УДК 681.3(07)

С.В. Лєнков[1], д.т.н., **К.Ф. Боряк**[2], д.т.н., **Ю.О. Гунченко**[3], к.т.н., **В.М. Цицарєв**[1], к.т.н., **Р.Ю. Кольцов**[1]

[1]*Військовий інститут Київського національного університету імені Тараса Шевченка, м. Київ;*
[2]*Одеська державна академія технічного регулювання та якості, м. Одеса;*
[3]*Одеський національний політехнічний університет, м. Одеса.*

ОЦІНКА НАДІЙНОСТІ СКЛАДНИХ ТЕХНІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ З УРАХУВАННЯМ ЇХ ІЄРАРХІЧНОЇ КОНСТРУКТИВНОЇ СТРУКТУРИ

Запропонована математична модель та алгоритми для виявлення показників надійності складного технічного об'єктом з урахуванням його конструктивної структури. Запропонований приклад розорахунків.

***Ключові слова**: технічні об'єкти, комплектуючі елементи, структура.*

С.В. Ленков[1], д.т.н., проф., **К.Ф. Боряк**[2], д.т.н., **Ю.А. Гунченко**[3], к.т.н., **В.Н. Цыцарев**[1], к.т.н., доц., **Р.Ю. Кольцов**[1]

ОЦЕНКИ НАДЕЖНОСТИ СЛОЖНЫХ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ С УЧЕТОМ ИХ ИЕРАРХИЧЕСКОЙ КОНСТРУКТИВНОЙ СТРУКТУРЫ

Предложены математическая модель и алгоритмы для определения показателей надежности сложного технического объекта с учетом его конструктивной структуры. Приведен пример расчетов.

***Ключевые слова**: технические объекты, комплектующие элементы, структура.*

S. Lenkov[1] ScD, **K. Boriak**[2], ScD, **Y. Gunchenko**[3], PhD, **V. Cicarev**[1] PhD, **R. Koltsov**[1]

ASSESSMENT OF THE RELIABILITY OF COMPLEX TECHNICAL OBJECTS THEIR HIERARCHICAL DESIGN STRUCTURE

The mathematical model and algorithm for determination of reliability of difficult indexes technical objects given his structural structure. An example of calculations is made.

***Keywords:** technical objects hardware elements, structure.*

Вступление

Одной из характерных черт сложных технических объектов является их иерархическая конструктивная структура. От того, насколько продуманной (оптимальной) является конструктивная структура объекта, существенно зависит его свойство ремонтопригодности, удобство и экономичность процесса технической эксплуатации в целом. Сложные технические объекты обычно рассчитываются на длительный срок эксплуатации, в течение которого проявляются деградационные процессы износа и старения комплектующих элементов. Вследствие этих процессов уровень безотказности объекта имеет тенденцию к снижению по мере увеличения суммарной наработки. Нетрудно показать, что уровень безотказности стареющего объекта зависит не только от факторов износа и старения комплектующих элементов, но также и от конструктивной структуры объекта. Степень этой зависимости может быть разной для различных технических объектов – от несущественной до заметной и значимо влияющей на показатели надежности и стоимости эксплуатации объекта.

В данной статье рассматриваются математическая модель и методика определения показателей надежности сложного технического объекта с учетом иерархической конструктивной структуры, анализируются механизмы влияния конструктивной структуры объекта на его свойства ремонтопригодности и безотказности.

1. Формализованное описание конструктивной и надежной структуры объекта

Конструктивную структуру сложного технического объекта будем описывать деревом

$$G = \langle E, R \rangle,$$

где E – множество всех конструктивных элементов объекта; R – отношение вложенности элементов. Конструктивными элементами объекта могут быть шкафы, блоки, агрегаты, узлы и т.п. Условимся произвольный элемент обозначать e_i^u, где u – номер конструктивного уровня (уровень вложенности) элемента, i –

порядковый номер (индекс) элемента. Номер конструктивного уровня отсчитывается от корневой вершины e^0, которая представляет объект в целом. Отношение R представляет собой множество пар вида $\left\langle e_i^u, e_j^{u-1} \right\rangle$, в которых элемент e_i^u непосредственно входит в состав элемента e_j^{u-1} ($\left\langle e_i^u, e_j^{u-1} \right\rangle \in R$).

Множество всех элементов (u+1)-го уровня, которые непосредственно входят в состав элемента e_i^u, обозначим $E(e_i^u)$. Множество $E(e_i^u)$ через отношение R можно определить как сечение по элементу e_i^u симметричного к R отношения R^{-1}. Записывается это так: $R^{-1}(e_i^u)$. Симметричное к R отношение R^{-1} представляет собой множество всех пар $\left\langle e_j^{u-1}, e_i^u \right\rangle$, полученных путем перестановки элементов e_i^u и e_j^{u-1} в соответствующих парах отношения R [1].

Элементы, в составе которых имеются другие элементы, условимся называть составными. Если состав элемента не детализируется (не определяются в его составе какие-либо другие конструктивные элементы), то такой элемент будем называть простым. Простой элемент в действительности может представлять собой достаточно сложное техническое изделие, однако в данном конкретном случае нас не интересуют его внутреннее устройство. Примерный вид дерева G показан на рис. 1.

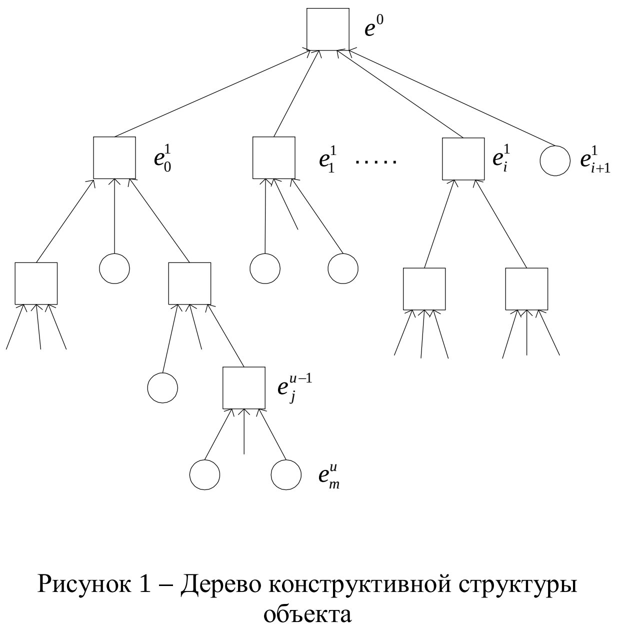

Рисунок 1 – Дерево конструктивной структуры объекта

Стрелки указывают направление вхождения элементов. Составные элементы изображены прямоугольниками, простые – кружками. На нижнем уровне конструктивной структуры должны быть представлены наименьшие элементы, разборка которых в условиях эксплуатации невозможна или нецелесообразна. Дерево G должно быть построено таким образом, чтобы в нем были представлены все потенциально съемные и заменяемые в процессе эксплуатации элементы.

Будем полагать для простоты, что объект имеет последовательную надежную структуру. Это значит, что отказ произвольного элемента $e_i^u \in E$ возникает в случае, если откажет хотя бы один из элементов $e_j^{u+1} \in E(e_i^u)$. В этом случае вероятность безотказной работы элемента e_i^u определяется как произведение

$$p(e_i^u) = \prod_{\forall e_j^{u+1} \in E(e_i^u)} p(e_j^{u+1}) . \qquad (1)$$

С учетом этого вероятность безотказной работы объекта в целом может быть определена следующей цепочкой формул:

$$p(e^0) = \prod_{e_i^1 \in E(e^0)} \prod_{e_{ij}^2 \in E(e_i^1)} p(e_{ij}^2) = \ldots = \prod_{e_m \in E_0} p(e_m) , \qquad (2)$$

где E_0 – множество всех простых элементов (элементов нижнего конструктивного уровня).

Условие (1) является условием полноты конструктивной структуры объекта, представляемой деревом G. Соблюдение этого условия обеспечивает корректность дальнейших вычислений показателей надежности объекта с учетом его иерархической конструктивной структуры.

2. Понятие множества восстанавливаемых элементов

Согласно принятому формальному описанию структуры объекта причиной его отказа всегда является отказ какого-либо из элементов нижнего конструктивного уровня (или элемента, находящегося внутри простого элемента). Восстановление работоспособности объекта производится путем замены конструктивного элемента, в составе которого находится отказавший элемент. Очевидно, что из соображений экономичности обслуживающий персонал будет стремиться производить замену элемента как можно более низкого конструктивного уровня. Однако из-за конструктивных особенностей объекта может оказаться, что проще произвести замену элемента более высокого конструктивного уровня.

Пусть для примера элемент e_i^u состоит из трех конструктивных элементов e_0^{u+1}, e_1^{u+1} и e_2^{u+1}

(рис. 2). В соответствии с принятым допущением о последовательном надежном соединении элементов отказ элемента e_i^u происходит в случае отказа одного из элементов e_0^{u+1}, e_1^{u+1} или e_2^{u+1}. На рис. 2 рядом со значком элемента указана продолжительность его замены $\tau_{зам}$.

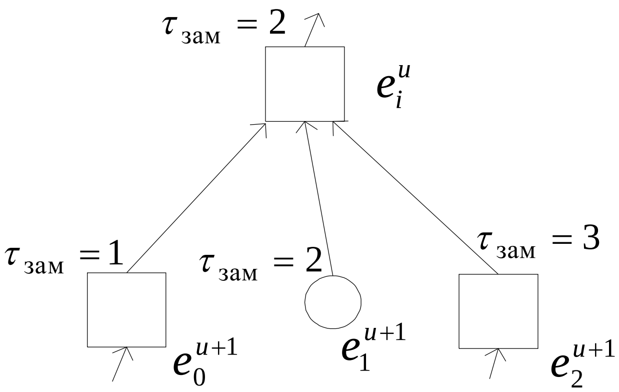

Рисунок 2 – Фрагмент дерева конструктивной структуры

Если откажет элемент e_0^{u+1} или e_1^{u+1}, то восстановление работоспособности объекта целесообразно производить путем замены соответственно элемента e_0^{u+1} или e_1^{u+1}. Если откажет элемент e_2^{u+1}, то целесообразно заменять весь элемент e_i^u. Очевидно, что так следует действовать в том случае, если критерием эффективности замен является условие минимизации времени восстановления объекта.

Введем понятие множества восстанавливаемых элементов и будем обозначать его $E_в$. В множество $E_в$ включаются все элементы, которые с наибольшей вероятностью будут заменяться при отказах объекта.

Обозначим W отношение, с помощью которого будем устанавливать соответствие между отказывающими и восстанавливаемыми элементами. Отношение W представляет собой множество пар $\langle e_i^u, e_j^m \rangle$, в которых $e_i^u \in E_0$ – отказывающий элемент, а $e_i^m \in E_в$ – элемент, который будет заменяться в случае отказа элемента e_i^u. Можно сказать, что отношением W определяется функциональное отображение $W: E_0 \to E_в$, то есть каждому элементу e_i^u соответствует один восстанавливаемый элемент e_i^m. С учетом этого для заданного отказавшего элемента e_i^u соответствующий ему восстанавливаемый элемент будем определять как $W(e_i^u)$.

Обозначим $\mathrm{P}(e_i^u)$ путь, соединяющий вершину e_i^u с корневой вершиной e^0 графа G. Путь $\mathrm{P}(e_i^u)$ можно представить последовательностью вершин $(e_i^u, e_j^{u-1}, ..., e^0)$, связанных попарно отношением вложенности R. Поскольку G – это дерево, путь $\mathrm{P}(e_i^u)$ является единственным.

С учетом введенных обозначений можно предложить следующий алгоритм формирования множества $E_в$ (рис. 3).

Рисунок 3 – Алгоритм формирования множества $E_В$

Входной информацией для алгоритма являются данные о составе и структуре объекта: E, G, E_0, данные о времени восстановления конструктивных элементов $\{\tau_в(e_i); e_i \in E\}$.

Оператором 1 создается вспомогательное множество E_0', тождественное множеству E_0, инициируются вначале пустые множества $E_в$ и W. Оператор 2 выбирает из E_0' произвольный элемент e_i. Оператором 3 строится путь $\mathrm{P}(e_i)$. Оператор 4 отыскивает среди элементов пути $\mathrm{P}(e_i)$ элемент e_k, для которого время восстановления $\tau_в(e_i)$ минимально.

Оператор 5 добавляет в множество $E_в$ элемент e_k, в множество W добавляет пару $\langle e_i, e_k \rangle$. Оператор 6 удаляет из вспомогательного множества E_0' использованный элемент e_i. Если множество E_0' не пусто, оператор 7 передает управление оператору 2 для продолжения процесса формирования множеств $E_в$ и W. Работа алгоритма завершается, когда после очередного цикла исполнения операторов 2-6 окажется, что множество E_0' пусто.

3. Определение показателей надежности методом имитационного статистического моделирования

В качестве показателей надежности объекта будем рассматривать показатель безотказности «средняя наработка на отказ» T_0 и показатель ремонтопригодности «среднее время восстановления» $T_в$ [2]. В общем случае при произвольных законах распределения наработки до отказа элементов формулы для определения этих показателей следующие:

$$T_0 = T_э \Big/ \int_0^{T_э} \Omega(t)dt, \quad T_в = \sum_{i \in I_в} \frac{T_{0i}}{T_0} \tau_{вi}, \qquad (3)$$

где $\Omega(t)$ - параметр потока отказов объекта;

$T_э$ - продолжительность эксплуатации объекта;

T_{0i} - средняя наработка на отказ i-го элемента ($e_i \in E_0$);

$\tau_{вi}$ - среднее время восстановления i-го элемента;

I_0- множество номеров (индексов) всех простых элементов ($|I_0| = |E_0|$).

По аналогии с T_0 величина T_{0i} определяется по формуле:

$$T_{0i} = T_э \Big/ \int_0^{T_э} \omega_i(t)dt, \qquad (4)$$

где $\omega_i(t)$ - параметр потока отказов i-го элемента

$$(\Omega(t) = \sum_{i \in I_в} \omega_i(t)).$$

Формулы (3, 4) справедливы в том случае, если отказывающими и восстанавливаемыми (заменяемыми при отказах) являются все простые элементы. Но мы ранее выяснили, что сложные технические объекты имеют иерархическую конструктивную структуру и в случае отказов могут заменяться элементы более высоких конструктивных уровней (восстанавливаемые элементы из множества $E_в$). В этом случае формулы (3, 4) останутся справедливыми только при экспоненциальном распределении наработки до отказа элементов. В случае же не экспоненциальных, например, стареющих распределений (а это наиболее типичная ситуация для сложных объектов) формулы (3, 4) будут не верны. К сожалению, в настоящее время отсутствуют математические модели, с помощью которых могли бы быть получены оценки T_0 и $T_в$ с учетом реальной конструктивной структуры объекта при не экспоненциальных распределениях. Поэтому предлагается для определения показателей T_0 и $T_в$ применить метод имитационного статистического моделирования [3].

На рис. 4 изображена упрощенная структурная схема алгоритма имитационной статистической модели, позволяющей получать оценки T_0 и $T_в$ с учетом конструктивной структуры объекта. Входной информацией являются все данные о составе, структуре объекта, показатели надежности всех простых элементов, и др. Для экономии места мы не детализируем эту информацию.

Оператор 1 инициализирует переменные, в которых будет накапливаться статистика, необходимая для вычисления оценок T_0 и $T_в$.

Оператор 2 инициализирует так называемый “календарь событий” – массив, в котором сохраняются запланированные моменты времени отказов всех простых элементов. Случайные значения наработки до отказа элементов генерируются с помощью программного датчика случайных чисел. Оператор 3 определяет текущее значение модельного времени t, которое определяется путем поиска в календаре событий минимального значения.

Если текущее время t не превысило заданное значение продолжительности эксплуатации $T_э$, то выполняются операторы 5-8, обрабатывающие текущее событие, связанное с временем t.

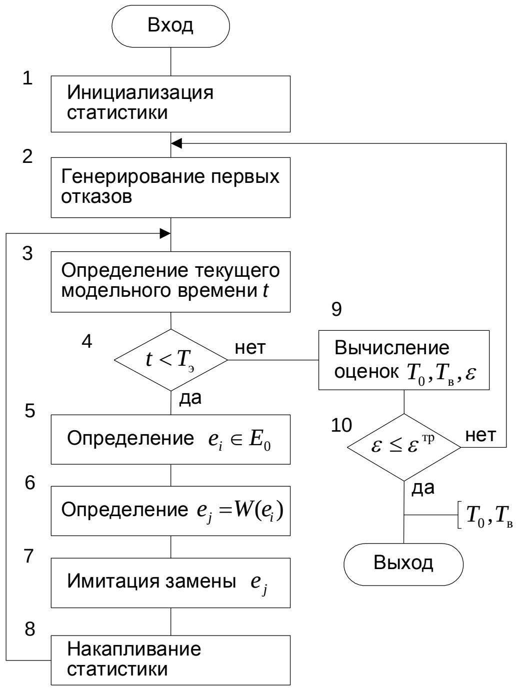

Рисунок 4 – Алгоритм имитационного статистического моделирования

Оператор 5 определяет отказавший элемент e_i. Оператор 6 определяет восстанавливаемый элемент e_j. Оператор 7 имитирует замену элемента e_j новым: заново генерируется случайная наработка элемента до отказа τ_j, определяется новое запланированное время отказа $t_j = t + \tau_j$, полученное значение t_j вместо прежнего значения записывается в календарь событий. Оператор 8 производит накапливание необходимой статистики.

Если текущее модельное время превысило продолжительность эксплуатации $T_э$, оператор 4 передает управление оператору 9, в котором по накопленной статистике вычисляются оценки T_0 и $T_в$, текущая ошибка ε. Если текущая ошибка превышает заданное требуемое значение $\varepsilon^{тр}$, оператор 10 передает управление оператору 2 и процесс моделирования продолжается описанным выше образом. Процесс моделирования завершается после того, как будет достигнута требуемая точность результатов.

Рассмотренная имитационная статистическая модель реализована программно в системе программирования Delphi. Ниже приводится пример применения модели.

4. Пример расчетов и выводы

В качестве примера для расчетов показателей T_0 и $T_в$ с учетом конструктивной структуры возьмем простой объект, состоящий из 10 одинаковых простых элементов.

Объект имеет 3-уровневую конструктивную структуру, показанную на рис. 5. Все простые элементы имеют одинаковое значение средней наработки до отказа $T_{ср\,i}$ = 10000 ч. В качестве закона распределения наработки до отказа элементов задано диффузионное немонотонное распределение (DN-распределение), являющееся наиболее универсальной моделью отказов стареющих элементов [4]. В рассматриваемом примере полагаем, что все конструктивные элементы являются потенциально съемными, однако существенно различаются временем, требующимся для их замены. Величина среднего времени замены элементов $\tau_{зам\,i}$ указана на рис. 5 рядом с соответствующим значком элемента. Система диагностирования объекта идеальная и позволяет определять состояние объекта с точностью до простого элемента.

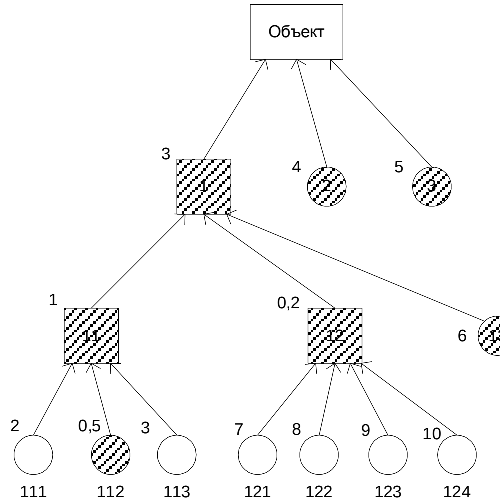

Рисунок 5 – Дерево конструктивной структуры тестового объекта

В соответствии с алгоритмом рис. 3 в рассматриваемом примере получаются следующие множества:

$E_в$ = {112, 11, 12, 13, 1, 2, 3};

W = {⟨111, 11⟩, ⟨112, 112⟩, ⟨113, 11⟩, ⟨121, 12⟩, ⟨122, 12⟩, ⟨123, 12⟩, ⟨124, 12⟩, ⟨13, 1⟩, ⟨2, 2⟩, ⟨3, 3⟩}.

Определение показателей надежности объекта T_0 и $T_в$ производилось путем применения имитационной статистической модели (рис. 4) в двух режимах моделирования:

а) отказывающими являются все простые элементы, восстановление производится путем замен восстанавливаемых элементов $E_в$;

б) отказывающими так же являются все простые элементы, восстановление производится путем замены отказавших простых элементов E_0.

Очевидно, что в режиме а – имитируется реальный (естественный) процесс, при котором восстановление производится путем замены наиболее легкосъемных элементов.

В режиме б – имитируется неестественный процесс, когда восстановление производится путем замены отказавшего элемента низкого уровня, не смотря на то, что в большинстве случаев проще (быстрее) можно заменить элемент более высокого конструктивного уровня.

В табл. 1 приведены результаты расчетов, полученные в обоих режимах при различных законах распределения наработки до отказа элементов: для DN-распределения (для двух значений коэффициента вариации ν), и экспоненциального распределения (Е-распределение). Моделирование для случая Е-распределения позволило, с одной стороны, подтвердить адекватность модели (так как только для Е-распределения может быть рассчитано точное теоретическое значение средней наработки до отказа T_0), а, с другой стороны, показать, как закон распределения наработки до отказа элементов влияет на получаемые показатели T_0 и $T_в$.

Точность результатов моделирования оценивалась относительной ошибкой ε оценки показателя T_0.

Таблица 1 – Результаты расчетов, полученные в обоих режимах при различных законах распределения наработки до отказа элементов

Показатели надежности	Заменяются восстанавливаемые элементы (режим а)			Заменяются отказывающие (простые) элементы (режим б)		
	Е-распределение	DN-распределение		Е-распределение	DN-распределение	
		$\nu = 1{,}0$	$\nu = 0{,}8$		$\nu = 1{,}0$	$\nu = 0{,}8$
T_0, ч	1000	1260	1459	996	989	1002
$T_в$, ч	1,54	1,84	2,04	5,45	5,45	5,45
ε	0,14	0,12	0,11	0,14	0,13	0,11

Полученные результаты моделирования позволяют сделать следующие выводы:

1. Фактическая конструктивная структура сложного технического объекта в общем случае существенно влияет на показатели надежности объекта T_0 и $T_в$. Механизм этого влияния заключается в том, что при восстановлении после отказов заменяются не обязательно отказывающие элементы, а элементы более высоких конструктивных уровней. Показатель T_0 при этом возрастает за счет того, что при восстановлении помимо отказавшего элемента происходит обновление также некоторой части еще исправных элементов. Среднее время восстановления $T_в$ уменьшается благодаря тому, что заменяются элементы, требующие меньшего времени на их замену.
2. Возрастание средней наработки на отказ T_0 для реальных сложных технических объектов может быть несущественным, так как относительная доля обновляемых элементов, как правило, не велика, и эффект повышения уровня безотказности за счет этого обновления существенно зависит от скорости процессов деградации (износа и старения) элементов.
3. Уменьшение среднего времени восстановления $T_в$ за счет рациональной конструктивной структуры объекта может быть весьма существенным, причем такое уменьшение практически не зависит от законов распределения наработки до отказа элементов. Поэтому фактор влияния конструктивной структуры объекта на показатель $T_в$ является основным и его обязательно необходимо учитывать при конструировании объекта.
4. Предложенные в статье модели и алгоритмы для оценки влияния иерархической конструктивной структуры объекта на показатели T_0 и $T_в$ могут использоваться при выборе и обосновании рациональной конструктивной структуры на этапе проектирования объекта.

Список использованных источников:

1. Р. Фор, А. Кофман, М. Дени-Папен. Современная математика. – М.: Изд. Мир. – 1966. – 272 с.
2. ДСТУ 2860-94. Надійність техніки. Терміни та визначення.
3. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем. – М.: Наука. – 1978. – 400 с.
4. Стрельников В.П., Федухин А.В. Оценка и прогнозирование надежности электронных элементов и систем. – К.: Логос. – 2002. – 486 с.

Рецензент: д.т.н., с.н.с. Братченко Г.Д., Одеська державна академія технічного регулювання та якості, Одеса