

В. О. Нестеров\*, О. І. Давидовська, В. Ю. Денисов

*Інститут ядерних досліджень НАН України, Київ, Україна*

\*Відповідальний автор: v.nest.v@gmail.com

**РОЗРАХУНКИ ПЕРЕРІЗІВ ПІДБАР'ЄРНОГО ЗЛИТТЯ ТА ПРУЖНОГО РОЗСІЯННЯ  
ВАЖКИХ ІОНІВ ЗА ДОПОМОГОЮ МОДИФІКОВАНОГО ПІДХОДУ  
ТОМАСА - ФЕРМІ ІЗ СИЛАМИ СКІРМА**

Ядерно-ядерні потенціали для реакцій  $^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$  та  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$  розраховано в рамках модифікованого методу Томаса - Фермі з використанням функціоналу густини енергії Скірма. На основі отриманих потенціалів одержано перерізи підбар'єрного злиття та пружного розсіяння, що добре узгоджуються з експериментальними даними.

*Ключові слова:* ядерно-ядерний потенціал взаємодії, модифікований метод Томаса - Фермі, переріз підбар'єрного злиття, пружне розсіяння.

**1. Вступ**

Для розрахунку характеристик ядерних реакцій потрібно знати потенціальну енергію взаємодії між ядрами [1 - 3]. Величина та радіальна залежність потенціалу ядерно-ядерної взаємодії на малих відстанях між ними є принциповими для опису перерізів ядерних реакцій.

Енергія взаємодії ядер складається з кулонівської та ядерної частин [1 - 3]. Кулонівська частина взаємодії, що діє між протонами в ядрах, відома досить добре, на той час як ядерна її частина вивчена значно менше. Унаслідок цього на даний момент запропоновано достатньо велику кількість різноманітних моделей ядерно-ядерної взаємодії [1 - 9], що призводять до різних висот бар'єра злиття ядер [8 - 13]. Значення бар'єра залежить від співвідношення кулонівського відштовхування та ядерного притягання, що накладаються одне на одне за малих відстаней між поверхнями ядер, що взаємодіють.

Характер протікання реакції залежить від співвідношення енергії зіткнення та величини кулонівського бар'єра. У міру зростання енергії реакції збільшується число можливих каналів та змінюються домінуючі канали. У теорії ядерних реакцій прийнято класифікувати ядерні реакції, саме використовуючи співвідношення енергії зіткнення й висоти бар'єра. Тому ми говоримо, наприклад, про підбар'єрні або колобар'єрні порогові реакції та ін. У рамках різних моделей [1 - 10] величина потенціалу ядерно-ядерної взаємодії може суттєво відрізнятись, тому ті самі реакції можуть мати різні механізми протікання, особливо це актуально при описі синтезу надважких ядер [10 - 19]. Таким чином, одержання інформації про потенціал ядерно-ядерної взаємодії та висоту бар'єра є дуже актуальним питанням.

Для визначення потенціалу ядерно-ядерної взаємодії бажано застосовувати найбільш точні методи, розроблені для детального опису різних характеристик основного і збуджених станів ядер [20 - 31]. У даній роботі для визначення потенціалу взаємодії ядер ми будемо використовувати напівмікроскопічний підхід. У рамках цього підходу розподіли нуклонної густини в ядрах, що взаємодіють, визначаються в наближенні Хартрі - Фока - БКШ з силами Скірма, а потенціальна енергія взаємодії ядер знаходиться в модифікованому наближенні Томаса - Фермі із силами Скірма. Для сил Скірма в обох випадках ми використовували параметризацію  $SkM^*$  [29]. Відзначимо, що модифіковане наближення Томаса - Фермі та теорія Хартрі - Фока - БКШ із силами Скірма добре описують енергії зв'язку ядер, розподіли нуклонної густини, середньоквадратичні радіуси і багато інших характеристик основних та збуджених станів ядер [20 - 29, 31].

Реакції підбар'єрного злиття [1 - 3, 32 - 42] дуже важливі для визначення потенціалу ядерно-ядерної взаємодії, тому що ці реакції пов'язані з величиною та поведінкою потенціалу за невеликих відстаней між ядрами. Наразі запропоновано досить велику кількість різних моделей для опису підбар'єрного злиття [1 - 3, 32 - 42]. Для обчислення перерізів підбар'єрного злиття будемо використовувати програму CCFULL [34], за допомогою якої можна врахувати зв'язок з каналами низькорозташованих мультипольних вібраційних поверхневих збуджень в обох ядрах. При цьому ядерна частина потенціалу ядерно-ядерної взаємодії параметризується за допомогою потенціалу Вудса - Саксона [18]. У програмі також враховуються нелінійні ефекти зв'язку з багатифонними мультипольними збудженнями поверхні. Параметри збуджень  $2^+$  і  $3^-$ , що необхідні для розрахунку перерізу за допомогою програми CCFULL, було взято з відповідних компіляцій експериментальних даних [43, 44].

Також, використовуючи отримані потенціали ядерно-ядерної взаємодії, одержимо перерізи пружного розсіяння для систем  $^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$  та  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ . Розрахунки будемо проводити в рамках оптичної моделі. При цьому до одержаного ядерного потенціалу додаємо уявну частину у вигляді, загально прийнятим при розгляді ядерних зіткнень [1, 45 - 47].

## 2. Метод дослідження

Методом, що був використаний у даній роботі для дослідження властивостей основних станів атомних ядер і ядерних реакцій за участю їх, є модифікований підхід Томаса - Фермі [20 - 22, 25 - 27]. При цьому у квазікласичному розкладі кінетичної енергії по степенях  $\hbar$  враховуються всі можливі доданки з точністю до  $\hbar^2$ , а в якості нуклон-нуклонної взаємодії використовуються сили Скірма [29], що залежать від густини.

Потенціальну енергію взаємодії двох ядер  $V(R)$  на відстані  $R$  між ними в наближенні «заморожених густин» визначимо як різницю енергій

системи двох ядер на скінченній ( $R$ ) та нескінченній відстанях між ними [8 - 10]:

$$V(R) = E_{12}(R) - (E_1 + E_2), \quad (1)$$

Відповідні енергії ядерної системи та ядер 1 і 2 можна легко знайти, знаючи розподіли протонних  $\rho_p(r)$  та нейтронних  $\rho_n(r)$  густин в ядрах і використовуючи напівкласичний вираз для функціоналу густини енергії

$$E_{12} = \int \varepsilon[\rho_{1p}(\vec{r}) + \rho_{2p}(\vec{r}, R), \rho_{1n}(\vec{r}) + \rho_{2n}(\vec{r}, R)] d\vec{r}, \quad (2)$$

$$E_1 = \int \varepsilon[\rho_{1p}(\vec{r}), \rho_{1n}(\vec{r})] d\vec{r}, \quad (3)$$

$$E_2 = \int \varepsilon[\rho_{2p}(\vec{r}), \rho_{2n}(\vec{r})] d\vec{r}. \quad (4)$$

Вираз густини енергії за використання залежних від густини сил Скірма добре відомий [21, 22, 29]:

$$\begin{aligned} \varepsilon = \varepsilon_{kin} + \varepsilon_{pot} + \varepsilon_{coul} = & \frac{\hbar^2}{2m} \tau + \frac{1}{2} t_0 \left[ \left( 1 + \frac{1}{2} x_0 \right) \rho^2 - \left( x_0 + \frac{1}{2} \right) (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] + \\ & + \frac{1}{12} t_3 \rho^\alpha \left[ \left( 1 + \frac{1}{2} x_3 \right) \rho^2 - \left( x_3 + \frac{1}{2} \right) (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] + \\ & + \frac{1}{4} \left[ t_1 \left( 1 + \frac{1}{2} x_1 \right) + t_2 \left( 1 + \frac{1}{2} x_2 \right) \right] \tau \rho + \frac{1}{4} \left[ t_2 \left( x_2 + \frac{1}{2} \right) - t_1 \left( x_1 + \frac{1}{2} \right) \right] \times \\ & \times (\tau_n \rho_n + \tau_p \rho_p) + \frac{1}{16} \left[ 3 t_1 \left( 1 + \frac{1}{2} x_1 \right) - t_2 \left( 1 + \frac{1}{2} x_2 \right) \right] (\vec{\nabla} \rho)^2 - \\ & - \frac{1}{16} \left[ 3 t_1 \left( x_1 + \frac{1}{2} \right) + t_2 \left( x_2 + \frac{1}{2} \right) \right] \left( (\vec{\nabla} \rho_n)^2 + (\vec{\nabla} \rho_p)^2 \right) + \\ & + \frac{1}{2} W_0 \left[ \vec{J} \vec{\nabla} \rho + \vec{J}_n \vec{\nabla} \rho_n + \vec{J}_p \vec{\nabla} \rho_p \right] + \varepsilon_{coul}. \end{aligned} \quad (5)$$

Через  $\varepsilon_{kin}$  ми позначили густину кінетичної енергії,  $\varepsilon_{pot}$  - потенціальної, а  $\varepsilon_{coul}$  є густиною кулонівської енергії,  $\rho = \rho_p + \rho_n$ ,  $J = J_p + J_n$ . Величини  $t_0, t_1, t_2, t_3, x_0, x_1, x_2, x_3, \alpha, W_0$  є параметрами взаємодії Скірма, які залежать від вибору параметризації цих сил:  $m$  - маса нуклона,  $W_0$  - константа спин-орбітальної взаємодії,  $J_{p(n)}$  - густина току протонів (нейтронів).

Густина кінетичної енергії з точністю до членів другого порядку по  $\hbar$  має вигляд  $\tau = \tau_{TF} + \tau_2$ , де у свою чергу  $\tau = \tau_p + \tau_n$  - сума густин кінетичних енергій протонів і нейтронів [21, 22]. Тут

$$\tau_{TF, n(p)} = k \rho_{n(p)}^{5/3} \quad (6)$$

є густиною кінетичної енергії нейтронів (протонів) у наближенні Томаса - Фермі,  $k = \frac{5}{3} (3\pi^2)^{2/3}$ , а  $\tau_2$  - повний вираз для градієнтної поправки другого порядку по  $\hbar$  [21, 22]

$$\begin{aligned} \tau_{2q} = & b_1 \frac{(\vec{\nabla} \rho_q)^2}{\rho_q} + b_2 \vec{\nabla}^2 \rho_q + b_3 \frac{(\vec{\nabla} f_q \vec{\nabla} \rho_q)}{f_q} + \\ & + b_4 \rho_q \frac{\vec{\nabla}^2 f_q}{f_q} + b_5 \rho_q \left( \frac{\vec{\nabla} f_q}{f_q} \right)^2 + b_6 h_m^2 \rho_q \left( \frac{\vec{W}_q}{f_q} \right)^2, \end{aligned} \quad (7)$$

в якій  $b_1 = 1/36$ ,  $b_2 = 1/3$ ,  $b_3 = 1/6$ ,  $b_4 = 1/6$ ,

$b_5 = -1/12$  та  $b_6 = 1/2$  – числові коефіцієнти,  $h_m = \hbar^2 / 2m$ , останній доданок у формулі (7) обумовлений урахуванням спин-орбітальної взаємодії. Також уведено позначення

$$\bar{W}_q = \frac{\delta \varepsilon(r)}{\delta \bar{J}_q(r)} = \frac{W_0}{2} \bar{\nabla}(\rho + \rho_q),$$

величина  $f_q$  виражається через параметри сил Скірма

$$f_q = 1 + \frac{2m}{\hbar^2} \left[ \frac{1}{4} \left[ t_1 \left( 1 + \frac{1}{2} x_1 \right) + t_2 \left( 1 + \frac{1}{2} x_2 \right) \right] \rho + \frac{1}{4} \left[ t_2 \left( x_2 + \frac{1}{2} \right) - t_1 \left( x_1 + \frac{1}{2} \right) \right] \rho_q \right].$$

Внесок доданка Томаса - Фермі є домінуючим, особливо в об'ємі ядра, але на поверхні ядра градієнтні поправки починають відігравати суттєву роль.

Густина потенціальної енергії за використання сил Скірма має такий вигляд [20, 21, 25 - 29]:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{pot} = & \frac{1}{2} t_0 \left[ \left( 1 + \frac{1}{2} x_0 \right) \rho^2 - \left( x_0 + \frac{1}{2} \right) (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] + \\ & + \frac{1}{12} t_3 \rho^a \left[ \left( 1 + \frac{1}{2} x_3 \right) \rho^2 - \left( x_3 + \frac{1}{2} \right) (\rho_n^2 + \rho_p^2) \right] + \\ & + \frac{1}{4} \left[ t_1 \left( 1 + \frac{1}{2} x_1 \right) + t_2 \left( 1 + \frac{1}{2} x_2 \right) \right] \tau \rho + \frac{1}{4} \left[ t_2 \left( x_2 + \frac{1}{2} \right) - t_1 \left( x_1 + \frac{1}{2} \right) \right] \times \\ & \times (\tau_n \rho_n + \tau_p \rho_p) + \frac{1}{16} \left[ 3 t_1 \left( 1 + \frac{1}{2} x_1 \right) - t_2 \left( 1 + \frac{1}{2} x_2 \right) \right] (\bar{\nabla} \rho)^2 - \\ & - \frac{1}{16} \left[ 3 t_1 \left( x_1 + \frac{1}{2} \right) + t_2 \left( x_2 + \frac{1}{2} \right) \right] \left( (\bar{\nabla} \rho_n)^2 + (\bar{\nabla} \rho_p)^2 \right) + \\ & + \frac{1}{2} W_0 \left[ \bar{J} \bar{\nabla} \rho + \bar{J}_n \bar{\nabla} \rho_n + \bar{J}_p \bar{\nabla} \rho_p \right]. \end{aligned} \tag{8}$$

Ядерно-ядерний потенціал на скінченних відстанях між поверхнями ядер обумовлений взаємодією нуклонів в області перекриття «хвостів» розподілів густини нуклонів. Тому врахування градієнтних членів у густині кінетичної енергії (7) є дуже важливим для адекватного обчислення потенціалу ядерно-ядерної взаємодії, так само важливою є і поведінка нуклонних густин у дифузній області.

Саме тому в даній роботі будемо використовувати густини, отримані у квантово-механічному наближенні Хартрі - Фока - БКШ, поведінка яких у дифузній області цілком реалістична та непогано збігається з наявними експериментальними даними. При розрахунках враховувалися парні кореляції нуклонів, хоча на самі густини їх урахування не справляє помітного впливу, особливо для ядер уздовж лінії стабільності [27].

### 3. Обговорення результатів

На рис. 1 і 2 показано розподіли нейтронних та протонних густин, розраховані в наближенні Хартрі - Фока - БКШ із силами Скірма SkM\*

[29]. Ми будемо використовувати їх у подальшій роботі. Вони добре узгоджуються з експериментальними даними поблизу краю ядра [21], хоча мають дещо менші флуктуації у внутрішньому об'ємі.

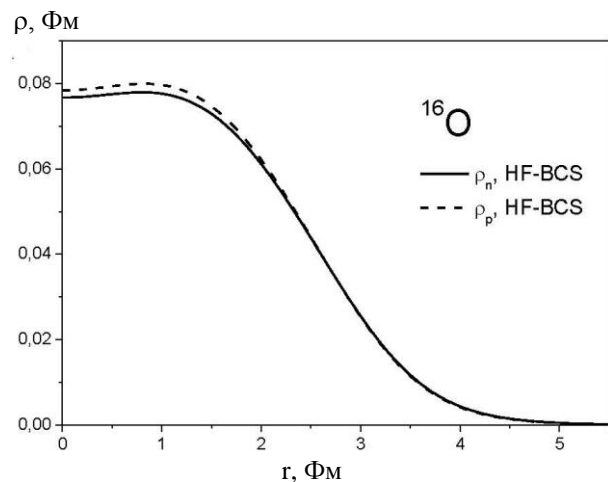


Рис. 1. Поведінка протонних ( $\rho_p$ ) та нейтронних ( $\rho_n$ ) густин для ядра  $^{16}\text{O}$ , одержаних у рамках наближення Хартрі - Фока - БКШ із силами Скірма (HF - BCS).

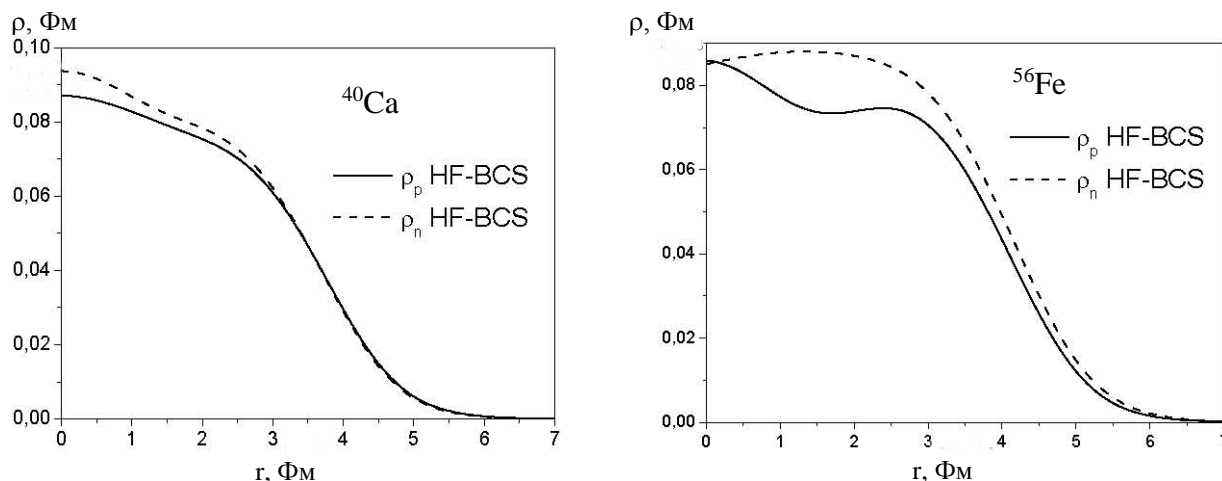


Рис. 2. Протонні ( $\rho_p$ ) та нейтронні ( $\rho_n$ ) густини ядер  $^{40}\text{Ca}$  та  $^{56}\text{Fe}$ , одержані в рамках наближення Хартрі - Фока - БКШ із силами Скірма (HF - BCS).

На рис. 3 представлено потенціали ядерно-ядерної взаємодії для систем  $^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$  та  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ , одержані в модифікованому наближенні Томаса - Фермі із силами Скірма SkM\*, див. формули (2) - (9), та з використанням нейтронних і протонних густин, отриманих у наближенні Хартрі - Фока - БКШ з тими самими силами Скірма SkM\*. На відстанях, менших суми радіусів ядер, потенціал взаємодії має кишеню. З рис. 3

можна зробити висновок, що глибина та ширина потенційної кишені зменшується в міру збільшення масового числа ядер. Зменшення глибини та ширини потенційної кишені для більш важких систем пояснюється помітним збільшенням кулонівської енергії відштовхування із зростанням кількості частинок, що беруть участь у реакції. Аналогічну закономірність ми вже спостерігали при дослідженні інших систем [42].

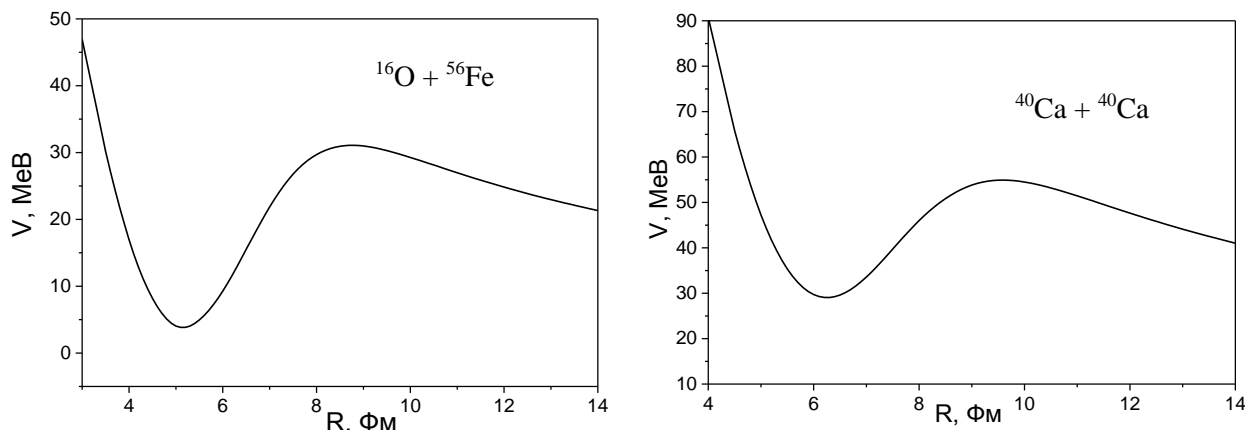


Рис. 3. Потенціали ядерно-ядерної взаємодії для систем  $^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$  та  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ , одержані в модифікованому наближенні Томаса - Фермі.

Потенціальна енергія ядерно-ядерної взаємодії різко збільшується на відстанях, менших суми радіусів поверхонь ядер, унаслідок суттєвого відштовхування. Дане відштовхування обумовлене нестисливістю ядерної матерії, а також сильним перекриттям нуклонних густин ядер. У результаті цього виникає область, в якій густина ядерної матерії перевищує звичайне значення у центрі ядер. Різке зростання потенціалу, пов'язане із сильним перекриттям нуклонних густин, призводить також до їхньої релаксації.

У нашій роботі ми використовуємо наближення заморожених густин. Час релаксації внутріш-

ніх ядерних станів унаслідок нуклон-нуклонної взаємодії можна оцінити як  $t_{relax} \approx 2 \cdot 10^{-22} / \epsilon^*$  (див. [10, 48]), де  $\epsilon^*$  – енергія збудження в ядерній системі на один нуклон, виражена в MeV. При колобар'єрних зіткненнях двох досить важких ядер  $\epsilon^*$  менше  $5/A$  MeV, де  $A$  – кількість нуклонів у системі. Отже,  $t_{relax} \approx 0,4 A \cdot 10^{-22}$  с. Тому для достатньо важких систем час релаксації близько  $10^{-20}$  с, що перевищує час прольоту області сильної взаємодії або бар'єра ядро-ядерної взаємодії. У цьому випадку розподіли нуклонних густин не встигають істотно змінитися при прольоті зони сильної взаємодії і наближення «заморожених густин» є добре обґрунтованим.

Після одержання потенціалів ядерно-ядерної взаємодії ми можемо за допомогою їх розрахувати перерізи відповідних реакцій. Як відзначалось, для обрахування перерізів злиття будемо використовувати програму CCFULL [34], за допомогою якої перерізи отримуються з урахуванням зв'язку каналів з низьколежачими  $2^+$  та  $3^-$  мультипольними вібраційними поверхневими збудженнями в обох ядрах. Відзначимо, що про-

грама CCFULL виконує розрахунок перерізів злиття ядер для потенціалів у формі потенціалу Вудса - Саксона. Тому отримані потенціали в околі точки дотику ядер нам потрібно апроксимувати за допомогою потенціалу Вудса - Саксона (рис. 4 і табл. 1)

$$V_{ws}(R) = \frac{-V_0}{1 + \exp\left[\frac{R - r_0(A_1^{1/3} + A_2^{1/3})}{d_0}\right]}, \quad (9)$$

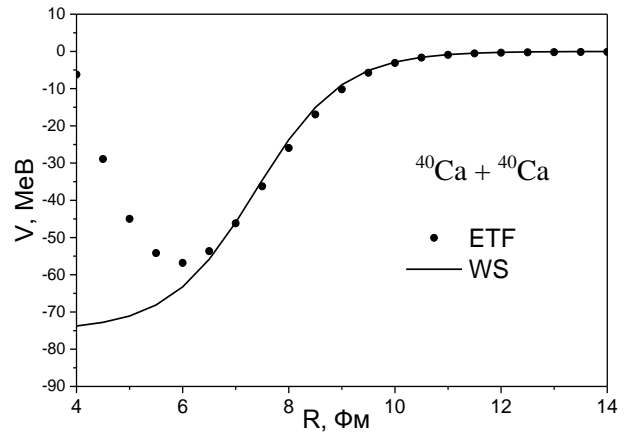
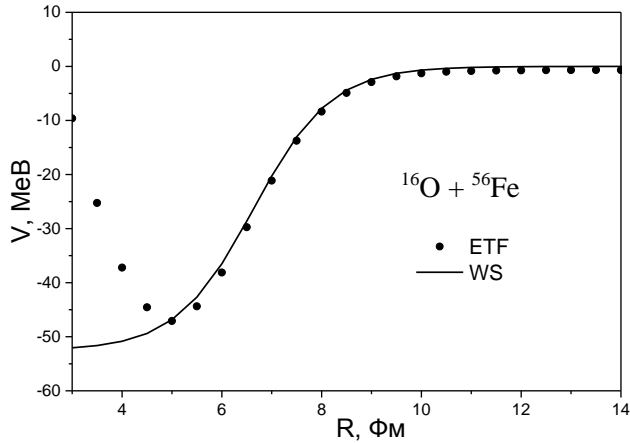


Рис. 4. Ядерна частина потенціалів взаємодії для систем  $^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$  та  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ , одержаних у модифікованому наближенні Томаса - Фермі (ETF), а також її апроксимація потенціалами Вудса - Саксона (WS).

Таблиця 1. Параметри потенціалу Вудса - Саксона (9) для апроксимації ядерної частини потенціалу взаємодії

Реакція	$V_0$ , MeB	$r_0$ , Фм	$d_0$ , Фм
$^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$	74,9181	1,06353	0,8136
$^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$	52,5319	1,04628	0,7763

поверхні в обох ядрах. Обчислені за допомогою програми CCFULL перерізи злиття наведено на рис. 5. Як бачимо, вони цілком задовільно описують наявні експериментальні дані [49, 50].

Таблиця 2. Параметри квадрупольних та октупольних деформацій низькоенергетичних вібраційних станів  $2^+$  та  $3^-$  ( $\beta_2, \beta_3$  відповідно), а також енергії збудження ( $E_x(2^+), E_x(3^-)$ ) цих станів [43, 44]

Ядро	$\beta_2$	$E_x(2^+)$ , кеВ	$\beta_3$	$E_x(3^-)$ , кеВ
$^{16}\text{O}$	0,349	6917,1	0,729	6130
$^{40}\text{Ca}$	0,127	3904,4	0,411	3737
$^{56}\text{Fe}$	0,239	846,8	0,197	4510

Параметри квадрупольних та октупольних деформацій низькоенергетичних вібраційних станів  $2^+$  та  $3^-$ , ( $\beta_2, \beta_3$  відповідно), а також енергії збудження ( $E_x(2^+), E_x(3^-)$ ) цих станів, що використовуються в програмі CCFULL, наведено в табл. 2. Відзначимо, що в цій програмі враховуються лінійні та нелінійні ефекти зв'язку з багатофононими мультипольними збудженнями

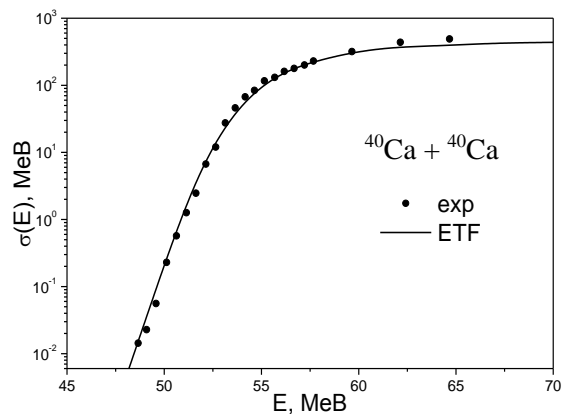
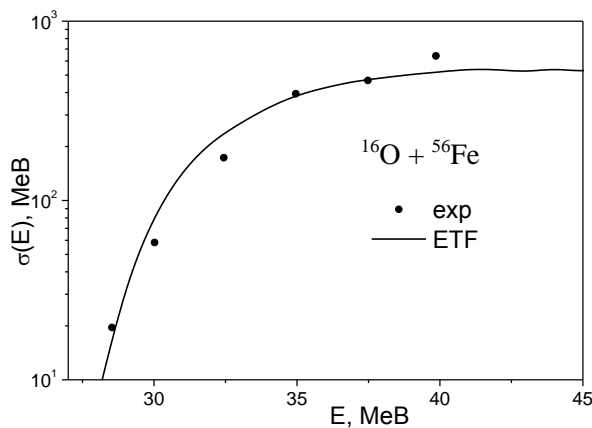


Рис. 5. Перерізи підбар'єрного злиття для систем  $^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$  та  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ , одержані на основі потенціалів ядерно-ядерної взаємодії, отриманих у модифікованому наближенні Томаса - Фермі.

Використовуючи отримані потенціали ядерної частини ядерно-ядерного потенціалу (див. табл. 1) для дійсної частини взаємодії, у рамках оптичної моделі було одержано перерізи пружного розсіювання для систем  $^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$  та  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ . Використана нами форма уявної частини ядерного потенціалу оптичної моделі складається з об'ємної та поверхневої частин і має такий вигляд:

$$W(R) = \frac{-W_w}{1 + \exp\left[ R - r_w \left( A_1^{1/3} + A_2^{1/3} \right) / d_w \right]}$$

$$- \frac{W_s \exp\left[ R - r_s \left( A_1^{1/3} + A_2^{1/3} \right) / d_s \right]}{d_s \left\{ 1 + \exp\left[ R - r_s \left( A_1^{1/3} + A_2^{1/3} \right) / d_s \right] \right\}^2}, \quad (10)$$

де  $W_w$ ,  $r_w$ ,  $d_w$ ,  $W_s$ ,  $r_s$  та  $d_s$  – сила, радіус та дифузність об'ємного ( $W$ ) та поверхневого ( $S$ ) доданків відповідно. Параметри для уявної частини ядерного потенціалу (табл. 3) було знайдено шляхом підгонки експериментальних перерізів пружного розсіювання, використовуючи потенціал Вудса - Саксона, який отримано за допомогою ядерно-ядерного потенціалу в рамках модифікованого методу Томаса - Фермі (див. табл. 1).

Таблиця 3. Параметри уявної частини ядерного потенціалу

Реакція	$W_w$ , МеВ	$r_w$ , ФМ	$d_w$ , ФМ	$W_s$ , МеВ	$r_s$ , ФМ	$d_s$ , ФМ
$^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$	29,776	1,1999	0,3782	19,999	1,1500	0,7134
$^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$	22,000	1,1021	0,6999	3,224	1,2344	0,8845

Результати розрахунків перерізів пружного розсіювання для системи  $^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$  за енергії пучка  $E_{lab} = 44$  МеВ та для системи  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$  за енергії пучка  $E_{cm} = 71,8$  МеВ представлено на рис. 6. Для порівняння на рисунку також наведено експери-

ментальні дані. Експериментальні дані для системи  $^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$  взято з роботи [51], а для системи  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$  з роботи [52]. Як видно з рисунка, знайдені нами перерізи пружного розсіювання добре узгоджуються з експериментальними даними.

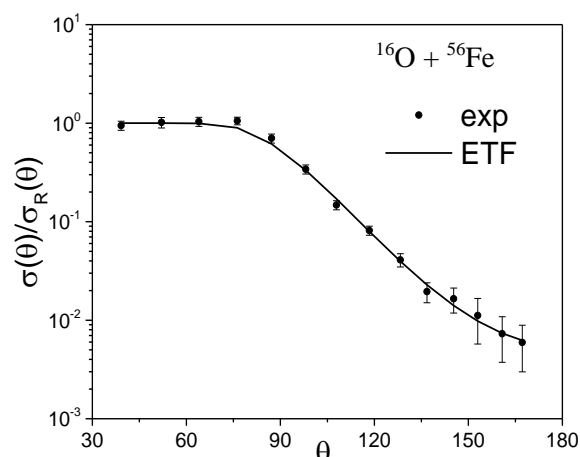
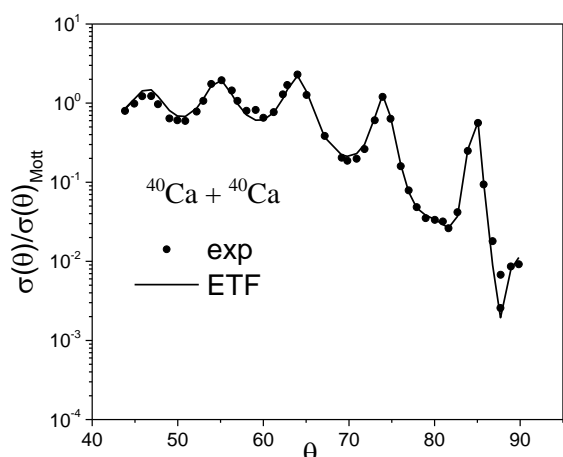


Рис. 6. Перерізи пружного розсіювання для систем  $^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$  та  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ , одержані на основі потенціалів ядерно-ядерної взаємодії, отриманих у модифікованому наближенні Томаса - Фермі.

#### 4. Висновки

Таким чином, нами було розраховано потенціали ядерно-ядерної взаємодії для систем  $^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$  та  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$  в рамках модифікованого методу Томаса - Фермі з використанням нуклонних густин, одержаних у наближенні Хартрі - Фока - БКШ. Потенціали розраховано в наближенні «заморожених густин», яке може бути застосовано при енергіях зіткнення, що лежать в околі бар'єра. Використовуване наближення дозволяє детально досліджувати властивості ядерно-ядерної взаємодії в околі точки дотику ядер.

На основі отриманих потенціалів розраховано перерізи підбар'єрного злиття для систем  $^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$  та  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ , що цілком задовільно збігаються з наявними експериментальними даними.

Проведено розрахунки перерізів пружного розсіювання для систем  $^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$  та  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$ , використовуючи потенціал Вудса - Саксона, отриманий за допомогою ядерно-ядерного потенціалу, знайденого в рамках модифікованого методу Томаса - Фермі. Показано, що знайдені перерізи також добре узгоджуються з експериментальними даними.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ / REFERENCES

1. R. Bass. *Nuclear Reactions with Heavy Ions* (Springer-Verlag, Berlin, 1980) 410 p.
2. G.R. Satchler. *Direct Nuclear Reactions* (Clarendon Press, Oxford, 1983) 833 p.
3. P. Frobrich, R. Lipperheide. *Theory of Nuclear Reactions* (Clarendon Press, Oxford, 1996) 476 p.
4. J. Blocki et al. Proximity forces. *Ann. Phys.* 105 (1977) 427.
5. W.D. Myers, W.J. Swiatecki. S-nucleus proximity potential and superheavy nuclei. *Phys. Rev. C* 62 (2000) 044610.
6. H.J. Krappe, J.R. Nix, A.J. Sierk. Unified nuclear potential for heavy-ion elastic scattering, fusion, fission, and ground-state masses and deformations. *Phys. Rev. C* 20 (1979) 992.
7. A. Winther. Dissipation, polarization and fluctuation in grazing heavy-ion collisions and the boundary to the chaotic regime. *Nucl. Phys. A* 594 (1995) 203.
8. V.Yu. Denisov. Interaction potential between heavy ions. *Phys. Lett. B* 526 (2002) 315.
9. V.Yu. Denisov. Nucleus-nucleus potential with shell-correction contribution. *Phys. Rev. C* 91 (2015) 024603.
10. V.Yu. Denisov, W. Norenberg. Entrance channel potentials in the synthesis of the heaviest nuclei. *Eur. Phys. J. A* 15 (2002) 375.
11. V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Potential of interaction between nuclei and nucleon-density distribution in nuclei. *Phys. Atom. Nucl.* 69 (2006) 1472.
12. V.Yu. Denisov. Entrance-channel potentials in synthesis of the heaviest nuclei, muon catalysis of superheavy element formation. *Acta Phys. Hung. A* 19/1-2 (2004) 121.
13. V.Yu. Denisov. Superheavy element production, nucleus-nucleus potential and  $\mu$ -catalysis. *AIP Conf. Proc.* 704 (2004) 92.
14. V.Yu. Denisov, S. Hofmann. Formation of superheavy elements in cold fusion reactions. *Phys. Rev. C* 61 (2000) 034606.
15. G.G. Adamian, N.V. Antonenko, W. Scheid. Isotopic dependence of fusion cross sections in reactions with heavy nuclei. *Nucl. Phys. A* 678 (2000) 24.
16. V.I. Zagrebaev. Synthesis of superheavy nuclei: Nucleon collectivization as a mechanism for compound nucleus formation. *Phys. Rev. C* 64 (2001) 034606.
17. Y. Abe et al. Theoretical predictions of residue cross-sections for superheavy elements. *Nucl. Phys. A* 734 (2004) 168.
18. W.J. Swiatecki, K. Siwek-Wilczynska, J. Wilczynski. Fusion by diffusion. II. Synthesis of transfermium elements in cold fusion reactions. *Phys. Rev. C* 71 (2005) 014602.
19. Y. Aritomo, M. Ohta. Trajectory analysis for fusion path in superheavy-mass region. *Nucl. Phys. A* 753 (2005) 152.
20. P. Ring, P. Schuck. *The Nuclear Many-Body Problem* (Springer-Verlag, New York 1980) 718 p.
21. M. Brack, C. Guet, H.B. Hakanson. Selfconsistent semiclassical description of average nuclear properties – a link between microscopic and macroscopic models. *Phys. Rep.* 123 (1985) 275.
22. M. Brack, R.K. Bhaduri. *Semiclassical Physics* (Addison-Wesley Publ. Co, Reading, Massachusetts 1997) 462 p.
23. В.М. Струтинский, А.Г. Магнер, В.Ю. Денисов. Распределение плотности в ядрах. *Яд. физика* 42 (1985) 1093 / V.M. Strutinskiy, A.G. Magner, V.Yu. Denisov. Density distribution in nuclei. *Yadernaya Fizika* 42 (1985) 1093 (Rus).
24. V.M. Strutinsky, A.G. Magner, V.Yu. Denisov. Density distribution in nuclei. *Z. Phys. A* 322 (1985) 149.
25. В.Ю. Денисов, В.А. Нестеров. Дослідження сферичних ядер в рамках нелокального модифікованого наближення Томаса - Фермі. *Укр. фіз. журнал* 45(10) (2000) 1164 / V.Yu. Denysov, V.A. Nesterov. Investigation of spherical nuclei in the framework of the nonlocal modified Thomas - Fermi approximation. *Ukrainian Physical Journal* 45(10) (2000) 1164 (Ukr)
26. В.Ю. Денисов. В.А. Нестеров. Энергии связи и распределения плотности атомных ядер в рамках нелокального модифицированного метода Томаса-Ферми. *Яд. физика* 65(5) (2002) 845 / V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Binding energies and density distribution of atomic nuclei in the framework of the nonlocal modified Thomas - Fermi method. *Phys. At. Nucl.* 65(5) (2002) 814.
27. J. Dobaczewski, W. Nazarewicz, P.-G. Reinhard. Pairing interaction and self-consistent densities in neutron-rich nuclei. *Nucl. Phys. A* 693 (2001) 361.
28. D. Vautherin, D.M. Brink. Hartree-Fock Calculations with Skyrme's Interaction. I. Spherical Nuclei. *Phys. Rev. C* 5 (1972) 626.
29. J. Bartel et al. Towards a better parametrisation of Skyrme-like effective forces: a critical study of the SkM force. *Nucl. Phys. A* 386 (1982) 79.
30. S.A. Fayans et al. Nuclear isotope shifts within the local energy density functional approach. *Nucl. Phys. A* 676 (2000) 49.
31. J.W. Negele. The mean-field theory of nuclear structure and dynamics. *Rev. Mod. Phys.* 54 (1982) 913.
32. M. Dasgupta et al. Measuring barriers to fusion. *Annu. Rev. Nucl. Part. Sci.* 48 (1998) 401.
33. G. Montagnoli, A.M. Stefanini. Recent experimental results in sub- and near-barrier heavy-ion fusion reactions. *Eur. Phys. J. A* 53 (2017) 169.
34. K. Hagino, N. Rowley, A.T. Kruppa. A program for coupled-channel calculations with all order couplings for heavy-ion fusion reactions. *Comput. Phys. Commun.* 123 (1999) 143.
35. V.Yu. Denisov. Subbarrier fusion of heavy ions and subbarrier few-nucleon transfers. Fusion of nuclei far from the  $\beta$ -stability line. *Phys. At. Nucl.* 62 (1999) 1349.
36. V.Yu. Denisov. Subbarrier heavy ion fusion enhanced by nucleon transfer. *Eur. Phys. J. A* 7 (2000) 87.
37. K. Hagino, N. Rowley, M. Dasgupta. Fusion cross sections at deep sub-barrier energies. *Phys. Rev. C* 67 (2003) 054603.

38. D.J. Hinde et al. Influence of Entrance Channel Properties on Heavy-Ion Reaction Dynamics. *Eur. Phys. J. A* 13 (2002) 149.
39. M. Dasgupta, D.J. Hinde. Importance of entrance channel dynamics on heavy element formation. *Nucl. Phys. A* 734 (2004) 148.
40. J.O. Newton et al. Systematic failure of the Woods-Saxon nuclear potential to describe both fusion and elastic scattering: Possible need for a new dynamical approach to fusion. *Phys. Rev. C* 70 (2004) 024605.
41. C.R. Morton et al. Coupled-channels analysis of the  $^{16}\text{O} + ^{208}\text{Pb}$  fusion barrier distribution. *Phys. Rev. C* 60 (1999) 044608.
42. O.I. Davydovska, V.Yu. Denisov, V.A. Nesterov. Comparison of the nucleus-nucleus potential evaluated in the double-folding and energy density approximations and the cross-sections of elastic scattering and fusion of heavy ions. *Nucl. Phys. A* 989 (2019) 214.
43. B. Pritychenko et al. Tables of E2 transition probabilities from the first  $2^+$  states in even-even nuclei. *At. Data Nucl. Data Tabl.* 107 (2016) 1.
44. T. Kibedi, R.H. Spear. Reduced electric-octupole transition probabilities,  $B(E3; 0 \rightarrow 3)$ —an update. *At. Data Nucl. Data Tabl.* 80 (2002) 35.
45. В.Ю. Денисов, В.А. Плюйко. *Проблемы физики атомного ядра и ядерных реакций* (К.: Киев. ун-т, 2013) 430 с. / V.Yu. Denisov, V.A. Pluiko. *Problems of the Physics of the Atomic Nucleus and Nuclear Reactions* (Kyiv: Kyiv University, 2013). 430 p. (Rus)
46. A. Ogloblin et al. New measurement of the refractive, elastic  $^{16}\text{O} + ^{12}\text{C}$  scattering at 132, 170, 200, 230, and 260 MeV incident energies. *Phys. Rev. C* 62 (2000) 044601.
47. Dao T. Khoa et al. Study of diffractive and refractive structure in the elastic  $^{16}\text{O} + ^{16}\text{O}$  scattering at incident energies ranging from 124 to 1120 MeV. *Nucl. Phys. A* 672 (2000) 387.
48. G.F. Bertsch. The collision integral in nuclear matter at zero temperature. *Z. Phys A* 289 (1978) 103.
49. H. Funaki, E. Arai. Anomaly in the  $^{15}\text{N}$ ,  $^{16}\text{O}$ ,  $^{19}\text{F} + ^{54,56}\text{Fe}$  fusion cross sections around the Coulomb barrier energy. *Nucl. Phys. A* 556 (1993) 307.
50. G. Montagnoli et al. Fusion of  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$  and other Ca + Ca systems near and below the barrier. *Phys. Rev. C* 85 (2012) 024607.
51. W. Obst, D.L. McShan, R.H. Davis. Elastic Scattering of  $^{16}\text{O}$  by  $^{56}\text{Fe}$ ,  $^{70,74}\text{Ge}$ , and  $^{90}\text{Zr}$ . *Phys. Rev. C* 6 (1972) 1814.
52. H. Doubré et al. Elastic scattering of  $^{40}\text{Ca}$  by  $^{40}\text{Ca}$ . *Phys. Rev. C* 15 (1977) 693.

**В. А. Нестеров\*, О. И. Давидовская, В. Ю. Денисов**

*Институт ядерных исследований НАН Украины, Киев, Украина*

\*Ответственный автор: v.nest.v@gmail.com

#### **РАСЧЕТЫ ПОПЕРЕЧНЫХ СЕЧЕНИЙ ПОДБАРЬЕРНОГО СЛИЯНИЯ И УПРУГОГО РАССЕЯНИЯ ТЯЖЕЛЫХ ИОНОВ С ПОМОЩЬЮ МОДИФИЦИРОВАННОГО ПОДХОДА ТОМАСА – ФЕРМИ С СИЛАМИ СКИРМА**

Ядерно-ядерные потенциалы для реакций  $^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$  и  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$  рассчитаны в рамках модифицированного метода Томаса - Ферми с использованием функционала плотности энергии Скирма. На основе полученных потенциалов найдены сечения подбарьерного слияния и упругого рассеяния, которые хорошо согласуются с экспериментальными данными.

*Ключевые слова:* ядерно-ядерный потенциал взаимодействия, модифицированный метод Томаса - Ферми, сечение подбарьерного слияния, упругое рассеяние.

**V. O. Nesterov\*, O. I. Davydovska, V. Yu. Denisov**

*Institute for Nuclear Research, National Academy of Sciences of Ukraine, Kyiv, Ukraine*

\*Corresponding author: v.nest.v@gmail.com

#### **CALCULATION OF THE CROSS-SECTIONS OF SUB-BARRIER FUSION AND ELASTIC SCATTERING OF HEAVY IONS USING THE MODIFIED THOMAS - FERMI APPROACH WITH THE SKYRME FORCE**

The nucleus-nucleus potentials for the  $^{16}\text{O} + ^{56}\text{Fe}$  and  $^{40}\text{Ca} + ^{40}\text{Ca}$  reactions are calculated in the framework of the modified Thomas - Fermi method with the Skyrme energy density functional. Using these potentials, the cross-sections of sub-barrier fusion and elastic scattering are obtained, which are in good agreement with the experimental data.

*Keywords:* nucleus-nucleus interaction potential, modified Thomas - Fermi method, sub-barrier fusion cross-section, elastic scattering.

Надійшла 24.09.2019

Received 24.09.2019