidorenko I.I. Zashchita privodov mashinnykh agregatov ot dinamicheskikh nagruzok s pomoshch'yu mufty upravlyayemoy zhestkosti // Detali mashin: Resp. mezhved. nauch. -tekhn. sb. – K.: Tekhnika, 1990. – Vyp. 50 – S. 77–81.

4. Kharchenko Ye.V. Snizheniye vibroaktivnosti privodnykh sistem putem primeneniya uprugikh muft kvazinulevoy zhestkosti / Ye.V. Kharchenko, K.K. Kolesnik // Vestnik Vinnitskogo politekhnicheskogo instituta. – 2003. – №5. – S. 66–72.

5. Paseka V.R. Postroyeniye skeletnykh krivykh uprugoy mufty s uchastkom kvazinulevoy ili otritsatel'noy zhestkosti / V.R. Paseka, I.A. Romanchuk // Vestnik Natsional'nogo un -ta «Lvovskaya politekhnika». Dinamika, prochnost i proyektirovaniye mashin i priborov. – Lvov, 2013 – № 759. – S. 79–84.

6. Vibratsii v tekhnike. Spravochnik v 6- ti t. / Pod red. K.V. Frolova. – T. 6 Zashchita ot vibratsiy i udarov. – M.: Mashinostroyeniye, 1981. – 456 s.

ВЫНУЖДЕННЫЕ КОЛЕБАНИЯ УПРУГОЙ МУФТЫ С УЧАСТКОМ КВАЗИНУЛЕВОЙ ЖЕСТКОСТИ

Аннотация. В статье проанализировано влияние параметров муфты с участком квазинулевой жесткости на коэффициент динамичности при циклоидной нагрузке. Упругая часть исследуемой муфты состоит из основных пружин, размещенных по кругу, а также компенсирующих пружин, которые размещены радиально и монтируются с определенным натяжением. Динамическая модель муфты представлена в виде одномассной модели, а нагрузка – в виде момента, изменяющегося по синусоиде. Проанализировано влияние параметров муфты на ее коэффициент динамичности. Показано, что для конкретных геометрических размеров муфты всегда существует такое соотношение между жесткостями основных и компенсирующих пружин, при которых коэффициент динамичности приобретает минимальное значение. Доказано, что минимум коэффициента динамичности уменьшается с ростом инерционности ведомой массы и частоты возмущающего момента и,

наоборот, растет при увеличении коэффициента вязкого трения. Предложено применять такую муфту в приводах с высокой инертностью ведомой массы и частотой возмущающего момента.

Ключевые слова: муфта, квазинулевая жесткость, вынужденные колебания, коэффициент динамичности.

FORCED VIBRATIONS OF ELASTIC COUPLING WITH A PLOT QUASI-ZERO HARDNESS

Annotation. In this paper we consider forced vibrations of elastic couplings with the original plot qvasi-zero rigidity. Research carried out by numerical methods. Elastic coupling part consists of a main cylindrical springs located on a circle of a certain radius and compensating cylindrical springs are mounted radially and mounted with some compression. In some corners of the twisting coupling and main compensating springs provide torque with different signs. The result is these movements qvasi-zero stiffness. The design of the coupler allows you to connect with some non-parallel shafts and no alignment.

The dynamic coupling model presented in the form of mass system. This simplification of the model just when the impact of cars on the law of motion of the drive shaft of a minor, which is possible with a small machine power consumption compared to the capacity of the engine, or in the case of the drive motor (synchronous, asynchronous or DC). Research conducted by sinusoidal load and the condition of parallelism and alignment of the axes of the shafts.

In this paper we investigate the effect of coupling parameters, inertia driven half coupling, the frequency changes by a factor disturbing moment dynamics. It is shown that for a given geometric parameters of coupling always exists a correlation between the rigidity of fixed and compensating springs in which the dynamic coefficient becomes minimum. At low speeds the highest coupling coefficient dynamic witnessing with minimal viscous friction coefficient. With further increase in the frequency and the coefficient of viscous friction coefficient minimum value of dynamic contrast, increases. With increasing inertia and frequency disturbing since the minimum value of dynamic coefficient decreases. It is proved that this type of coupling with sinusoidal load are useful for high inertial masses at large frequencies ($> 40c-1$) disturbing moment. Launching clutch springs allow the compensating factor to reduce both the dynamic phase transition, and at the stage of steady motion.

Key words: coupling, quasi-zero stiffness, forced oscillations, dynamic factor.