

Франчук В. П.

Анциферов А. В.

Государственное
высшее учебное
заведение
«Национальный горный
университет»

Franchuk V. P.

Antsiferov A. V.

State Higher Educational
Institution "National
Mining University"

УДК 621.926.22.001:622.732

УЧЕТ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ ВЕРТИКАЛЬНОЙ ВИБРАЦИОННОЙ МЕЛЬНИЦЫ

Рассматриваются вертикальные вибрационные мельницы, для которых масса помольной камеры соизмерима с массой технологической нагрузки – измельчающие тела и измельчаемый материал. Технологическая нагрузка приводит к системе с распределенными параметрами. Составлены уравнения движения технологической нагрузки на этапах совместного движения с рабочим органом и отрывного от рабочего органа. Для упрощения уравнений применяется поэтапная линеаризация, а неупругие сопротивления считаются равными нулю. Приводится решение уравнений и график с расчетными данными. Определено рациональное значение высоты слоя технологической нагрузки. Дано сравнение с экспериментом.

Ключевые слова: вибромельница, вертикальные колебания, технологическая нагрузка, уравнения движения, расчет, эксперимент.

Вступление. Вибрационные технологические машины отличаются большим разнообразием конструкций, обусловленных их технологическим назначением, особенностями взаимодействия исполнительных органов с технологической нагрузкой, видом и физико-механическими свойствами самой технологической нагрузки. В случае, когда масса технологической нагрузки соизмерима с массой рабочего органа вибрационные машины относятся к классу тяжелых.

Наш подход следующий. Полная схема вибрационной технологической машины тяжелого типа состоит из элементов, содержащих дискретный параметр (рабочий орган), и систему с распределенными параметрами, которая является эквивалентом технологической нагрузки. Исходя из особенностей работы вибрационных технологических машин тяжелого типа и в зависимости от требуемых конечных результатов расчета общая задача динамики может быть разбита на три самостоятельные: 1) исследование технологической нагрузки как системы с распределенными параметрами и приведение ее параметров к дискретным; 2) исследование динамики машины с учетом приведенных параметров технологической нагрузки; 3) исследование динамики технологической нагрузки как системы с распределенными параметрами с использованием в качестве граничных условий параметров движения исполнительного органа, найденных из решения предыдущей задачи.

Впервые данный подход применительно к вертикальной вибрационной мельнице (МВВ) использован в работе В.Н.Потураева и В.П.Франчука [1] и далее развитый ими в работе [2]. Продолжение этих исследований подробно рассмотрено в [3], где предложены уточненные расчетные схемы, исходные уравнения и методы их решения.

В данной работе на примере МВВ рассматривается движение шаровой загрузки как системы с распределенными параметрами.

Основная часть работы. Как уже указывалось, наиболее полно поведение технологической нагрузки можно описать, если представить ее в виде системы с распределенными параметрами. Расчетная схема для определения параметров ее движения в МВВ представлена на рис. 1.

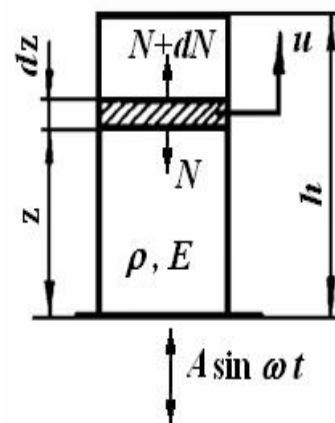
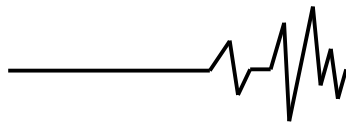


Рис. 1. Расчетная схема



На элементарный участок упругого стержня (технологической нагрузки) толщиной dz действует сила инерции $\gamma F dz \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$ и сила N . При безотрывном движении технологической

нагрузки (при отсутствии потери контакта между шарами) сила N по аналогии с [4] и с учетом контактного взаимодействия шаров при плотной укладке в помольной камере может быть представлена следующей зависимостью

$$N = \lambda EF \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^{3/2} + \lambda \xi EF \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^{3/2} \text{sign} \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} + \gamma F (h - z) g,$$

где F – площадь поперечного сечения технологической нагрузки;
 z – положение слоя нагрузки;
 u – перемещение элементарного слоя нагрузки (u отсчитывается от положения, когда деформация частиц технологической нагрузки отсутствует);
 E – модуль упругости материала;
 λ, ξ – экспериментально определяемые коэффициенты;
 γ – приведенная плотность материала технологической нагрузки.

Поскольку между частицами имеют место пустоты, приведенная плотность технологической нагрузки будет несколько меньше плотности γ_1 самого материала и равна $\gamma = \beta \gamma_1$. Здесь β – коэффициент заполнения объема технологической нагрузки (для тетраэдрической укладки шаров $\beta = 0,74$).

Приращение усилия N на участке dz будет

$$dN = \left(\frac{3}{2} \lambda EF \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^{1/2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + \frac{3}{2} \lambda \xi EF \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^{1/2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \text{sign} \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} + \gamma F g \right) dz.$$

Приравнявая силы инерции сумме всех внешних сил будем иметь

$$\gamma \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \frac{3}{2} \lambda E \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^{1/2} \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \left(1 + \xi \text{sign} \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} \right) + \gamma g = 0. \tag{1}$$

Решение уравнения в представленном виде вызывает большие трудности в первую очередь из-за своей нелинейности. И это только на этапе движения технологической нагрузки без потери контакта между шарами, т.е. в так называемой «квазилинейной области». В полной постановке наряду с этапом совместного движения технологической нагрузки с рабочим органом существует этап движения с потерей контакта шаров между собой и с дном помольной камеры. Такое двухэтапное движение дополнительно вносит нелинейность в постановку задачи. Наличие большого количества нелинейностей делает решение задачи громоздкой с трудно обозримыми результатами, поэтому целесообразно применить поэтапную линеаризацию.

Наиболее приемлемыми для этих целей следует признать метод прямой линеаризации и метод минимизации момента квадратичного отклонения. Эти методы дают хорошую сходимость для гладких, равномерно изменяющихся функций [4], к которым следует

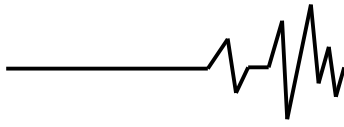
отнести гармонические и гиперболические, т.е. те функции, которые в основном и являются решениями задач, описывающих установившееся движение колебательных систем.

При использовании метода минимизации момента квадратичного отклонения необходимо потребовать минимума интеграла квадрата произведения отклонения линеаризованной величины функции от ее фактической величины, на координату. Т.е. при линеаризации, например, упругой составляющей силы контактного взаимодействия шаров, вместо функции

$\lambda \frac{EF}{h^{3/2}} x^{3/2}$ принимается функция $c^* x$ и для определения c^* необходимо потребовать минимум интеграла

$$J = \int_0^a \left(\lambda \frac{EF}{h^{3/2}} x^{3/2} - c^* x \right)^2 x^2 dx,$$

т.е. принять



$$\frac{\partial J}{\partial c^*} = 0.$$

Тогда выражение для линеаризованной жесткости будет иметь вид

$$c^* = \frac{20}{11} \lambda \frac{EF}{h^{3/2}} \sqrt{a} \quad (2)$$

где a – предельная величина изменения деформации x слоя материала.

Принимая чисто упругую составляющую усилия N в линеаризованном виде как

$$E^* F \frac{\partial u}{\partial z} \text{ и сделав преобразования}$$

зависимости (2), выражение для линеаризованного модуля упругости получим в виде

$$E^* = \frac{20}{11} \lambda E \sqrt{\varepsilon_0}, \quad (3)$$

где ε_0 – предельная величина относительной деформации технологической нагрузки (считаем не зависящей от времени и координаты положения слоя).

Для реально применяющихся в мельницах и грохотах высотах слоя технологической нагрузки и частотах вынужденных колебаний изменение ε_0 в зависимости от z является величиной достаточно малой, которую следует учитывать только в улучшенном первом приближении решения задачи. В принципе, можно считать величину ε_0 линеаризованной в зависимости от амплитудного значения относительной деформации в функции положения слоя z . Величину ε_0 можно определить этим же методом после нахождения функциональной зависимости $\varepsilon_0(z)$.

С учетом (3) дифференциальное уравнение (1) примет более простой вид

$$\gamma \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - E^* \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \left(1 + \xi \operatorname{sign} \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} \right) + \gamma g = 0. \quad (4)$$

– для этапа совместного движения технологической нагрузки и рабочего органа

$$\gamma \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - E^* \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \left(1 + \xi_1 \operatorname{sign} \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} \right) - \frac{\mu_1^* E^*}{\omega} \frac{\partial^3 u}{\partial z \partial t^2} + \gamma g = 0; \quad (5)$$

– для этапа отрывного движения технологической нагрузки

$$\gamma \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \xi_2 \gamma \operatorname{sign} \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} - \frac{E^*}{\omega} \mu_2^* \frac{\partial^3 u}{\partial z^2 \partial t} + \gamma g = 0, \quad (6)$$

где ξ_1 и ξ_2 – приведенные коэффициенты сухого трения,*

μ_1^* и μ_2^* – приведенные коэффициенты вязких сопротивлений.

Для этапа отрывного движения шаровой нагрузки, контакт между слоями и частично между шарами в самом слое теряется и они находятся только под действием силы тяжести, определяемой ускорением g . Кроме того, для неидеальных систем имеет место некоторая хаотичность движения шаров в слое, вызывающего их столкновение в процессе полета, и, естественно, рассеивание части запасенной энергии. Этот процесс можно уподобить сопротивлению типа вязкого трения, поскольку естественно предположить, что с увеличением скорости движения шаров число столкновений и интенсивность каждого столкновения увеличивается пропорционально. С увеличением же разрыхленности слоя, т.е. с уменьшением относительной деформации (в отрицательной области) количество столкновений для рядового материала, не разделяющегося на элементарные слои, уменьшается. Что же касается однородного материала типа шаровой нагрузки, состоящей из одинаковых шаров, то мутаций шаров из одного элементарного слоя в другой в пределах достаточно длительного времени не наблюдается, поэтому рассеяние энергии для такого типа нагрузки можно считать не зависящим от степени ее разрыхленности.

Кроме того на этапе отрывного движения технологической нагрузки имеют место сопротивления типа сухого трения. Они вызваны тем, что при отрыве шаров и их движении относительно помольной камеры имеет место трение о стенки и значительное вращательное движение шаров, которое приводит к рассеянию энергии за счет сухого трения.

На этапе совместного движения технологической нагрузки и рабочего органа имеют место вязкие сопротивления.

Таким образом уравнение (4) разбивается на два уравнения:

Для большей наглядности и получения обзримых результатов при рассмотрении двухэтапного движения примем, что неупругие



сопротивления в системе отсутствуют, тогда уравнения (5) и (6) примут вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - p^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} + g = 0; \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + g = 0, \quad (8)$$

где $p = \sqrt{\frac{E^*}{\gamma}}$ – скорость распространения волны деформации.

Считаем, что исполнительный орган колеблется по закону $y = A \sin \omega t$ со строго заданной амплитудой A и частотой ω . С учетом сделанных ранее допущений решение уравнения (7) принимаем в виде

$$u = u_0(z) + (B \sin \chi_1 z + D \cos \chi_1 z) \sin \omega t, \quad (9)$$

$$u_1 = -\frac{gz}{2p^2}(2h-z) + A(\operatorname{tg} \chi_1 h \sin \chi_1 z + \cos \chi_1 z) \sin \omega t. \quad (10)$$

Начало второго этапа движения определится из условия равенства нулю градиента деформации нагрузки, т.е. из

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0,$$

после подстановки в которое u_1 , из выражения (10) фазный угол отрыва монослоя материала ψ_0 определится как

$$\psi_0 = \arcsin \frac{g \cos \chi_1 h}{A \omega^2 \cos \chi_1 (h-z)},$$

где $\Gamma = \frac{A \omega^2}{g}$ – коэффициент режима движения технологической нагрузки; $\psi = \omega t$.

Фазный угол встречи технологической нагрузки с поверхностью рабочего органа и частиц материала между собой определится из условия

$$u_2|_{\psi=\psi_\epsilon} = A \sin \psi_\epsilon.$$

Эта зависимость приводит к следующему трансцендентному уравнению для определения ψ_ϵ

где $\chi_1 = \frac{\omega}{p}$ – отношение частоты

вынужденных колебаний машины к скорости распространения волны деформации.

Величины $u_0(z)$, B и D в (9) определяются из граничных условий

$$u|_{z=0} = y = A \sin \omega t, \quad \frac{\partial u}{\partial z}|_{z=h} = 0,$$

$$B = A \operatorname{tg} \chi_1 h, \quad D = A, \quad u_0 = -\frac{gz}{2p^2}(2h-z).$$

С учетом (9) уравнение движения насыпного груза на первом этапе можно представить как

или, обозначив $\varphi(z) = \frac{\cos \chi_1 (h-z)}{\cos \chi_1 h}$ будем

иметь

$$\psi_0 = \arcsin \frac{g}{A \omega^2 \varphi(z)}.$$

Интегрирование уравнения (8) при следующих начальных условиях

$$u_2|_{\psi=\psi_0} = u_1|_{\psi=\psi_0}; \quad \dot{u}_2|_{\psi=\psi_0} = \dot{u}_1|_{\psi=\psi_0}$$

дает зависимость для u_2 в виде

$$u_2 = A \varphi(z) \left(-\frac{(\psi - \psi_0)^2}{2\Gamma \varphi(z)} - \cos \psi_0 (\psi - \psi_0) + \sin \psi_0 + \frac{\chi_1^2 z (2h-z)}{2\Gamma \varphi(z)} \right), \quad (11)$$

$$\begin{aligned} & (\psi_\epsilon - \psi_0)^2 - 2\Gamma \varphi(z) \cos \psi_0 (\psi_\epsilon - \psi_0) + \\ & + 2\Gamma (\sin \psi_\epsilon - \varphi(z) \sin \psi_0) - \chi_1^2 \frac{z(2h-z)}{2} = 0 \end{aligned}$$

Для иллюстрации изложенного на рис. 2 представлены графики амплитудных значений перемещения и деформации слоя материала, построенные для периода совместного и отдельного движения технологической нагрузки при различных высотах слоя материала. График построен с учетом зависимости относительной деформации ϵ_0 от положения элементарного слоя материала, т.е. величина E^* в выражении (7) принималась зависящей от z .

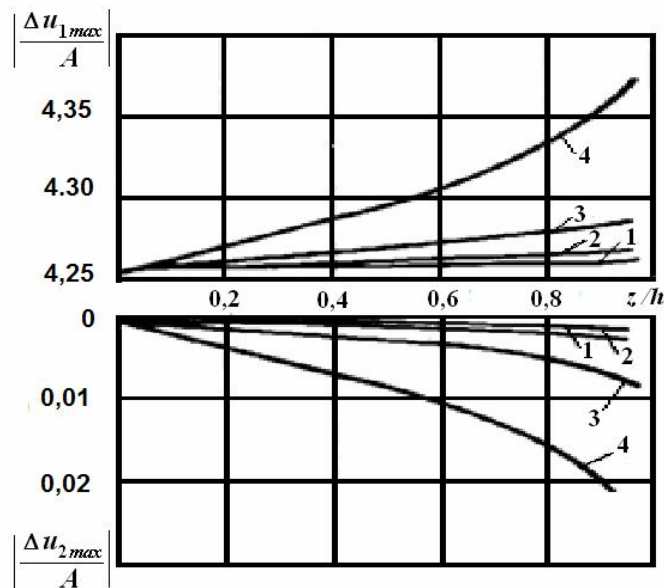
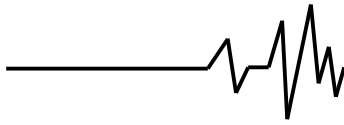


Рис. 2. Графики амплитудных значений перемещения в зависимости от положения слоя материала 1 – $h = 0,25$ м; 2 – $h = 0,5$ м; 3 – $h = 1,0$ м; 4 – $h = 1,5$ м

Как следует из этого рисунка, при сравнительно небольших высотах материала h (меньше четверти длины волны деформации в слое) с увеличением его высоты амплитуда относительного перемещения в каждом элементарном слое увеличивается, обладая определенной симметрией максимальных деформаций сжатия и разрыхления. Однако это увеличение имеет свой предел по высоте, который и является максимальным для данного режима движения исполнительного органа технологической машины.

Для проверки предложенного подхода к описанию движения большого слоя материала были проведены экспериментальные исследования на лабораторной вибростенде МВВЛ-3. Конструктивная схема лабораторного аналога вертикальной вибрационной мельницы [5] представлена на рис. 3.

Вибростенд состоит из платформы 1 с помощью системы рессор 2, установленной на стойках 3 и основании 4. Вертикальные колебания по гармоническому закону платформа 1 получает от эксцентрикового вибровозбудителя 5 через жесткий шатун 6. Скомпенсированная система рессор 2 обеспечивает строго направленные колебания платформы в вертикальной плоскости. Регулируемый эксцентриковый привод позволяет плавно изменять амплитуду колебаний платформы от нуля до 15 мм, а двигатель постоянного тока обеспечивает изменение частоты возбуждения в диапазоне 30 - 160 рад/с. На платформу стенда крепятся исполнительные органы 7 различных типов и назначения.

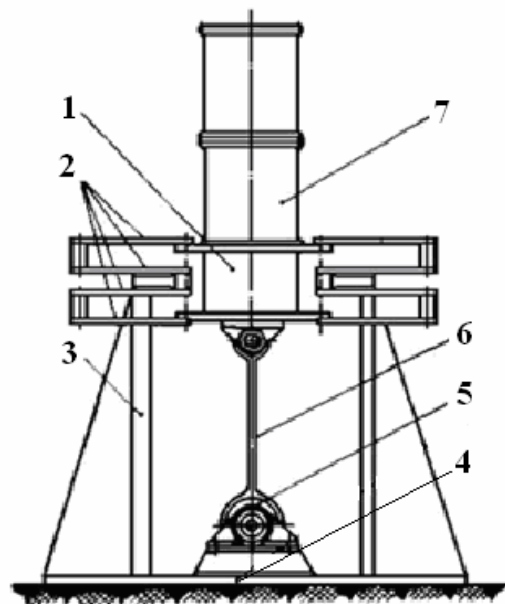
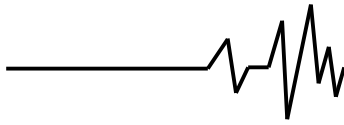


Рис. 3. Конструктивная схема МВВЛ-3

Вибрированию подвергался слой стальных шаров высотой $h = 250$ мм. Диаметр шаров составлял 40 мм, амплитуда вертикальных колебаний $A = 7$ мм и частота $\omega = 100$ с⁻¹. После достаточно длительного времени работы установки на вертикальной стенке исполнительного органа четко обозначились линии, нанесенные шарами, по которым можно судить о максимальной величине относительного движения исполнительного органа и шаров в каждой точке слоя. Поскольку относительные движения исполнительного органа и шаров на этапе



совместного движения несоизмеримо меньше, чем на этапе раздельного движения, будем рассматривать только последний.

Максимальное значение относительного движения исполнительного органа и материала на этапе раздельного движения будет в момент времени, когда

$$u_2|_{\psi=\psi_m} - y|_{\psi=\psi_m} = 0. \quad (12)$$

$$u_2|_{\psi=\psi_m} - y|_{\psi=\psi_m} = A \left(\frac{(\psi_m - \psi_o)}{2\Gamma} + \varphi(z) (\psi_m - \psi_o) \cos \psi_o + \sin \psi_m - \varphi(z) \sin \psi_o \right) - \rho^2 \frac{z(2h-z)}{2\Gamma}$$

Фазный угол, соответствующий максимальному значению относительного движения материала и исполнительного органа определится из выражения (11) для u_2 с учетом (12) как

$$\Gamma \cos \psi_m + \psi_m = \psi_o + \Gamma \varphi(z) \cos \psi_o.$$

Тогда максимальная величина относительного движения

На рис. 4 представлен график максимальных значений относительного движения материала. Как видно, относительное перемещение материала с

увеличением высоты положения слоя увеличивается. Качественно такая же картина имеет место и при проведении экспериментальных исследований.

$$(u_2|_{\psi_m} - y|_{\psi_m}) \cdot 10^3, \text{ м}$$

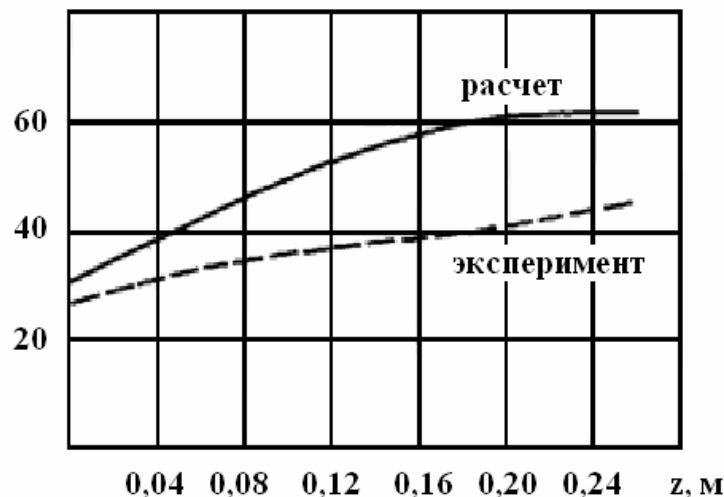
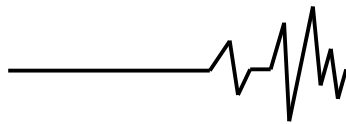


Рис. 4. Графики максимальных перемещений слоев шаров относительно стенки помольной камеры мельницы МВВЛ-3

Отличие расчетов и эксперимента можно объяснить неточностью определения эквивалентного модуля упругости материала (который при проведении расчетов принимался постоянным), а также неучетом неупругих сопротивлений внутри материала и трением шаров о стенки исполнительного органа.

Выводы. При исследовании динамики большинства вибрационных машин технологического назначения вполне допустимо представлять технологическую нагрузку в виде системы с дискретными параметрами, взаимодействующей с исполнительным органом. Данная работа

показывает, что для нормальной работы вибрационной технологической машины необходимо обеспечить высоту слоя материала на ее исполнительном органе (обеспечить частоту колебаний исполнительного органа), чтобы по высоте слоя укладывалось не более четверти длины волны его деформации. Из класса машин, подчиняющихся этому требованию, выпадают машины для вибробункеризации и вибровыпуска насыпных грузов, в которых высота слоя материала может превышать четверть длины волны деформации.

**Список использованных источников**

1. Потураев В.Н. Некоторые теоретические предпосылки к исследованию механики движения большого слоя насыпного груза под действием вибрации / В.Н. Потураев, В.П. Франчук // В сб.: «Проблемы вибрационной техники». – К.: Наукова думка, 1970. – С. 173-181.
2. Потураев В.Н. Определение динамических параметров вертикальных вибрационных мельниц с учетом технологической нагрузки / В.Н. Потураев, В.П. Франчук, П.П. Королев // В кн.: Вибрационные машины производственного назначения. – М.: МДНТП. – 1971. – Т. 2. – С. 50-63.
3. Потураев В.Н. Вибрационная техника и технологии в энергоемких производствах / В.Н. Потураев, В.П. Надутый, В.П. Франчук // Изд. НГА Украины по решению Совета ИГТМ НАН Украины. – Днепрпетровск, 2002. – 190 с.
4. Франчук В.П. Динамический расчет резонансных грохотов и конвейеров с секционированными упругими связями / В.П. Франчук // Обогащение полезных ископаемых. Респ. межвед. науч.-техн. сб. – 1967. – Вып. 2. – С. 91-100.
5. Франчук В.П. Экспериментальные исследования динамических параметров вибрационной мельницы вертикального типа./ В.П. Франчук, П.П. Королев // В кн.: Динамика и прочность горных машин. – К.: Наукова думка, 1973. – С. 233-246.

Список источников в транслитерации

1. Poturaev V.N. Nekotore teoreticheskie predposylki k issledovaniyu mehaniki dvizheniya bolshogo sloya nasypnogo gruzha pog deystviem vibratsii / V.N. Poturaev, V.P. Franchuk // V sb.: «Problemy vibratsionnoy tehniki». – K.: Naukova dumka, 1970. – S. 173-181.
2. Poturaev V.N. Opredelenie dinamicheskikh parametrov vertikalnykh vibratsionnykh melnits s uchetom tehnologicheskoy nagruzki / V.N. Poturaev, V.P. Franchuk, P.P. Korolev // V kn.: Vibratsionnye mashiny proizvodstvennogo naznacheniya. – M.: MDNTP. – 1971. – T. 2. – S. 50-63.
3. Poturaev V.N. Vibratsionnaya tehnika i tehnologii v energoemkikh proizvodstvakh / V.N. Poturaev, V.P. Nadutyi, V.P. Franchuk // Izd. NGA Ukrainy po resheniu Soveta IGTM NAN Ukrainy. – Dnepropetrovsk, 2002. – 190 s.
4. Franchuk V.P. Dinamicheskiy raschet rezonansnykh grohotov i konveerov s

seksionirovanimi uprugimi svyaziami / V.P. Franchuk // Obogascheniye poleznykh iskopaemih. Rosp. mezhved. nauch.-tehn. sb. – 1967. – Вып. 2. – С. 91-100.

5. Franchuk V.P. Eksperimentalnye issledovaniya dinamicheskikh parametrov vibratsionnykh melnitsy vertikalnogo tipa / V.P. Franchuk, P.P. Korolev // V kn.: Dinamika i prochnost gornih machin. – K.: Naukova dumka, 1973. – S. 233-246.

**УРАХУВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНОГО
НАВАНТАЖЕННЯ ВЕРТИКАЛЬНОГО
ВІБРАЦІЙНОГО МЛИНА**

Анотація. Розглядаються вертикальні вібраційні млини, для яких маса помольної камери одного порядку з масою технологічного навантаження – молотильної тіла і подрібнюваний матеріалу. Технологічна навантаження приводиться до системи з розподіленими параметрами. Складені рівняння руху технологічного навантаження на етапах спільного руху з робочим органом та відривного від робочого органу. Для спрощення рівнянь застосовується поетапна лінеаризація, а непружний опір вважається рівним нулю. Наводиться рішення рівнянь і графік з розрахунковими даними. Визначено раціональне значення висоти шару технологічного навантаження. Дано порівняння з експериментом.

Ключові слова: вібромлин, вертикальні коливання, технологічне навантаження, рівняння руху, розрахунок, експеримент.

**THE RECORD OF TECHNOLOGICAL LOAD OF
VERTICAL VIBRATION MILL**

Annotation. There are being considered vertical vibratory mills, for which the mass of the grinding chamber commensurate with the mass of technological load – grinding bodies and the ground material. Technological load adduced to a system with apportioned parameters. There have been composed equations of technological load movement on cooperative motion with a working body and detached motion stages. To simplify the equations used stepwise linearization, and inelastic resistances are considered to be zero. A solution of equations and a graph with the calculated data are adduced. Rational value of height of technological load layer is defined. The comparison with experiment is being given.

Key words: vibratory mill, heave oscillation, technological load, motion equations, calculation, experiment.