

Горошко А. В.

Хмельницький  
національний  
університет

Goroshko A. V.

Khmelnyskyi National  
University

УДК 621.002

**ПРИЗНАЧЕННЯ ДОПУСТИМИХ  
ДИСБАЛАНСІВ ДЛЯ  
ВИСОКОШВИДКІСНИХ РОТОРІВ**

*Показана актуальність проблеми призначення допустимих дисбалансів високошвидкісних жорстких і квазігнучких роторів. Обґрунтовано необхідність використання методів математичної статистики. Запропоновано методи призначення допустимих дисбалансів при унімодальних і полімодальних законах розподілу вимірних дисбалансів. У випадку полімодальних законів обґрунтовано подання емпіричного розподілу як гаусовою суміші і застосування декомпозиції суміші з наступним призначенням допустимих значень з заданою імовірністю, використовуючи методи екстремальних і інтегральних характеристик.*

**Ключові слова:** допустимий дисбаланс, ротор, полімодальний розподіл, гаусова суміш, декомпозиція.

**Постановка проблеми.** З практичних міркувань абсолютно очевидно, що навіть найточніші методи досліджень динаміки і балансування не можуть довести машину до ідеального вібраційного стану через неусувні похибки обладнання, вимірювальної апаратури та інші конструктивні, технологічні і експлуатаційні фактори. Тому одним з найсуттєвіших етапів забезпечення надійної роботи нового створеного виробу є встановлення обґрунтованих критеріїв, що забезпечують його нормальне функціонування протягом всього терміну експлуатації, зокрема призначення обґрунтованих значень допустимих дисбалансів.

Варто відмітити, що оцінка кінцевого стану збалансованості може відбуватись в залежності від типу ротора і виробу, цілі і критерію балансування одним з двох шляхів: на низькочастотних балансувальних верстатах, що дозволяють вимірювати дисбаланси в двох площинах корекції; на високочастотних балансувальних стендах, що дозволяють вимірювати вібрації, прогини, напруження, реакції опор, або – випробувальних стендах, або в експлуатаційних умовах, коли можна вимірювати вібрації, а інколи – прогини і напруження.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Однією зі спроб розв'язати цю задачу не лише для жорстких, але і квазігнучких роторів, тобто таких гнучких, для яких застосовувані модернізовані методи

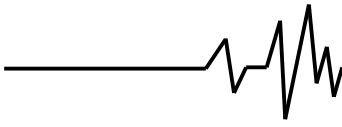
балансирування жорстких роторів, а також – гнучких, які до високочастотного балансування піддають низькочастотному балансуванню, наступні [1].

При нормальному функціонуванні машини рівні вібрацій на всіх частотах обертання від нуля до максимальних і вібрації при експлуатаційній частоті обертання, динамічні навантаження на опорах, напруження і прогини у випадку врахування реформованості ротора в роботі, а також інших деформацій деталей виробу, не знижують розрахункової довговічності і надійності опор самого ротора і машини в цілому, не погіршують умови праці обслуговуючого персоналу нижче встановлених норм, не позначаються на якості процесу, що виконується машиною [2].

Для призначення допустимого дисбалансу в площині корекції спочатку необхідно визначити значення функціонального дисбалансу  $D_{\phi}$  в цій же площині, тобто такого максимального дисбалансу, при якому виріб функціонує нормально [3].

З визначення функціонального дисбалансу слідує, що його значення має бути більше суми абсолютних значень трьох векторних доданків:

- залишкового дисбалансу після балансування  $D_{зал}$  в цій же площині, тобто такого максимального дисбалансу, при якому виріб ще функціонує нормально,



- технологічного дисбалансу  $D_m$ , що виникає після балансування при складанні ротора, мантажа опор, складанні машини, регулюванні і т.д.,

- експлуатаційного дисбалансу  $D_e$ , який виникає під час роботи машини через зношування, старіння, нерівномірний прогріву і т.д.

В цьому випадку виконується співвідношення

$$D_\phi \geq D_{\text{дон}} + D_m + D_e, \quad (1)$$

в кінці ресурсної роботи виробу або перед його між ресурсним ремонтом, що передбачає балансування, він буде функціонувати нормально. В нерівності (1) під  $D_{\text{дон}}$  мається на увазі значення допустимого дисбаланса, який, звичайно, має бути дещо більше за  $D_{\text{зал}}$ .

Для забезпечення нормального функціонування машини можна встановити запас балансування, який характеризується коефіцієнтом запасу балансування  $K_{\text{зан}}$ , що дорівнює відношенню функціонального і допустимого дисбалансів

$$K_{\text{зан}} = D_\phi / D_{\text{дон}}. \quad (2)$$

З нерівностей (1) і (2) видно, що виконується співвідношення

$$K_{\text{зан}} \geq 1 + D_m / D_{\text{дон}} + D_e / D_{\text{дон}}, \quad (3)$$

тобто коефіцієнт запасу балансування має перевищувати праву частину нерівності (3) на деяку величину, що залежить від достовірності визначення доданків цієї правої частини, економічних міркувань, важливості безвідмовної роботи виробу і т.п.

**Виділення невирішених раніше частин загальної проблеми.** Отже, до визначення обґрунтованого значення допустимого дисбаланса слід встановити значення  $D_\phi$ . При цьому можливі два варіанти. Перший варіант виникає в тому випадку, коли є можливість встановити значення функціонального дисбаланса виходячи з досвіду роботи аналогічних нормально функціонуючих весь термін експлуатації машин і спеціальних вимог, обумовлених в технічних умовах на розробку виробу.

Другий – коли можливостей, передбачених першим варіантом, немає, тобто або відсутній достатній досвід, або відсутні аналоги. В цьому випадку значення функціонального дисбаланса слід ідентифікувати з експериментальних даних при

випробуваннях дослідних зразків, використовуючи методи математичної статистики.

В першому випадку на основі досвіду балансування аналогічних виробів складається таблиця класів точності балансування, за якою встановлюється значення функціонального дисбалансу виробу. У відповідності з цим значенням і коефіцієнтом запасу балансування і назначається допуск на дисбаланс.

Дещо складніші справи для нових створюваних типів виробів і конструкцій. Тут значення функціонального дисбаланса встановлюється шляхом випробувань дослідних машин.

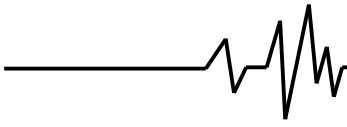
Процес встановлення значень функціонального дисбаланса починається з пошуку його попереднього значення. Для цього дослідний ротор спочатку балансують до мінімально можливих залишкових дисбалансів. Після складання машини в площині корекції вводять деякі дисбаланси, величину яких поступово нарощують до тих пір, поки їх дія не викличе негативний вплив на вібрації підшипникових опор і функціонування машини. З економічних міркувань цей експеримент необхідно проводити на одному екземплярі наступним чином: не змінюючи дисбаланса по одній із сторін ротора і переставляючи інший відносно його початкового положення на деякий кут, наприклад на  $45^\circ$ , кожен раз повторюють описані операції. Таким чином знаходять низку значень граничного дисбалансу. Оскільки різне взаємне положення введених дисбалансів визначає різні значення граничних дисбалансів, то правомірно вважати, що отримані  $n$  значень  $D_j$  визначені не при випробуваннях одного ротора, а при дослідженні різних роторів одного і того ж типу.

Для обробки отриманих результатів необхідно використати методи математичної статистики.

#### **Основні результати дослідження.**

*Оцінка збалансованості ротора при низькочастотному балансуванні.* Дисбаланси є векторними випадковими величинами і мають двомірне розсіювання, оскільки характеризуються значенням і кутом або проекціями на дві взаємно перпендикулярні вісі.

Виміряні у великій кількості однотипних роторів, що виготовляються і складаються в практично однакових умовах, значення і кути дисбалансів можна нанести на площину, використовуючи полярну систему координат. При кількості вимірювань  $N \rightarrow \infty$  дисбаланси одного значення з радіусом  $r$  повинні рівномірно розподілятися навколо початку



координат, а значення дисбалансів, тобто довжини радіусів – вздовж радіуса постійного кута  $\varphi$  мають розподілятися за деяким законом.

Якщо перпендикулярно до площини, в якій відкладені вектори дисбалансів, з кінців кожного з векторів відкласти частоту появи дисбалансу даного значення, то в системі координат XYZ отримемо поверхню розподілу дисбалансів, представлену на рис. 1.

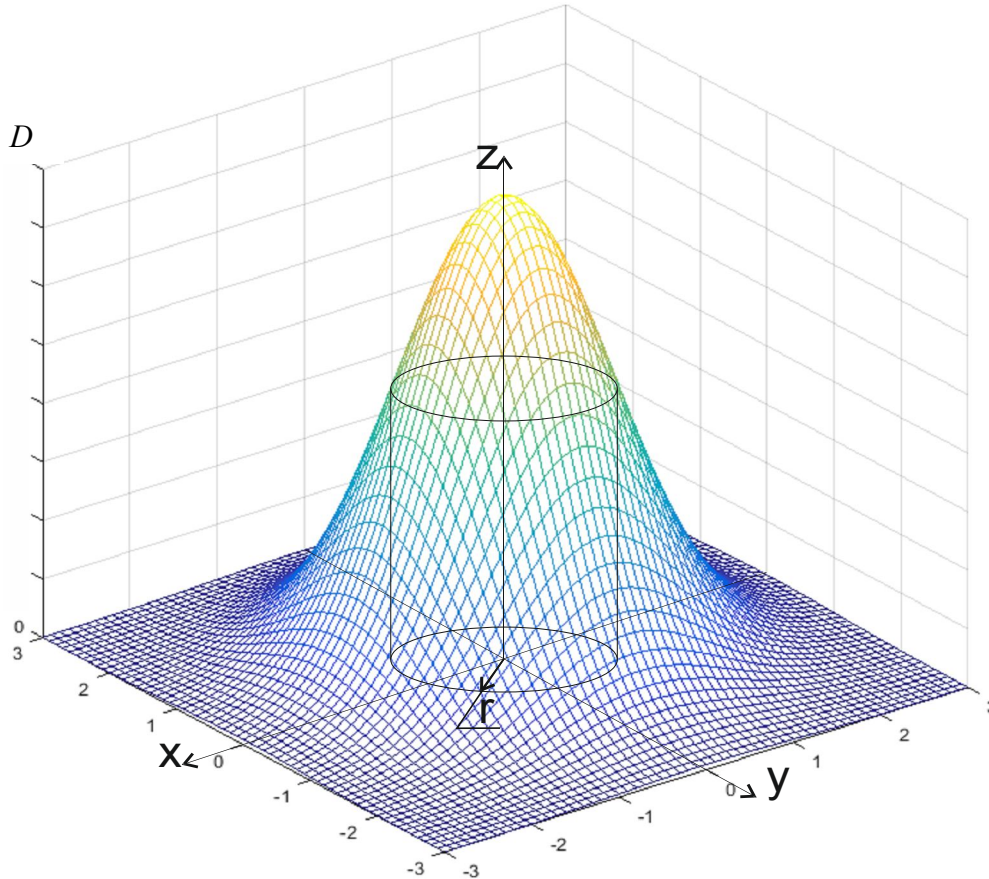


Рис. 1. Поверхня розподілу дисбалансів

Замість кута і значення дисбалансу можна відкласти його проекції на дві взаємно перпендикулярні вісі і мати справу не з вектором, а з скалярами.

Відомо, що якщо величини  $x$  і  $y$  (проекції вектора дисбалансу), що визначають двомірну випадкову величину (вектор дисбалансу) розподілені за нормальним законом, то довжина вектора дисбалансу розподілена за законом Релея.

Якщо обидві проекції мають однакові середньоквадратичні відхилення

$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (x_{cp} - x_i)^2}{m-1}}, \quad \sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^m (y_{cp} - y_i)^2}{m-1}}, \quad \text{а}$$

їх середні значення 
$$x_{cp} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m x_i,$$

$$y_{cp} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m y_i \quad \text{дорівнюють нулю, то}$$

поверхня розподілу (рис. 1) буде симетричною відносно вертикальної центральної осі  $Z$ .

Закон розподілу Гауса для проекцій дисбалансів і закон Релея для його довжини – лише один з можливих частинних випадків наближення функції розподілу випадкової величини дисбалансу.

Метод статистичної обробки результатів контролю в цьому випадку базується на теоремі Ляпунова і нерівності Чебишева, з яких слідує, що при  $N \rightarrow \infty$  розподіл середнього арифметичного наближається законом Гауса, а істинне значення випадкової величини наближається до її математичного сподівання.

Як відомо, розсіяння значень дисбалансів залежить від прийнятого способу виготовлення



роторів. Найкращій точності виконання робіт відповідають інтервали розсіяння, які пов'язані з неусувними факторами, що викликають появу дисбалансів. Границі цих інтервалів визначаються законами розподілу дисбаланса, який розглядається як випадкова величина, що є геометричною сумою векторних випадкових величин, кожна з яких викликана одним з неусувних факторів. В цьому випадку проекції вектора дисбаланса на вісі системи координат, що обертається разом з ротором, являє собою алгебраїчні суми проекцій цих же випадкових величин на ті ж вісі.

Якщо кількість доданків в останній сумі достатньо велика, то може виникнути два варіанти при призначенні функції розподілу дисбалансів і їх проекцій на вісі координат.

*Призначення допустимих дисбалансів роторів з унімодальним законом розподілу дисбаланса.* У випадку, коли величина кожного з доданків в описаній вище сумі мала у порівнянні з її величиною, за центральною граничною теоремою [4] розподіл суми близький до нормального.

В цьому випадку призначення попереднього значення функціонального дисбаланса на основі вказаних вище  $n$  значень  $D_j$  відбувається, виходячи з наступних міркувань.

Відомо [4], що для імовірності  $P$  існують співвідношення

$$P \left\{ \left| D_\phi - D_{cp} \right| \leq \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} \right\} = W \quad (4)$$

де

$$D_{cp} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n D_j \quad (5)$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{j=1}^n (D_{cp} - D_j)^2} \quad (6)$$

$D_\phi$  – істинне значення випадкової величини функціонального дисбаланса;

$t = t(W, n-1)$  – коефіцієнт Стюдента, взятий з таблиці для заданої довірчої імовірності  $W$  і числа ступенів вільності  $n-1$ .

Тоді з довірчою імовірністю  $W$  можна стверджувати, що значення граничного дисбаланса будь-якого ротора знаходиться в межах

$$D_{cp} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} \leq D_\phi \leq D_{cp} + \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}. \quad (7)$$

За попереднє значення функціонального дисбаланса доцільно прийняти лівий кінець довірчого інтервала (7), тобто

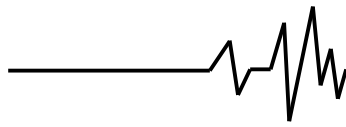
$$D_\phi = D_{cp} - \frac{t\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (8)$$

і тоді можлива похибка піде в запас балансування.

Для того, щоб отримати попереднє значення допустимого дисбаланса  $D_{\text{дон}}$ , встановлюються попередні значення технологічного і експлуатаційного дисбалансів. Тоді попередні значення допустимого дисбаланса визначається з рівності  $D_{\text{дон}} = D_\phi / K_{\text{зан}}$ , в якому  $K_{\text{зан}} > 1$ , попередньо встановлюється з досвіду роботи аналогічних виробів, які нормально функціонують протягом свого терміну експлуатації. Значення  $K_{\text{зан}}$  мають вибиратись такими, щоб за весь термін роботи дисбаланс виробу не перевищив  $D_\phi$ . При цьому слід враховувати всі несприятливі обставини, що можуть виникнути при роботі машини. Якщо вказані вище  $n$  значень граничних дисбалансів поділити на  $K_{\text{зан}}$ , то можна отримати  $n$  значень допустимих дисбалансів, які можна заново приписати  $n$  роторам того ж типу і за формулами (5) і (6) знайти для них  $D_{cp \text{ дон}}$  і

$\sigma_{\text{дон}}$ .

Значення одержаних таким чином допустимих дисбалансів дають можливість встановити кількість  $N$  роторів дослідної партії, необхідних для встановлення кінцевих значень функціонального і допустимого дисбалансів. Для цього доцільно задатись такою умовою, щоб з довірчою імовірністю  $W$  значення дисбалансів роторів дослідної партії після балансування не перевищували попереднє значення допустимого дисбаланса. Можна вважати, що одержані вище  $n$  значень допустимих дисбалансів не тільки є значеннями дисбалансів  $n$  різних однотипних роторів, але і являють собою значення дисбалансів  $n$  роторів, вибраних з дослідної партії, якщо відхилення від середнього в (7) прийняти рівним  $\left| D - D_{cp \text{ дон}} \right| < \left| D_{\text{дон}} - D_{cp \text{ дон}} \right|$ , де  $D$  – випадкове значення дисбаланса ротора дослідної партії. Ця нерівність і означає, що  $D < D_{\text{дон}}$ . Тому для знаходження кількості  $N$  достатньо розв'язати нерівність



$$\frac{t\sigma}{\sqrt{N}} \leq |D_{\text{дон}} - D_{\text{cp дон}}| \quad \text{і} \quad \text{отримати}$$

$$N \geq \left( t\sigma / (D_{\text{дон}} - D_{\text{cp дон}}) \right)^2.$$

Для кожної машини дослідної партії знову встановлюються кінцеві значення функціонального, технологічного, експлуатаційного і допустимого дисбалансів за викладеною вище методикою. Необхідно відмітити, що в тому випадку, коли кількість дослідних машин, виділених для призначення допусків, обмежено необхідністю проведення інших видів експериментів, всі ці операції можуть здійснюватись паралельно з використанням дослідних зразків за іншими програмами, не пов'язаними з встановленням функціонального і допустимого дисбалансів.

Обчислення обґрунтованих кінцевих значень, вказаних дисбалансів, можна проводити за формулою (8), підставляючи в якості  $D_{\phi}$  і  $\sigma$  відповідні величини, обчислені для кожного з них. Наприклад, нехай  $D_{\phi, j}, j = 1, 2, \dots, N$  – функціональні дисбаланси  $N$  дослідних машин. В цьому випадку в формулах (5) і (6) слід замінити  $D_j$  на  $D_{\phi, j}$ , і одержані значення  $D_{\text{cp.}\phi}$  і  $\sigma_{\phi}$ , число  $N$ , разом з новим, вибраним за таблицею коефіцієнтом Стюдента  $t$ , підставити в формулу (8). Тоді з довірчою імовірністю  $W$  можна отримати кінцеве значення функціонального дисбаланса для всієї партії створюваних виробів.

Цікаво відмітити, що і праві границі довірчих інтервалів відіграють немалу роль, наприклад, в тому випадку, коли необхідно визначити, якого розкиду експлуатаційних дисбалансів слід очікувати для даної партії роторів і в деяких інших важливих на практиці випадках.

Сума знайдених значень функціональних дисбалансів для площин корекції 1 і 2 визначає значення головного вектора функціональних дисбалансів ротора  $D_{\text{ст.}\phi} = D_{1\phi} + D_{2\phi}$ . Функціональний ексцентриситет або функціональний питомий дисбаланс для виробу знаходять за формулою

$$e_{\text{ст.}\phi} = D_{\text{ст.}\phi} / m_{\text{пом}}.$$

Тепер, знаючи максимальну експлуатаційну частоту обертання ротора, можна встановити, до якого класу точності

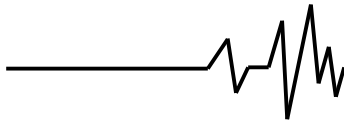
балансування потрапляє знайдений на дослідних виробих функціональний питомий дисбаланс. Остаточко клас точності балансування для масового виробництва цих виробів доцільно назначати на один клас точніше.

Для виробів, у яких неможливий доступ до площин корекції, допускається змінювати і нарощувати залишкові дисбаланси на декількох роторах до складання виробів, а кількість виробів визначати за викладеною вище методикою. Допустимі значення дисбалансів знаходять як викладено вище, використовуючи поняття коефіцієнта запасу балансування, або безпосередньо, віднімаючи від функціонального дисбаланса експлуатаційний для ротора, що балансується у складанні, і ще технологічний, для ротора, у якого балансують окремі деталі до складання.

Типи ротора, для яких гістограми випадкової величини дисбаланса наближаються тими чи іншими модифікаціями або граничними випадками Гаусової густини імовірностей, розглядаються в роботі [5]. При відповідному підборі параметрів ці гістограми з тією чи іншою точністю можна наближати і Гаусовими нормальними кривими. Дещо складніша ситуація у випадку, коли розподіл дисбалансів є полімодальним.

*Методика призначення допустимих дисбалансів роторів з полімодальним законом розподілу дисбалансу.* У відповідності із розробленим у [6] методом призначення допусків при полімодальному законі розподілу дисбалансів, далі наводяться результати перевірки ефективності викладеного методу декомпозиції суміші розподілів Гауса для гістограми розподілу значень дисбалансів однотипних роторів компресорів газотурбінних авіадвигунів після експлуатації і методу призначення допусків для значень дисбалансів. Як виявилось, одні авіадвигуни з досліджуваної партії працювали на літаках в умовах Крайньої Півночі, інші – в умовах польових, погано обладнаних аеродромів Півдня, треті – в умовах великих перепадів температур при перельотах з Північної півкулі у Південну, четверті – у морських, корозійних умовах і т.п.

Суть запропонованого методу обробки емпіричних даних, що не підкоряються унімодальним законам розподілу, полягає у представленні і обробці емпіричної ГР у вигляді суперпозиції  $k$  функцій ГР  $f_i$  з вектором параметрів  $\mathbf{n}_i$  (компонент суміші),  $i = 1, 2, \dots, k$ ,  $2 \leq k < \infty$  у вигляді



$$f(x) = \sum_{i=1}^k \rho_i f_i(x, \mathbf{n}_i), \quad (9)$$

де  $x \in \mathbb{R}$ ,  $\rho_i$  - апіорна імовірність (ваговий коефіцієнт)  $i$ -ї компоненти суміші,  $\rho_i \in (0,1)$ ,  $\sum_{i=1}^k \rho_i = 1$ . В загальному випадку умова приналежності  $\forall i, f_i(X, \mathbf{n}_i)$  до одного параметричного сімейства не ставиться.

Для пошуку параметрів законів розподілу дисбалансів був застосований спосіб

інтерполяції. Кожна компонента у суміші була прийнята за ГР нормального закону  $N(\mu, \sigma^2)$ . Розрахунок проводився з використанням пакету MATLAB. В таблиці 1 і на рис. 2 наведені результати вказаних розрахунків. Визначені параметри трьох гаусіан дозволили перейти до статистичної обробки емпіричних даних про дисбаланси роторів компресорів авіадвигунів з наступним визначенням допустимих значень дисбалансів.

Таблиця 1

Шукані параметри суміші імовірнісних розподілів

$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\sigma_1$	$\sigma_2$	$\sigma_3$	$\rho_1$	$\rho_2$	$\rho_3$
15,13	33,77	58,49	5,12	6,98	3,54	0,18	0,51	0,31

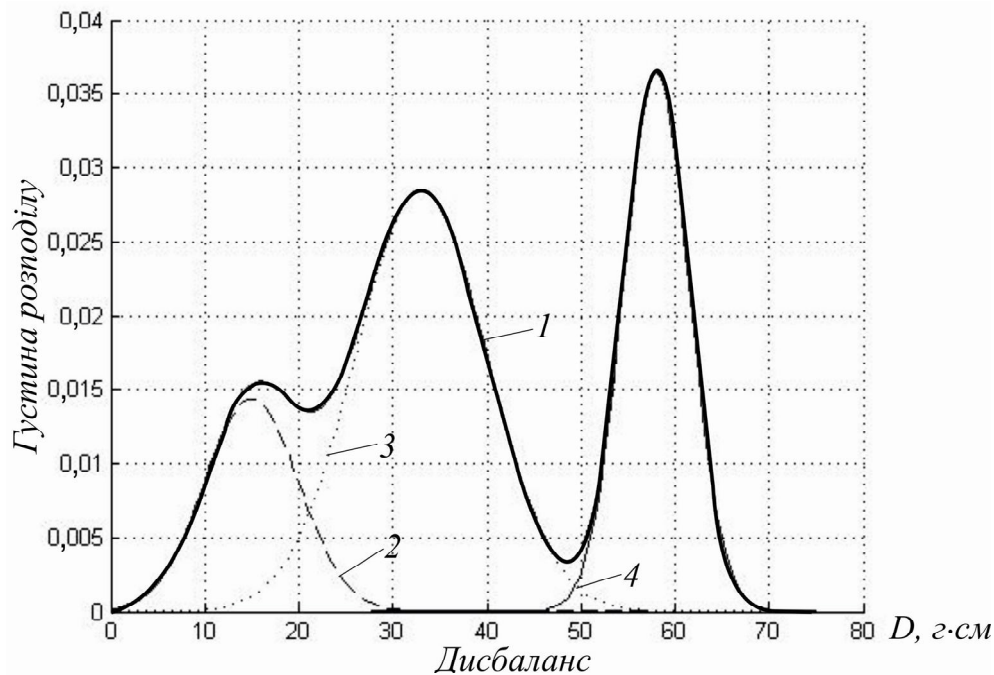


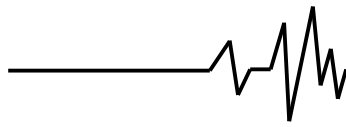
Рис. 2. Графіки шуканої функції ГР суміші 1 і її складових компонент з параметрами  $\mu_1, \sigma_1$  - 2,  $\mu_2, \sigma_2$  - 3 і  $\mu_3, \sigma_3$  - 4

Подальші дії з призначення допустимого значення досліджуваного параметра можуть здійснюватись двома шляхами.

1. Розглядається підвибірка з мінімальним (максимальним) значенням  $\mu_i$ . Очевидно, що характеристика цієї підгрупи мінімальна (максимальна). Отже, визначена характеристика для таких виробів може бути прийнята і для всієї партії, оскільки отримані при цьому похибки підуть у запас. У цьому випадку подальша обробка експериментальних

даних може відбуватися тільки для зазначеної нормально розподіленої підвибірки значень з параметрами розподілу  $\mu_i, \sigma_i$ , як описано вище.

Якщо є можливість розділити вихідну вибірку виробів на підвибірки, об'єднані однією з домінуючих причин появи розкиду значень, то аналогічні операції з обробки експериментальних даних слід проводити для кожної підвибірки.



2. Визначені параметри дозволяють записати інтегральну функцію розподілу з «вагами»

$$F(x) = \sum_{i=1}^k \frac{\rho_i}{\sigma_i \sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{(x-\mu_i)^2}{2\sigma_i^2}\right) dx. \quad (10)$$

У відповідності з методом екстремальних характеристик [6] за викладеною вище методикою аналізувалась третя мода суміші розподілів, оскільки для неї характерні більші (а отже, більш небезпечні) дисбаланси. В результаті з довірчою імовірністю  $P=0,95$  було встановлено, що допустиме значення функціонального дисбалансу знаходиться в межах  $51,1 \leq D \leq 64,9$  (г·см). Отже, для всієї досліджуваної партії роторів компресорів авіадвигунів за допустиме значення дисбалансу було прийнято 64,9 г·см, оскільки імовірність його перевищення складає не більше 0,05.

Вміщені в таблиці 1 параметри дозволили розрахувати таблицю інтегральної функції розподілу. Аналіз цих таблиць, отриманих за різними розділами вузлів інтерполяції, показує, що незважаючи на певну відмінність параметрів складових законів, значення інтегральної функції відрізняються неістотно, що важливо в способі призначення

допусків, де застосовується саме інтегральна функція розподілу.

На основі запропонованого методу інтегральних характеристик за допомогою пакету MATLAB в табл. 2 була записана інтегральна функція і з довірчою ймовірністю  $P=0,95$  встановлено, що максимальне допустиме значення функціонального дисбалансу не перевищує 61,6 г·см, а імовірність появи у виборці дисбаланса, що не перевищує 64,9 г·см, дорівнює 0,99. В даній ситуації доцільно вибрати в якості допустимого значення дисбалансу 64,9 г·см, тоді похибка, що виникає, піде в запас балансування виробу, причому метод інтегральних характеристик дозволив при однаковій надійності висновку одержати на 5,4% точніше значення дисбалансу.

Був також проведений наступний експеримент. Той з вагових коефіцієнтів, який виявився істотно менше двох інших, вважали рівним нулю, і інтегральний закон розподілу вважали двомодальним. Для цих випадків знову визначали відповідні параметрів  $\mu_i, \sigma_i, \rho_i, i=1,2$ , і знову розраховували таблиці інтегральної функції розподілу з «вагами» [6].

Таблиця 2

Інтегральна функція розподілу

0,0002	0,0003	0,0005	0,0006	0,0008	0,0011	0,0015	0,0019	0,0025	0,0032	0,0041	0,0052
0,0065	0,0081	0,0099	0,0121	0,0146	0,0175	0,0209	0,0246	0,0288	0,0335	0,0386	0,0441
0,0500	0,0564	0,0631	0,0701	0,0774	0,0849	0,0925	0,1003	0,1081	0,1158	0,1235	0,1312
0,1387	0,1460	0,1532	0,1603	0,1673	0,1741	0,1809	0,1877	0,1945	0,2014	0,2084	0,2157
0,2232	0,1210	0,2392	0,2478	0,2568	0,2663	0,2764	0,2869	0,2979	0,3095	0,3215	0,3339
0,3468	0,3601	0,3737	0,3875	0,4015	0,4157	0,4300	0,4442	0,4584	0,4724	0,4862	0,4998
0,5129	0,5257	0,5381	0,5499	0,5612	0,5720	0,5822	0,5917	0,6007	0,6090	0,6167	0,6238
0,6304	0,6363	0,6417	0,6466	0,6510	0,6549	0,6584	0,6615	0,6643	0,6667	0,6689	0,6709
0,6727	0,6744	0,6761	0,6778	0,6798	0,6820	0,6847	0,6881	0,6922	0,6972	0,7034	0,7109
0,7198	0,7102	0,7422	0,7557	0,7706	0,7867	0,8039	0,8217	0,8399	0,8581	0,8759	0,8930
0,9091	0,9240	0,9374	0,9492	0,9595	0,9682	0,9755	0,9814	0,9862	0,9899	0,9927	0,9949
0,9964	0,9976	0,9984	0,9989	0,9993	0,9996	0,9997	0,9998	0,9999	1	1	1

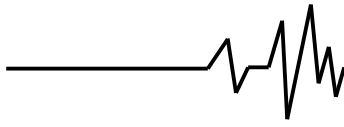
Порівняльний аналіз таблиць, розрахованих вищевказаним чином, для трьох-і двомодальних законів розподілу показав, що вони відрізняються неістотно. Це відкриває можливість при певному аналізі на комп'ютері автоматично знаходити не тільки практично достатню кількість мод закону розподілу для будь-якого кроку  $h$ , обраного при побудові гістограм, а й уточнювати значення самого кроку.

**Висновки.** Запропоновано методи призначення допустимих дисбалансів при унімодальних і полімодальних законах

розподілу виміряних дисбалансів. У випадку полімодальних законів обґрунтовано подання емпіричного розподілу як гаусовою суміші і застосовування декомпозиції суміші з наступним призначенням допустимих значень з заданою імовірністю, використовуючи методи екстремальних і інтегральних характеристик.

**Список використаних джерел**

1. Справочник по балансировке: справочное издание / М. Е. Левит и др.; под ред. М. Е. Левит. - М. : Машиностроение, 1992. - 416 с.



2. Ройзман В. П. Основы балансировочной техники / В.П. Ройзман, М.Е. Левит. - М: Машиностроение, 1975. - Т.1.

3. ГОСТ ИСО 1940-1-2007. Вибрация. Требования к качеству балансировки жестких роторов.

4. Вентцель Е. С. Теория вероятностей и ее инженерные приложения. Учеб. пособие для вузов / Е. С. Вентцель, Л. А. Овчаров // – 2-е изд., стер. - М. : Высшая школа, 2000. – 480 с. : ил.

5. Кранцберг Л. Э. Анализ точности балансировки деталей в массовом производстве / Л. Э. Кранцберг // Сб. «Теория и практика балансировочной техники». Под ред. В. А. Щепетильникова. Изд. Машиностроение, М. – 1973.

6. Горошко А.В. Розрахунок допустимих значень параметрів об'єктів у випадку полімодальності їх імовірнісних розподілів / А.В. Горошко, В.П. Ройзман // Вібрації в техніці та технологіях. - 2013. № 4 (72). С. 19-27.

#### Список джерел в транслітерації

1. Spravochnik po balansirovke: spravocnoye izdaniye / M. E. Levit i dr. ?pod red. M. E. Levit. - M. : Mashinostroyeniye. 1992. – 416 s.

2. Royzman V. P. Osnovy balansirovochnoy tekhniki / V.P. Royzman. M.E. Levit. – M : Mashinostroyeniye. 1975. - T. 1.

3. GOST ISO 1940-1-2007. Vibratsiya. Trebovaniya k kachestvu balansirovki zhestkikh rotorov.

4. Venttsel E. S. Teoriya veroyatnostey i eye inzhenernyye prilozheniya. Ucheb. posobiye dlya vtuzov / E. S. Venttsel. L. A. Ovcharov // – 2-е изд. стер., - М. : Vysshaya shkola. 2000. – 480 s. : il.

5. Krantsberg L. E. Analiz tochnosti balansirovki detaley v massovom proizvodstve / L. E. Krantsberg // Sb. «Teoriya i praktika balansirovochnoy tekhniki». Pod red. V. A. Shchepetilnikova. Izd. Mashinostroyeniye. M. - 1973.

6. Goroshko A.V. Rozrakhunok dopustymykh znachen parametrov ob'ektiv u vypadku polimodalnosti yikh imovirnisnykh

rozpodiliv / A.V. Goroshko, V.P. Royzman // Vibratsii v tekhnysii ta tekhnolohiiakh. - 2013. № 4 (72). С. 19-27.

#### НАЗНАЧЕНИЕ ДОПУСТИМЫХ ДИСБАЛАНСОВ ДЛЯ ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ РОТОРОВ

**Аннотация.** Показана актуальность проблемы назначения допустимых дисбалансов высокоскоростных жестких и квазигибких роторов и необходимость использования методов математической статистики. Предложены методы назначения допустимых дисбалансов при унимодальных и полимодальных законах распределения измеренных дисбалансов. В случае полимодальных законов обоснованно представление эмпирического распределения как гауссовой смеси и применения декомпозиции смеси с последующим назначением допустимых значений с заданной вероятностью, используя методы экстремальных и интегральных характеристик.

**Ключевые слова:** допустимый дисбаланс, ротор, полимодальное распределение, гауссовая смесь, декомпозиция.

#### PURPOSE PERMISSIBLE UNBALANCE FOR HIGH-SPEED ROTOR

**Annotation.** The urgency of the problem of permissible purpose imbalances and high-speed hard quasi flexible rotors and the need to use methods of mathematical statistics. Methods destination permissible imbalances when unimodal and multimodal distribution laws of the measured imbalances. In the case of multimodal laws justified representation of the empirical distribution of a Gaussian mixture and uses the decomposition mixture, followed by the appointment of valid values with a given probability, using methods of extreme and integral characteristics.

**Key words:** admissible imbalance rotor polymodal distribution, gaussian mixture decomposition.