Ройзман В. П.<sup>1</sup>Шайко-Шайковський А.Г.<sup>2</sup>Богорош А. Т.<sup>3</sup>Тимофеева Е. Н.<sup>2</sup>Назарак М. С.<sup>2</sup><sup>1</sup>Хмельницький  
національний  
університет<sup>2</sup>Черновицький  
національний  
університет

им. Юрія Федьковича

<sup>3</sup>НТУУ «Київський  
політехнічний  
інститут»Royzman V. P.<sup>1</sup>Shayko-Shaykovskiy A.G.<sup>2</sup>Bogorosh O. T.<sup>3</sup>Timofeeva E. N.<sup>2</sup>Nazarak M. S.<sup>2</sup><sup>1</sup>*Khmelnyskyi National  
University*<sup>2</sup>*Yuriy Fedkovych Chernivtsi  
National University*<sup>3</sup>*National Technical University  
of Ukraine "Kyiv Polytechnic  
Institute"*

УДК 637.324

## ВИБРОУСТОЙЧИВОСТЬ И ПУТИ ЕЁ ПОВЫШЕНИЯ ПРИ КОНСТРУИРОВАНИИ МНОГОКАСКАДНЫХ ЭТАЖЕРОЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

В работе рассмотрена возможность теоретического определения на этапе проектирования собственных частот колебаний термоэлектрических охладителей с разным числом каскадов и различной конфигурации. Определение собственных частот колебаний параллельно проведено для изделий с учётом демпфирования, создаваемого рядом конструктивных элементов, а также – без учёта демпфирующей способности слоёв припоя по торцам термоэлементов. Проведен анализ и сравнение полученных теоретических результатов.

Результаты расчёта определения собственных частот колебаний термоэлектрических охладителей (ТЭО) – путем использования системы уравнений Лагранжа II-го рода, сопоставлены с расчётными величинами, полученными при использовании способа электродинамических аналогий.

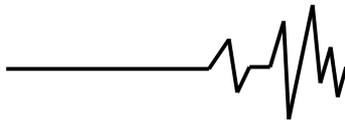
**Ключевые слова:** резонанс, собственные частоты колебаний, демпфирование.

**Постановка проблемы.** В состав электронных устройств и систем с целью охлаждения изделий электронной техники, радиоаппаратуры для обеспечения нормальных условий их работы, для уменьшения веса и габаритов изделия используются термоэлектрические охладители (ТЭО), работа которых базируется на известном принципе Пельтье. В зависимости от назначения, специфики и параметров электронных устройств, их мощности, величины выделяемой тепловой энергии используются ТЭО с различным числом каскадов.

**Анализ последних исследований.** Как известно, работа любого вида носителя характеризуется определенной частотой и

амплитудой колебаний, которые являются вынужденными для установленной на нем аппаратуры. Обеспечение нормальной работы, в частности, ТЭО, их механической целостности сопряжено с недопущением возникновения явления резонанса при воздействии на изделие определенных спектров частот вынужденных колебаний.

**Выделение нерешённых ранее частей общей проблемы.** Таким образом, определение собственных частот колебаний изделий еще на этапе их проектирования и разработки – важная инженерно-техническая и научная задача. Для этого кроме экспериментальных методов используется математическое моделирование, которое позволяет с заданной точностью определить



расчётным путём искомые параметры (размеры, форма элементов конструкции, соответствующие материалы) при использовании моделей ТЭО разной

конструкции и сложности [1]. Общий вид, например, 3-х каскадной конструкции ТЭО представлен на рис. 1.

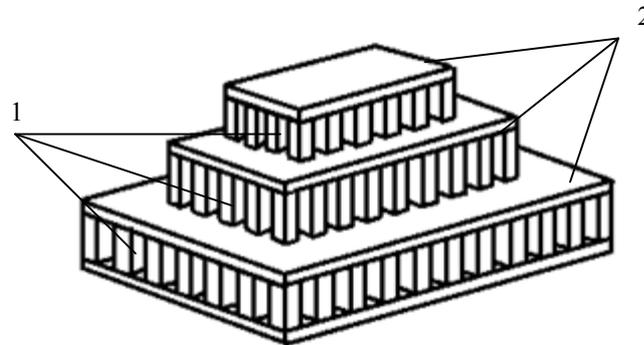


Рис. 1. Общий вид 3-х каскадной конструкции: 1 – термоэлементы; 2 – тепло переходы

**Формулировка цели исследования.** В работе рассмотрен расчёт четырёхкаскадной конструкции ТЭО, параметры которой указаны ниже.

Число термоэлементов в каждом из каскадов, исследуемых в работе изделий составляло:  $n_1 = 12$ ,  $n_2 = 22$ ,  $n_3 = 52$ ,  $n_4 = 128$  (на рис. 1 в качестве примера показан 3-х каскадный охладитель). Длина каждого термоэлемента составляет  $l = 1,4$  мм; размеры поперечного сечения:  $0,7 \times 0,7$  мм. Материал, из которого изготовлены термоэлементы, – телурид висмута  $Bi_2Te_3$ , модуль упругости I-го рода которого  $E = 6 \cdot 10^5$  кг/см<sup>2</sup>.

Тепло переходы (2), рис.1, изготовлены из ситалловых пластин толщиной 0,1 мм с нанесенными на них медными токопроводящими коммутационными дорожками. Для крепления термоэлементов к токопроводящей дорожке на боковой поверхности тепло переходов применялся припой, толщина которого составляет  $\Delta = 1 \cdot 10^{-1}$  мм, модуль упругости I-го рода принят  $E_{\Pi} = 1,2 \cdot 10^5$  кг/см<sup>2</sup>.

Массы тепло переходов при указанном выше числе термоэлементов составляли:  $m_1 = 10,92896 \cdot 10^{-5}$  кг;  $m_2 = 4,55961 \cdot 10^{-5}$  кг;  $m_3 = 1,95753 \cdot 10^{-5}$  кг;  $m_4 = 1,31891 \cdot 10^{-5}$  кг. Такие изделия, несмотря на достаточно малые габариты и массу позволяют достичь перепада температур до 20 °С на каждом каскаде, позволяя существенно охладить работающие электронные приборы и изделия. Установка ТЭО на подвижных носителях (наземных, подводных, авиационных, космических) позволяет существенно уменьшить общий вес

радиоэлектронной аппаратуры, габариты всей установки в целом.

**Формулировка цели исследования.** Определение собственных частот колебаний ТЭО (этажерочного типа конструкций) осуществлялось с помощью разработанной математической модели, в основу которой положено использование дифференциальных уравнений Лагранжа II- го рода [2]:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{x}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial x_i} = - \frac{\partial \Pi}{\partial x_i} - \frac{\partial \Phi}{\partial x_i}, \quad (1)$$

где:  $T$  – кинетическая энергия системы;  $\Pi$  – потенциальная энергия системы;  $i$  – обобщённая координата;  $x_i$  – перемещение  $i$ -го каскада,  $i = 1, 2, 3, 4$ ;  $\Phi$  – диссипативная функция,  $t$  – время.

Кинетическая энергия системы:

$$T = \sum_{i=1}^4 T_i. \quad (2)$$

Потенциальная энергия системы:

$$\Pi = \sum_{i=1}^4 \Pi_i. \quad (3)$$

Диссипативная функция пропорциональна скорости перемещения масс системы:

$$\Phi = \sum_{i=1}^4 \Phi_i, \quad (4)$$

$$\Phi_i = \frac{1}{2} \beta_i \dot{x}_i^2, \quad (5)$$

где  $\beta_i$  – коэффициент затухания.

В работе рассмотрен случай, когда конструкция состоит из четырех каскадов термоэлементов, которые схематически можно изобразить в следующем виде (рисунки 2):

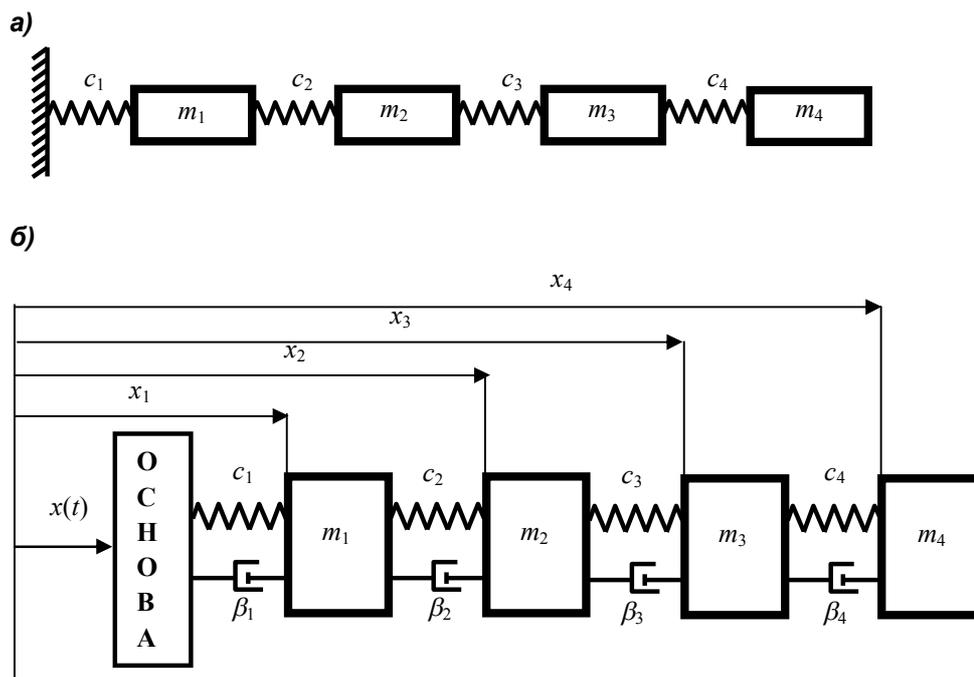
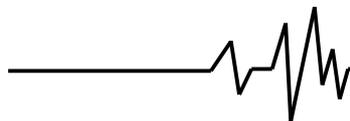


Рис. 2. Расчетная схема четырехкаскадного ТЭО; а) без учета демпфирования; б) с учетом демпфирования

**Основные результаты исследования.** В работе рассмотрен случай исследования конкретного 4-х каскадного ТЭО, т.е.  $i = 1, 2, 3, 4$ . Здесь в качестве  $m_i$  приняты массы соответствующих тепло переходов, а в качестве  $c_i$  – жесткости термоэлементов каждого каскада соответственно [1].

Слои припоя по торцам термоэлемента имеют значения модуля упругости I-го рода существенно меньше, чем аналогичный параметр материала самих термоэлементов, т.е. характеризуются меньшей жесткостью. Поэтому можно считать, что слои припоя по торцам термоэлементов в каждом каскаде играют роль своеобразных демпферов, снижающих значения собственных колебаний изделия.

Известно, что диссипативная функция носит нелинейный характер [4]. Учет этой нелинейности в сложных технических системах сопряжен со значительными, в том числе и математическими трудностями. Их учёт во многих случаях может внести существенные уточнения в значения отыскиваемых величин параметров с учетом специфики изделий и условий их эксплуатации.

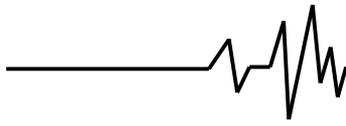
В связи с малыми размерами исследуемых изделий, их габаритами и спецификой их использования, в работе принято допущение о том, что на проектом этапе исследований величину диссипативных сил можно не учитывать. (Введенное

допущение проверено расчетным путём. Расхождение величин полученных при этом результатов составило 5%).

Рассмотрение принятой приближенной математической модели для 2-х, 3-х и 4-х каскадных ТЭО, для чего была использована специально составленная программа, позволило определить значения частот собственных колебаний как для рассмотренных случаев конструктивного выполнения изделий, так и для любой иной численности термоэлементов в каждом каскаде, которое определяется назначением конкретного ТЭО.

**Основные результаты исследования.** Проанализировано влияние толщины слоев припоя на величины собственных частот колебаний, которые определены также и для случая отсутствия демпфирования. Рассмотрены случаи различного сочетания числа термоэлементов в каждом каскаде, а также для частного случая, когда жесткость всех каскадов в изделии одинакова. Проведенные исследования позволили установить зависимости изменения значений собственных частот колебаний от наличия демпферов, их физико-механических характеристик и параметров, а также – от параметров жесткости каждого каскада.

Полученные результаты позволяют еще на этапе проектирования и разработки будущих изделий предусмотреть возможность возникновения случаев резонанса систем,



принять меры по «уводу» собственных значений колебаний изделий в сторону от значений резонансных частот. Это особенно важно при разработке ответственных и дорогих систем, работающих на подвижных носителях, имеющих определенные значения вынужденных колебаний.

Для проверки достоверности полученных расчетным путем результатов проведено также определение собственных частот колебаний рассмотренных выше конструкций ТЭО с

помощью независимого подхода – известного в теоретической механике метода электродинамических аналогий (ЭДА).

С этой целью рассматриваемая механическая система заменяется соответствующими электрическими аналогиями [3].

Электрическая схема четырехкаскадного термоэлектрического охладителя будет иметь следующий вид (рис. 3):

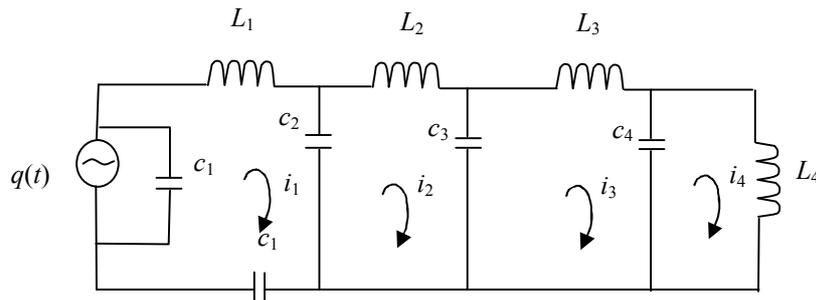


Рис. 3. Электрическая схематизация четырёх каскадного ТЭО

Полученные путём использования двух независимых расчетных методик результаты

для удобства анализа и сравнения содержатся в табл. 1-4.

**Таблица 1**  
Значения величин собственных частот колебаний 3-х каскадного изделия (Гц) при  $n_1 = 124$ ,  $n_2 = 54$ ,  $n_3 = 24$  с учетом демпфирования

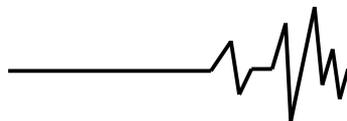
Количество термоэлементов в каскаде	124	54	24
Дифференциальные уравнения Лагранжа II-го рода	$2,177 \cdot 10^4$	$4,027 \cdot 10^4$	$5,50 \cdot 10^4$
ЭДА	$2,22 \cdot 10^4$	$4,234 \cdot 10^4$	$5,76 \cdot 10^4$

**Таблица 2**  
Значения величин собственных частот колебаний 3-х каскадного изделия (Гц) при  $n_1 = 124$ ,  $n_2 = 54$ ,  $n_3 = 24$  без учета демпфирования

Количество термоэлементов в каскаде	124	54	24
Дифференциальные уравнения Лагранжа II-го рода	$2,949 \cdot 10^6$	$5,455 \cdot 10^6$	$7,45 \cdot 10^6$
ЭДА	$3,113 \cdot 10^6$	$5,878 \cdot 10^6$	$7,821 \cdot 10^6$

Анализ данных табл. 1 и 2 свидетельствует о том, что разброс значений собственных частот зависит от количества элементов в каскаде и меняется в пределах

1,94% - 4,51% (для изделий при учёте демпфирования). Расчёты без учета демпфирования, дают разброс, соответственно, в пределах 5,27% - 5,19%. При



уменьшении числа термоэлементов в каскаде в обоих случаях расхождение в полученных результатах возрастает). Учет демпфирования дает значения собственных частот, как и в предыдущих случаях, на два порядка меньше, что объясняется существенным влиянием

демпферов на значения собственных частот колебаний изделия. Это позволяет «регулировать» значения собственных частот колебаний, изменяя их значения в сторону, нужную конструктору.

Таблица 3

**Значения собственных частот колебаний (Гц) для системы с 4-ю степенями свободы с учетом демпфирования**

Количество термоэлементов в каскаде	124	54	24	12
Дифференциальные уравнения Лагранжа II-го рода	$1,797 \cdot 10^4$	$3,187 \cdot 10^4$	$4,682 \cdot 10^4$	$5,741 \cdot 10^4$
ЭДА	$1,842 \cdot 10^4$	$3,324 \cdot 10^4$	$4,791 \cdot 10^4$	$5,913 \cdot 10^4$

Таблица 4

**Значения собственных частот колебаний (Гц) для системы с 4-ю степенями свободы без учета демпфирования**

Количество элементов в каскаде	124	54	24	12
Дифференциальные уравнения Лагранжа II-го рода	$2,434 \cdot 10^6$	$4,318 \cdot 10^6$	$6,344 \cdot 10^6$	$7,774 \cdot 10^6$
Метод ЭДА	$2,033 \cdot 10^6$	$4,93616 \cdot 10^6$	$6,872 \cdot 10^6$	$8,234 \cdot 10^6$

Анализ данных табл. 2, 3 свидетельствует, что разброс значений собственных частот колебаний, полученный двумя независимыми путями с учетом демпфирования лежит в границах 2,44% - 2,91%, а при условии, что демпфирование в расчётной методике не учитывается, эти значения будут 6,49% - 5,58%.

**Выводы.** Полученные двумя независимыми путями результаты дали сходимость в 3-8%, что подтверждает качество и достоверность математических моделей, используемых в работе.

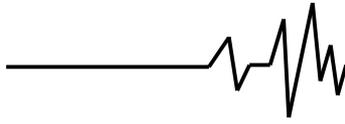
Анализ и сопоставление полученных расчетным путем результатов с использованием двух независимых методик позволяют еще на этапе проектирования оценить возможные величины значений собственных частот колебаний конкретных, используемых на практике изделий, а также тех, которые планируется выпускать и использовать.

Разработанные алгоритмы и программы расчетов на персональных компьютерах позволяют определить собственные частоты колебаний ТЭО различных конфигураций, с разным конструктивным выполнением, оценить целесообразность применения различных вариантов конструктивного выполнения проектируемых изделий, определить наиболее приемлемый вариант для каждого типа

носителя аппаратуры. Постоянная разработка и появление новых конструкционных материалов, используемых в электронике, позволяет ещё на этапе проектирования оперативно подбирать нужные сочетания материалов для каждого конкретного изделия, обеспечивая качество и работоспособность аппаратуры и сложных технических систем.

#### Список использованной литературы

1. Клепиковский А.В., Тимофеева Е.Н., Шайко-Шайковский А.Г. Математическая модель оценки факторов, влияющих на значения собственных частот колебаний систем с несколькими степенями свободы // Труды междунар. симп. «Надежность и качество 2009», (Пенза, 25-30 мая 2009 г.). – Т. 1. – С. 300–302.
2. Вибрации в технике. Справочник. Т. 3. Колебания машин, конструкций и их элементов / [под ред. Ф.М. Диментберга, К.С. Колесникова]. – М. : Машиностроение, 1980. – 544 с.
3. Методы определения характеристик демпфирования колебаний упругих систем / Писаренко Г.С., Матвеев В.В., Яковлев А.Н. – К. : Наукова думка, 1976. – 86 с.
4. Вибрации в технике. Справочник в 6 тт. Т. 6. Защита от вибрации и ударов / [под



ред. К.В. Фролова]. – М.: Машиностроение, 1981. – 456 с.

#### Список источников в транслитерации

1. Klepikovskiy A.V., Timofeyeva Ye.N., Shayko-Shaykovskiy A.G. Matematicheskaya model otsenki faktorov, vliyayushchikh na znacheniya sobstvennykh chastot kolebaniy sistem s Neskol'kimi stepenyami svobody // Trudy mezhdunar. simp. «Nadezhnost i kachestvo 2009», (Penza, 25-30 maya 2009 g.). – Т. 1. – С. 300–302.

2. Vibratsii v tekhnike. Spravochnik. Т. 3. Kolebaniya mashin, konstruksiy i ikh elementov / [pod red. F.M. Dimentberga, K.S. Kolesnikova]. - М.: Mashinostroyeniye, 1980. - 544 s.

3. Metody opredeleniya kharakteristik dempfirovaniya kolebaniy uprugikh sistem / Pisarenko G.S., Matveyev V.V., Yakovlev A.N. – К.: Naukova dumka, 1976. – 86 s.

4. Vibratsii v tekhnike. Spravochnik v 6 tt. Т. 6. Zashchita ot vibratsii i udarov / [pod red. K.V. Frolova]. – М.: Mashinostroyeniye, 1981. – 456 s.

#### ВІБРОСТІЙКІСТЬ ТА ШЛЯХИ ЇЇ ПІДВИЩЕННЯ ПРИ КОНСТРУЮВАННІ БАГАТОКАСКАДНИХ ЕТАЖЕРОЧНИХ КОНСТРУКЦІЙ

**Анотація.** В роботі розглянута можливість теоретичного визначення на етапі проектування власних частот коливань термоелектричних охолоджувачів з різним числом каскадів та різної конфігурації. Визначення власних частот коливань

паралельно проведено для виробів з врахуванням демпфування, яке створюється низкою конструктивних елементів, а також – без врахування власної здатності шарів припою по торцях термоелементів. Проведений аналіз та порівняння отриманих теоретичних результатів.

Результати розрахунку визначення власних частот коливань термоелектричних охолоджувачів (ТЕО) – шляхом використання системи рівнянь Лагранжа II-го роду співставлено з розрахунковими величинами при використанні способу електродинамічних аналогій.

**Ключові слова:** резонанс, власні частоти коливань, демпфування.

#### VIBRATION RESISTANCE AND ITS IMPROVING METHODS IN MULTICASCADE STACKABLE DESIGNS

**Annotation.** The paper considers possibility of theoretical determining natural oscillation frequency of thermoelectric coolers with a different cascade number and configuration. Theoretical results have been analyzed and assessed.

The results of the calculation to determine natural oscillation frequencies of the thermoelectric coolers (TEC), obtained by using the system of II order Lagrange equations, are assessed against calculated values, obtained by using method of electro-dynamic analogies.

**Key words:** resonance, vibration natural frequency, damping.