

УДК 439

Л. В. Коломієць<sup>1</sup>, д.т.н., О. М. Лимаренко<sup>2</sup>, к.т.н., А. С. Лимаренко<sup>1</sup>, О. М. Яцинюк<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Одеська державна академія технічного регулювання та якості, м. Одеса

<sup>2</sup>Одеський національний політехнічний університет, м. Одеса

### ОБҐРУНТУВАННЯ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ОРТОПЕДИЧНИХ КОНСТРУКЦІЙ

*В сучасних умовах одним із достовірних методів дослідження різноманітних конструкцій в медицині і в інших галузях людської життєдіяльності є метод комп'ютерного моделювання, або комп'ютерний експеримент, основу якого складають чисельні методи (метод скінченних різниць, метод граничних елементів, метод скінченних елементів та інші).*

*Реалізація того чи іншого чисельного методу залежить від поставленої задачі і застосованого програмного пакету. Чисельний аналіз дозволяє розраховувати різноманітні варіанти конструктивного виконання досліджуваного об'єкта і різноманітні комбінації навантажень.*

*Актуальність обраної теми для наукової роботи – проблеми лікування хворих з переломами кісток передпліччя визначається недостатньою досконалістю пристроїв та недосконалими методами розрахунків.*

*В роботі виконано наукове обґрунтування, проектний розрахунок конструкції фіксатора, оптимізація, розробка методики визначення характеристик міцності і жорсткості конструкції фіксатора для лікування переломів кісток.*

***Ключові слова:** чисельний метод розрахунку, метод скінченних елементів, перелом, передпліччя, лікування, комп'ютерний експеримент, конструкція.*

Л. В. Коломієць, д.т.н., А. М. Лимаренко, к.т.н., А. С. Лимаренко, Е. М. Яцинюк.

### ОБОСНОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ОРТОПЕДИЧЕСКИХ КОНСТРУКЦИЙ

*В современных условиях одним из достоверных методов исследования различных конструкций в медицине и в других областях человеческой жизнедеятельности является метод компьютерного моделирования или компьютерный эксперимент, основу которого составляют численные методы (метод конечных разностей, метод граничных элементов, метод конечных элементов и другие).*

*Реализация того или иного численного метода зависит от поставленной задачи и применяемого программного пакета. Численный анализ позволяет рассчитывать различные варианты конструктивного исполнения исследуемого объекта и различные комбинации нагрузок.*

*Актуальность выбранной темы для научной работы – проблемы лечения больных с переломами костей предплечья определяется недостаточным совершенством устройств и несовершенными методами расчетов.*

*В работе выполнено научное обоснование, проектный расчет конструкции фиксатора, оптимизация, разработка методики определения характеристик прочности и жесткости конструкции фиксатора для лечения переломов костей.*

***Ключевые слова:** численный метод расчета, метод конечных элементов, перелом, предплечье, лечение, компьютерный эксперимент, конструкция.*

L. V. Kolomiets, DSc, O. M. Lymarenko, PhD, A. S. Lymarenko, E. M. Iatsyniuk

### SUBSTANTIATION OF COMPUTER MODELING OF ORTHOPEDIC CONSTRUCTIONS

*In modern terms one of reliable methods of research of different constructions in medicine and in other areas of human vital functions there is a method of computer design or computer experiment basis of that is made by numeral methods (method of eventual differences, method of border elements, method of eventual elements et al). In the process of work with informative sources blanks are educed in data about the compar-*

*ative calculations of external constructions for treatment of breaks of forearm by numeral methods.*

*Realization of one or another numeral method depends on the set problem and applied programmatic package. A numerical analysis allows expecting different variants of structural execution of the investigated object and different combinations of loading.*

*In the process of work with informative sources blanks are educed in data about the comparative calculations of external constructions for treatment of breaks of forearm by numeral methods. In the program by means of splines there were the built characters of cuts that were placed in accordance with their position in the tomogram of bones of forearm. In the program by means of splines there were the built characters of cuts that were placed in accordance with their position in the tomogram of bones of forearm. Farther there was the created 3d-модель adequately representing geometry of the real bones of forearm.*

*The mathematical apparatus of the mechanics of a deformed solid body and the basic dependences of the theory of elasticity are used in the work.*

*The geometric and finite element models of the studied objects are made based on real designs of the devices, which allowed displaying their structural features as accurately as possible. Actuality of the chosen theme for the advanced study is problems of treatment of sick with breaks bones of forearm determined by insufficient perfection of devices and imperfect methods of calculations.*

*A scientific ground, project calculation of construction of clamp, optimization, development of methodology of determination of descriptions of durability and inflexibility of construction of clamp for treatment, is in-process executed*

**Keywords:** *numerical calculation method, finite element method, fracture, forearm, treatment, computer experiment, design.*

[DOI 10.32684/2412-5288-2019-1-14-47-58](https://doi.org/10.32684/2412-5288-2019-1-14-47-58)

## **Вступ**

Відомо, що переломи кісток передпліччя складають 5 – 15 % випадків від всіх переломів сегментів кінцівок.

При виборі методу лікування хворих з переломами багато Українських і закордонних науковців віддають перевагу методу керованого черезкісткового остеосинтезу із застосуванням різноманітних апаратів зовнішньої фіксації [1 – 6]. Цей метод відрізняється від способів погрузного остеосинтезу меншою інвазивністю, меншою травматичністю, наявністю можливості керування процесом консолідації в післяопераційному періоді, функціональністю, можливістю ранньої функціональної реабілітації [6 – 8].

Засновником методу черезкісткового остеосинтезу вважають академіка Г. А. Ілізарова. Ним сформульовані основні принципи конструювання апаратів зовнішньої фіксації, які базуються на біомеханічних, анатомних, конструктивних та інших аспектах елементів і деталей апаратів [9, 10].

Для лікування хворих з травмами сегментів кінцівок найбільше розповсюдження отримав шпигцевий апарат Г. А. Ілізарова [4, 11]. Використання цього апарату, дає ускладнення обумовлені зниженням стабільності шпигцевої фіксації, громіздкістю зовнішньої конструкції. Це послугувало причиною пошуку багатьма ученими і дослідниками в галузі травматології альтернативних компоновок апаратів (різноманітні конструкції зовнішніх опор, з'єднання вузлів).

Відмітимо, що багато альтернативних апаратів зовнішньої фіксації для остеосинтезу діафізарних переломів кісток передпліччя, як правило, потребують додаткових фінансових вкладень для їх придбання (проектування та технічні ресурси для використання), що обмежує їх розповсюдження.

## **Аналіз публікацій**

Огляд досліджень вказує, що із альтернативних апаратів для черезкісткової фіксації явними перевагами володіють стержневі апарати [5, 6, 12]. Деякі обмеження їх використання пов'язані з існуючими проблемами в методиках остеосинтезу в залежності від виду і характеру перелому кісток передпліччя.

В сучасних умовах одним із достовірних методів дослідження різноманітних конструкцій в медицині і в інших галузях людської життєдіяльності, є метод комп'ютерного моделювання, основу якого складають числові методи (метод скінченних різниць, метод граничних елементів, метод скінченних елементів та інші).

Реалізація того чи іншого чисельного методу залежить від поставленої задачі і застосованого програмного пакету.

Числовий аналіз дозволяє розраховувати різноманітні варіанти конструктивного виконання досліджуваного об'єкта і різноманітні комбінації навантажень.

В процесі роботи з інформаційними джерелами виявлено прогалини в даних про порівняльні розрахунки зовнішніх конструкцій для ліку-

вання переломів передпліччя чисельними методами.

### Опис об'єкта дослідження

Пристрій для черезкісткового остеосинтезу діафізарних переломів кісток передпліччя (рис. 1) містить зовнішню опору, виконану у вигляді замкнутої прямокутної рами із напрямними прорізами з обох її сторін, на якій розташо-

вано стержнетримачі, що кріпляться на гвинтових шпильках. Пристрій містить зовнішню опору у вигляді балки, на якій розташовані стержнетримачі, на гвинтових шпильках для фіксації гвинт-стержнів, що послідовно проводяться через проксимальні уламки кісток передпліччя для здійснення їх репозиції та стабільної фіксації.

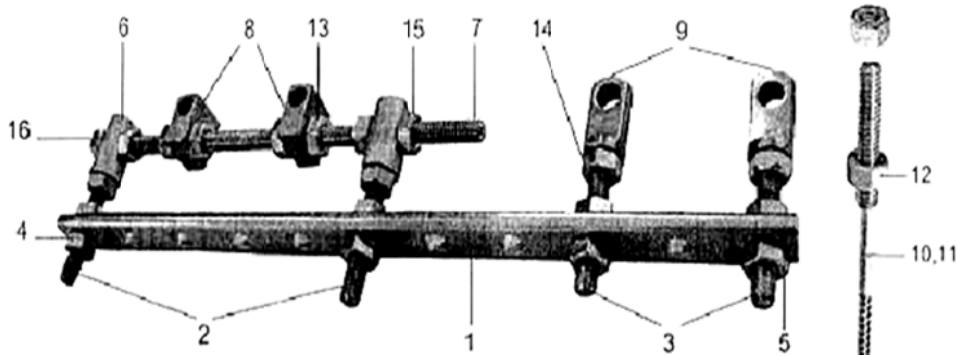


Рисунок 1 – Пристрій для черезкісткового остеосинтезу діафізарних переломів кісток передпліччя в статичному стані:

- 1 – опорна балка; 2, 3 – гвинтові шпильки; 4, 5 – гайки; 6 – втулки; 7 – шпилька;  
8, 9 – стержнетримачі з двома отворами; 10, 11 – гвинт-стержень;  
12, 13, 14, 15, 16 – з'єднуючі гайки.

В основу проектування даної конструкції поставлено задачу створення пристрою для черезкісткового остеосинтезу переломів кісток передпліччя шляхом розробки оригінальної конструкції, де, за рахунок збільшення ступенів рухливості регулюючих вузлів, можна забезпечити репозицію складних зміщень уламків.

Поставлена задача вирішується тим, що згідно з досліджуваною конструкцією, пристрій має зовнішню опору у вигляді стержня що працює на згин, на якому розташовані стержнеприймачі на гвинтових шпильках для фіксації гвинт-стержнів, що послідовно проводяться через проксимальні та дистальні уламки кісток передпліччя для здійснення їх репозицій та стабільної фіксації.

### Формування об'ємної моделі кісток передпліччя

На основі поперечних сканів кісток передпліччя дорослої людини, проведених в травматологічному відділенні міської клінічної лікарні № 11 міста Одеса за допомогою комп'ютерного томографа Asteion Super - 4 отримані дані для побудови моделей.

На першому етапі було отримано 2D (плоскі) зрізи кісток передпліччя з кроком 0,5 мм і перенесено в CAD/CAM систему Delcam (рис. 2).

В програмі за допомогою сплайнів були побудовані образи зрізів, які були розставлені у відповідності з їх положенням в томограмі кісток передпліччя (рис. 3).

Далі була створена 3D-модель, яка адекватно відображає геометрію кісток передпліччя (рис. 4).

### Теоретичне обґрунтування визначення напруженого і деформованого стану в просторових ортопедичних конструкціях.

З метою визначення жорсткості фіксації уламків кісток передпліччя апаратами для черезкісткового остеосинтезу при певному їх компонуванні і в інтервалі можливих функціональних навантажень, виявлення оптимальної компоновки апарату, визначення тактики лікування в залежності від виду перелому, нами було проведено комп'ютерне моделювання способів фіксації.

Очевидно, що за конструктивною схемою досліджувані апарати є складними механічними системами.

З точки зору механіки такі системи є просторовими конструкціями з набору товстостінних кільцевих і прямокутних пластин з отворами, класичних стержнів, гнучких стержнів (шпиць) в купі з різноманітними видами з'єднань.

У досліджуваних конструкціях (рис. 5) дискретно змінюється поперечна жорсткість конструкції, є пружні елементи і концентратори напружень, а при впровадженні в кістку, збільшується ступінь внутрішньої статичної невизначеності.

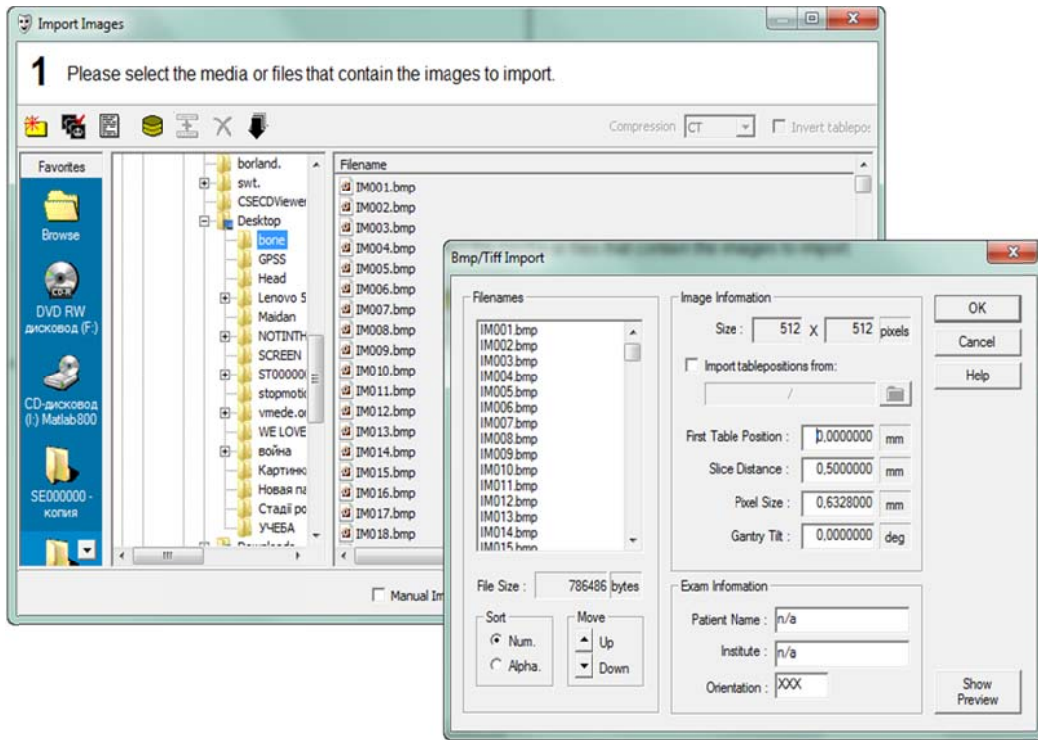


Рисунок 2 – Формування бази із сканів кісток для отримання 3D моделі

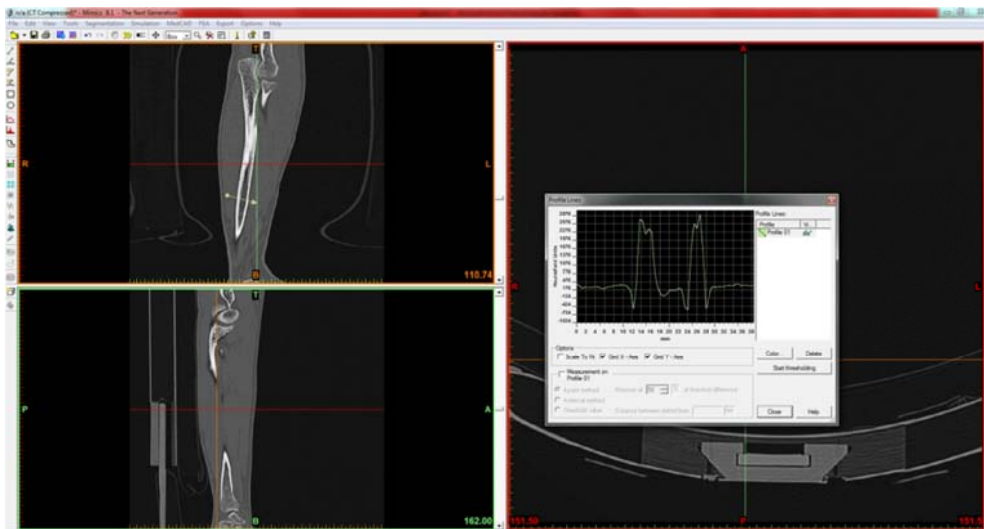


Рисунок 3 – Формування орієнтації перерізів кісток

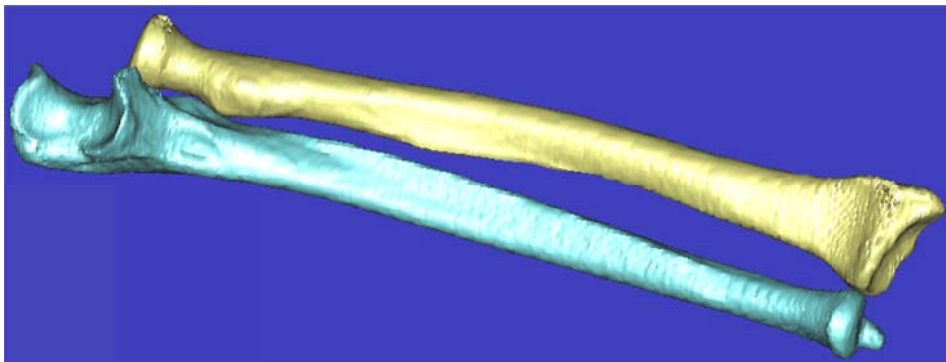
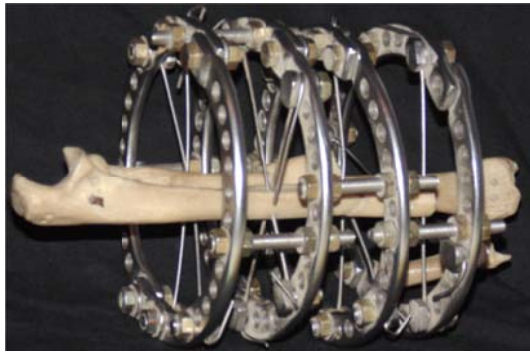
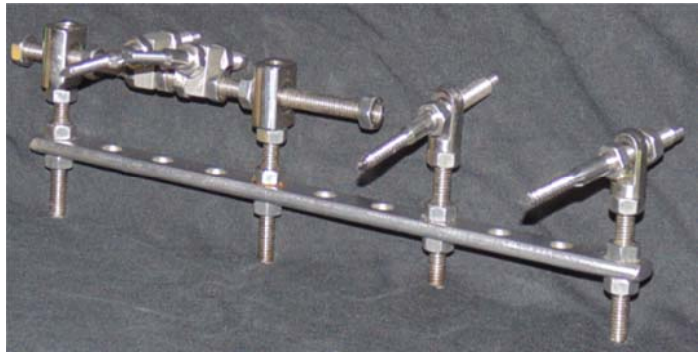


Рисунок 4 – 3D модель кісток передпліччя



а)



б)

Рисунок 5 – Загальний вигляд об'єктів дослідження: а) апарат Ілізарова; б) стержневий пристрій

Основні рівняння механіки деформованого твердого тіла для розрахунку просторових конструкцій.

В роботі використовується математичний апарат механіки деформованого твердого тіла і основні залежності теорії пружності.

Звід основних рівнянь механіки – це сукупність трьох груп рівнянь: статичних, геометричних і фізичних:

1. Рівняння статики.

У цю групу входять диференціальні рівняння рівноваги всередині тіла (рівняння Нав'є):

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} + X &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} + Y &= 0; \\ \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + Z &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

та умови на поверхні (статичні граничні умови):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x l + \tau_{xy} m + \tau_{xz} n - \bar{X} &= 0; \\ \tau_{yx} l + \sigma_y m + \tau_{yz} n - \bar{Y} &= 0; \\ \tau_{zx} l + \tau_{zy} m + \sigma_z n - \bar{Z} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

де  $X, Y, Z$  – об'ємні сили;  $\bar{X}, \bar{Y}, \bar{Z}$  – сили на поверхні.

2. Геометричні рівняння.

Це рівняння Коші, які встановлюють зв'язок між деформаціями та переміщеннями:

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{\partial U}{\partial x}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial U}{\partial y} + \frac{\partial V}{\partial x}; \\ \epsilon_y &= \frac{\partial V}{\partial y}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\partial V}{\partial z} + \frac{\partial W}{\partial y}; \\ \epsilon_z &= \frac{\partial W}{\partial z}, \quad \gamma_{zx} = \frac{\partial W}{\partial x} + \frac{\partial U}{\partial z} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

та рівняння сумісності деформацій, які часто називають тотожностями Сен-Венана:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y}; \\ \frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial x^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{xz}}{\partial x \partial z}; \\ \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_z}{\partial y^2} &= \frac{\partial^2 \gamma_{yz}}{\partial y \partial z}; \\ \frac{\partial}{\partial x} \left( \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} - \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right) &= \frac{2 \partial^2 \epsilon_x}{\partial y \partial z}; \\ \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} - \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right) &= \frac{2 \partial^2 \epsilon_y}{\partial x \partial z}; \\ \frac{\partial}{\partial z} \left( -\frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial z} + \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial y} + \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial x} \right) &= \frac{2 \partial^2 \epsilon_z}{\partial x \partial y}. \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

3. Фізичні рівняння.

Це рівняння узагальненого закону Гука в прямій формі:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu(\sigma_y + \sigma_z)], & \gamma_{xy} &= \frac{\tau_{xy}}{G}; \\ \varepsilon_y &= \frac{1}{E} [\sigma_y - \mu(\sigma_x + \sigma_z)], & \gamma_{xz} &= \frac{\tau_{xz}}{G}; \\ \varepsilon_z &= \frac{1}{E} [\sigma_z - \mu(\sigma_x + \sigma_y)], & \gamma_{yz} &= \frac{\tau_{yz}}{G}. \end{aligned} \right\} (5)$$

або у формі Ляме (зворотня форма):

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x &= 2G\varepsilon_x + \lambda\Delta, & \tau_{xy} &= G\gamma_{xy}; \\ \sigma_y &= 2G\varepsilon_y + \lambda\Delta, & \tau_{xz} &= G\gamma_{xz}; \\ \sigma_z &= 2G\varepsilon_z + \lambda\Delta, & \tau_{yz} &= G\gamma_{yz}. \end{aligned} \right\} (6)$$

де  $\Delta = \varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z$ ,  $\lambda = \frac{2\mu G}{1 - 2\mu}$ .

Рівняння (1) – (6) містять 15 невідомих – шість напружень, шість деформацій і три переміщення. Для їх визначення маємо 15 рівнянь, тобто з математичної точки зору задача може бути вирішена шляхом інтегрування цих рівнянь при задоволенні граничних умов.

Залежно від того, які величини приймаються в якості основних невідомих, розрізняють рішення в напружених, переміщеннях і змішаній формі.

Серед методів механіки в інженерній практиці та наукових дослідженнях використовувалися в основному графоаналітичні і спрощені аналітичні методи розрахунку. Розрахункова схема досліджуваного об'єкта при цьому гранично спрощувалася, як щодо конструкції елементів просторової системи, характеру їх сполучення між собою, так і з точки зору представлення зовнішніх навантажень.

Широке застосування ПЕОМ в науково-дослідних роботах зажадало перегляду існуючих методик. Якщо дотепер основна увага приділялася створенню методів розрахунку, заснованих на ряді спрощуючих передумов і способах штучного полегшення рахунку, то в даний час мова може йти тільки про розробку математичних моделей, що підлягають найбільш ефективній реалізації на ПЕОМ. Під ефективними тут розуміються такі моделі, які найбільш повно відображають реальну геометрію і поведінку конструкції, вимагають досить простого програмного забезпечення і найменших витрат машинного часу.

Найбільш зручними для вирішення завдань механіки як в медичних дослідженнях так і в інших галузях науки і техніки виявилися методи

дискретної теорії лінійних просторів: матричне числення, метод потенціалу, метод граничних елементів і, безумовно, метод скінченних елементів (МСЕ).

#### Комп'ютерне моделювання та чисельний експеримент

Початковим етапом в скінченно-елементному аналізі будь-яких конструкцій, у тому числі і ортопедичних апаратів, є побудова геометричної та скінченно-елементної моделі.

Геометрична модель відображає форму і розміри конструкції, а скінченно-елементна модель містить в собі повну інформацію про розташування вузлів і скінченних елементів, а також про взаємозв'язки між окремими вузлами і елементами.

Теоретично існує можливість проведення скінченно-елементного аналізу без використання геометричної моделі, однак у такому випадку необхідно вручну задавати координати всіх вузлів і будувати скінченні елементи моделі, що практично неможливо для складних конструкцій.

При використанні геометричної моделі цей недолік відсутній, так як в сучасних програмах скінченно-елементного аналізу є можливість автоматично отримувати скінченно-елементну сітку конструкції, що розраховується, виходячи з її геометричної моделі. Отже, такий підхід при моделюванні ортопедичних систем є переважним.

Елементи стержневої системи апаратів для лікування переломів моделюються з використанням наступних типів скінченних елементів:

- балочних і стержневих елементів;
- пластинчастих елементів;
- об'ємних елементів.

Геометрична модель повинна відповідати типу елемента, який буде використовуватися при скінченно-елементному розбитті. Якщо дискретизація конструкції здійснюватиметься балочними і стержневими елементами, то геометрична модель повинна складатися з ліній, для пластинчастих елементів – з поверхонь, для об'ємних елементів – з об'ємних тіл.

У даній роботі розглядаються моделі із стержневих і об'ємних скінченних елементів, бо вони забезпечують відповідність геометрії моделі і реальної конструкції.

Крім того, в сучасних CAD-системах геометричні моделі є основним засобом опису конструкції і використовуються в якості бази для випуску проектно-конструкторської документації.

Геометричні і скінченно-елементні моделі досліджуваних об'єктів виконані на підставі реальних конструкцій апаратів, що дозволило мак-

симально точно відобразити їх конструктивні особливості.

На рисунку 6 (а, б) представлені скінченно-елементні моделі, виконані з використанням стержневих елементів.

Апроксимація обох моделей виконана стержневим скінченням елементом BEAM188 з біб-

ліотеки елементів програми ANSYS (рис. 7). Елемент призначений для вирішення просторових задач. Властивості елемента задаються шляхом опису характеристик поперечного перерізу, властивостей матеріалу (модуля пружності і коефіцієнта Пуассона) і пружної основи.

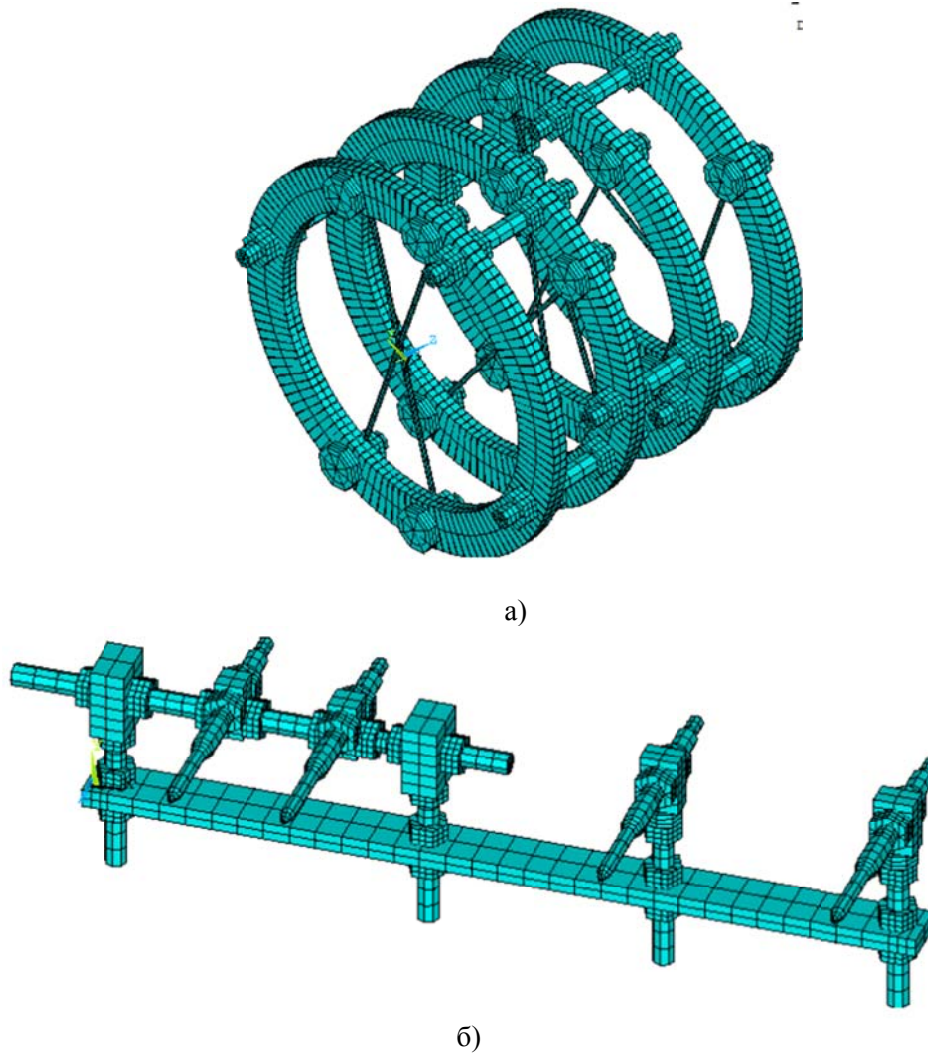


Рисунок 6 – Скінченно-елементні моделі із стержневих СЕ

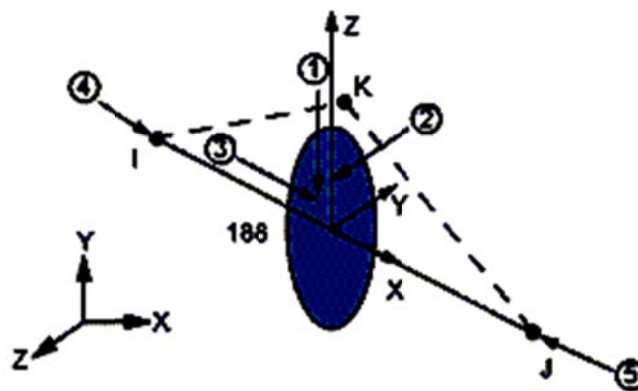


Рисунок 7 – Скінченний елемент Beam188

Цей кінцевий елемент має два вузли з шістьма ступенями вільності в кожному з них: переміщення в напрямках осей  $X, Y, Z$  вузлової системи координат і кути поворотів  $\varphi_x, \varphi_y, \varphi_z$  навколо цих осей.

Скінченно-елементні моделі апарату Ілізарова та стержневого апарату для лікування переломів містять відповідно 1485 вузів і 1698 елементів та 884 вузла і 865 елемента. Для відображення геометричних особливостей формувалися оригінальні поперечні перерізи конструктивних елементів фіксаторів і використовувалась спеціальна функція програми – Target Section (нами побудовано і записано до бази даних програми

37 поперечних перерізів).

Моделі із застосуванням об'ємних елементів представлені на рис. 8.

Скінченно-елементне розбиття моделі, виконано елементом Solid45 (рис. 9). Елемент класифікують наступним чином – об'ємний (3D) елемент, що застосовується при вирішенні задач механіки деформованого твердого тіла; визначається вісьмома вузлами, кожен з яких має три ступені вільності – лінійні зміщення у напрямках осей  $X, Y, Z$  вузлової системи координат.

Згенерована програмою кінцево-елементна модель апаратів налічує 37769 елементів – альтернативний фіксатор і 81297 – апарат Ілізарова.

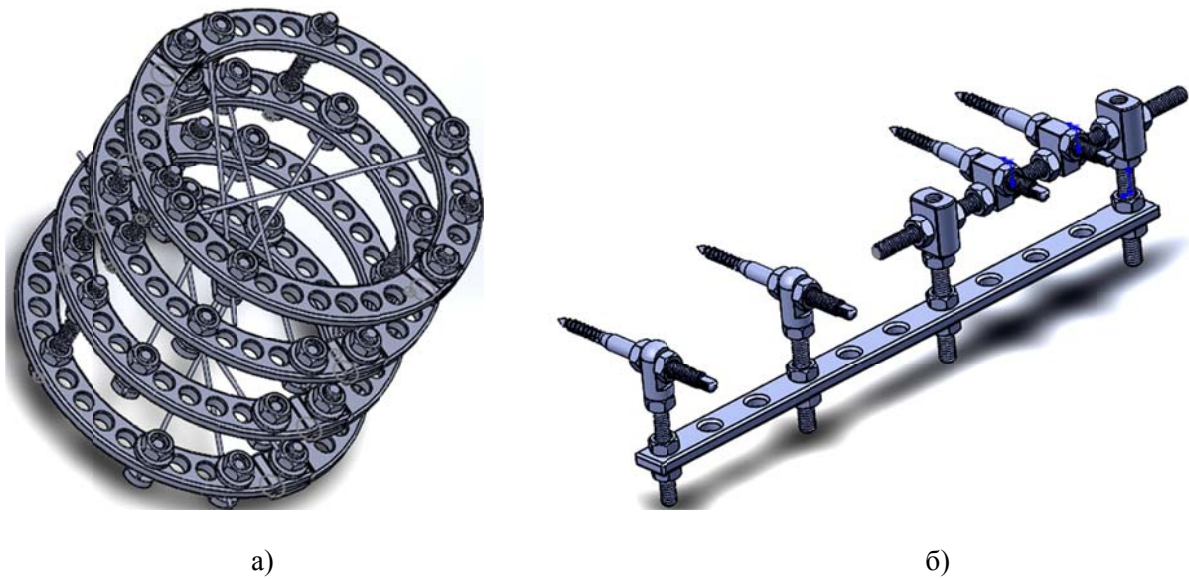


Рисунок 8 – Геометричні моделі із об'ємів



Рисунок 9 – Скінченний елемент Solid45

В якості зовнішніх навантажень і обмежень до кістки прикладалися одиничні зосереджені сили і моменти на вільний торцевий переріз (забезпечувалось просторове навантаження).

На основі аналізу реальних конструкцій можна перерахувати наступні варіанти умов закріплення кістки, урахування яких потрібно забез-

печувати в розрахунковій схемі:

- введення в кістку апарату фіксації перелому;
- з'єднання кісток між собою;
- урахування ступенів вільності;

При розгляді альтернативного апарату фіксації (рис. 10), з метою запобігання зміни прос-



торового положення кістки, в торцевому перерізі (до якого не прикладалося зовнішнє навантаження) накладаються обмеження як осьових зсувів у

напрямах осей  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , так і кутів повороту  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$ ,  $\varphi_z$  навколо цих осей.

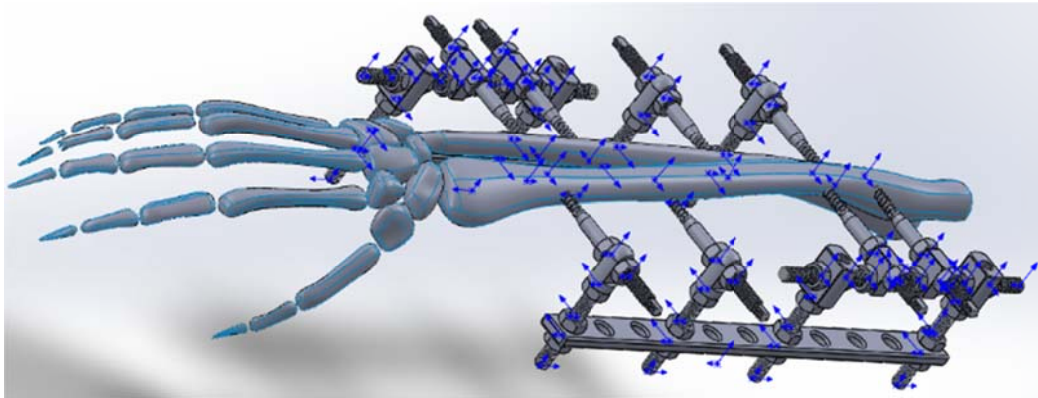


Рисунок 10 – Комп’ютерна модель стержневого апарату фіксації з кісткою (загальний вигляд)

При розгляді апарату Ілізарова у місцях з’єднання кістки і шпичі дозволялися переміщення: кутове  $\varphi_y$  (навколо осі шпичі) і осьове  $U$  (уздовж осі шпичі), так як між шпичею і кісткою відсутнє різьбове з’єднання. Тут, так само, як і у випадку з альтернативним апаратом фіксації кістки, накладається заборона осьових зсувів в напрямку осей  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$ , і кутів поворотів  $\varphi_x$ ,  $\varphi_y$ ,  $\varphi_z$  навколо цих осей на торець кістки (кістки між собою з’єднанні шарнірно).

В обох випадках умови закріплення слід вибирати так, щоб вони запобігали руху конструкції, але не впливали на деформації.

Геометричні та механічні характеристики досліджуваних апаратів визначалися за відомими залежностями механіки деформованого твердого тіла, експериментальними даними та довідниками.

Згинальна жорсткість стрижневих елементів визначалась як добуток модуля Юнга  $E$  (модуль пружності другого роду МПа) і моменту інерції поперечного перерізу елемента  $I$  (мм<sup>2</sup>).

Модуль пружності кістки людини прийняли рівним  $E_k = 2 \cdot 10^4$  МПа; модуль пружності сталі  $E_{ст} = 2,1 \cdot 10^5$  МПа; модуль пружності титану  $E_t = 1,2 \cdot 10^5$  МПа

#### Результати статичного розрахунку і їх порівняльний аналіз

Основним завданням розрахунку ортопедичних конструкцій є оцінка їх напружено-деформованого стану.

У результаті розрахунків по кожному з варіантів визначені параметри напружено-деформованого стану, які цікавили нас для проведення аналізу:

$\sigma_{екв}$  – еквівалентні напруження за гіпотезою Губера-Мізеса (IV теорія міцності);

$USUM$  – еквівалентні значення переміщень;

$ROTSUM$  – еквівалентні значення кутів повороту;

Максимальні значення вказаних параметрів напружено-деформованого стану по всіх варіантах розрахунку зведені в таблицю 1.

Таблиця 1 – Максимальні значення параметрів напружено-деформованого стану

Параметри НДС	Фіксатор (стержнева модель)	Фіксатор (об’ємна модель)	Ілізаров (стержнева модель)	Ілізаров (об’ємна модель)
$USUM$ (мм)	0,0267	0,0243	0,9156	0,9071
$ROTSUM$ (рад)	0,000136	0,000121	0,01017	0,01045
$\sigma_{екв}$ (МПа)	17,988	23,616	80,282	83,325

Епюри параметрів напруженого і деформованого стану в конструкціях наведені на рис. 11 і 12 відповідно.

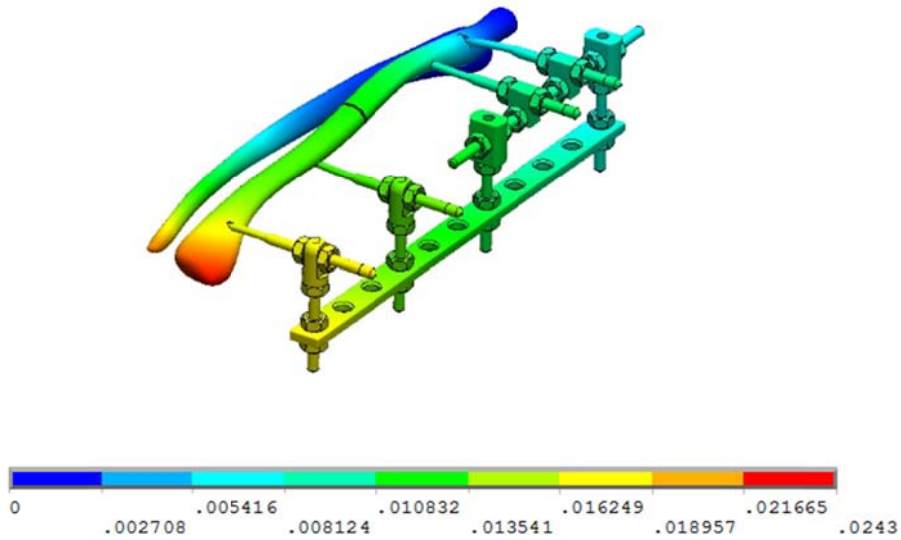


Рисунок 11 – Еквівалентні переміщення у стержневій конструкції фіксатора при використанні об’ємних елементів (мм)

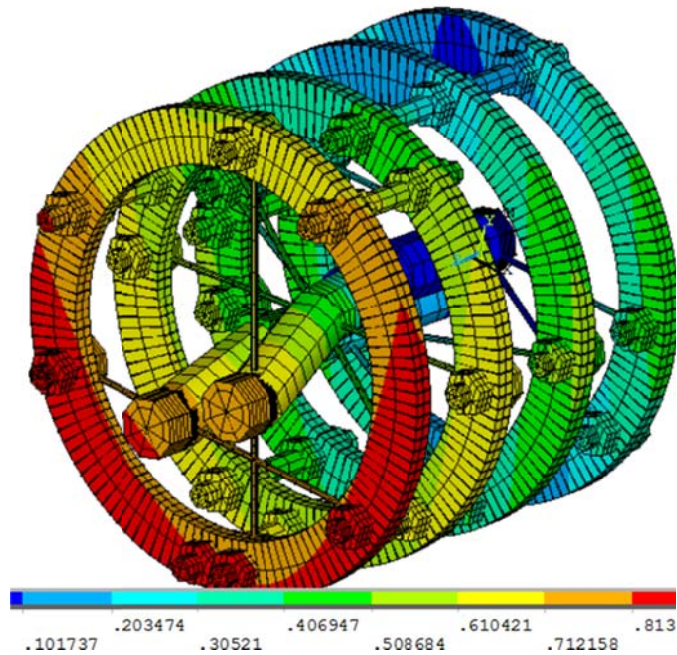


Рисунок 12 – Еквівалентні переміщення в апараті Ілізарова (мм) при використанні стержневих скінченних елементів

Результати чисельного експерименту дозволили зробити ряд висновків:

Відносна деформація стрижневого апарату  
 Модель із стержневих скінченних елементів

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0,0267}{235} = 1,136 \cdot 10^{-4}.$$

Модель із об’ємних скінченних елементів

$$\varepsilon_c = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0,0243}{235} = 1,034 \cdot 10^{-4}.$$

Відносна деформація апарату Ілізарова  
 Модель із стержневих скінченних елементів

$$\varepsilon_{II} = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0,9156}{131} = 69,89 \cdot 10^{-4}.$$

Модель із об’ємних скінченних елементів

$$\varepsilon_{II} = \frac{\Delta l}{l} = \frac{0,9071}{131} = 69,24 \cdot 10^{-4}.$$

Зіставлення числових значень напружень і переміщень, отриманих при скінченно-елементному аналізі досліджуваних конструкцій із стержневих елементів, з відповідними значеннями цих величин, отриманими при розрахунку з використанням об'ємних елементів, дозволяє зробити висновок про достовірність тих припущень, які були прийняті на етапах геометричного і скінченно-елементного моделювання. Цей висновок, мабуть, буде справедливим і щодо граничних умов, а також величин і характеру прикладання зовнішніх навантажень.

В результаті розрахунків можна зробити висновок, що параметри жорсткості альтернативного фіксатора в  $\frac{\varepsilon_{II}}{\varepsilon_c} = \frac{69.89}{1.136} = 61,5$  разів перевершують показники апарату Лізарова.

#### Висновки

1. В роботі для комп'ютерного аналізу використані ведучі інженерні та наукоємні програми для параметричного моделювання та розрахунку конструкцій (Solid Works, Ansys, Delcam)

2. Отримано робочу документацію досліджуваних ортопедичних конструкцій (робочі креслення).

3. Проведено чисельний аналіз конструкції з використанням методу скінченних елементів та урахуванням математичного апарату механіки деформованого твердого тіла.

4. В розрахунках використані різні типи скінченних елементів (стержневі та об'ємні). Для стержневих елементів застосовано функцію зміни геометрії (taper section).

5. Досліджено напружено-деформований стан шести різних ортопедичних конструкцій. Отримані значення характеристик міцності та жорсткості для них. Проведено аналіз конструкцій

6. Запропонований в роботі пристрій для чрезишвидко остеосинтезу діафізарних переломів кісток передпліччя за рахунок збільшення ступенів рухомості репонуєчих вузлів, може забезпечити репозицію складних зміщень уламків і стабільного остеосинтезу в конструкції.

7. Апарат не вимагає спеціального промислового виготовлення та дозволяє зберегти ротаційні рухи в передпліччі, а компактність, в свою чергу обмежить незручності у хворого при самообслуговуванні.

#### Список використаних джерел

1. The patent for utility UA 87 293 device

through bone osteosynthesis of diaphyseal forearm fractures / Bodnya AI, Vaccarat Tarek. 02.10.2014.

2. Дашенко А. Ф. Анализ напряженно-деформированного состояния альтернативной конструкции фиксации переломов предплечья. / А. Ф. Дашенко, А. М. Лимаренко, А. Д. Стаканов // XVI Міжнародна науково-технічна конференція «Прогресивна техніка, технологія та інженерна освіта» – Україна, Одеса-Київ, 2015. – С. 185 – 190.

3. Kalinichenko P. M. Stress state of a thick-walled cylinder concentrators / P. M. Kalinichenko, O. M. Limarenko, U. V. Svinarev // Proceedings of Odessa Polytechnic University. – 2006. – № 2(26). – P. 20 – 23.

4. Andreev, V. Energy Methods in the Calculation Stability of Compressed Polymer Rods Considering Creep [Text] / Vladimir I. Andreev, Anton S. Chepurensky, Batur M. Yazyev // Advanced Materials Research Vols. 1004–1005 (2014). – P. 257–260. Trans Tech Publications, Switzerland.

5. Артюхин, Ю. П. Приближенный аналитический способ исследования деформаций пространственных криволинейных стержней [Текст] / Ю. П. Артюхин // Ученые записки Казанского университета. Физико-математические науки. – 2012. – Том. 154. – С. 97 – 111.

6. Orobey V. Boundaru element metod in problems of plate elements bending of engineering structures[Text] / V. Orobey, L. Kolomiets, O. Lymarenko // Metalurgical and Mining Industry. – 2015. – 7(4). – P. 295–302.

7. Velychko O. A comparative analysis of the assessment results of the competence of technical experts by different methods / Velychko O., Gordiyenko T., Kolomiets L. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. – 3(88). – P. 4–10. DOI: 10.15587/1729-4061.2017.106825.

8. Кожушко В. П. Расчет прямоугольной пластины, две смежные стороны которой защемлены, а две другие смежные стороны шарнирно оперты / В. П. Кожушко. – Вестник Харьковско-го нац. автом.-дорожн. ун-та. – Харьков, 2014. – Вып. 67. – С.119–123.

9. Kim C. K. Hwang M. H. Non-Linear Analysis of Skew Thin Plate by Finite Difference Method. Journal of Mechanical Science and Technology – 2012. – Vol. 26 – № 4. – P. 1127–1132. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s12206-012-0226-9>.

10. Aizikovich S. Analytical Solution for the Bending of a Plate on a Functionally Graded Layer of Complex Structure / S. Aizikovich, A. Vasiliev, I. Trubchik, L. Evich, E. Ambalova, I. Sevostianov // Advanced Structured Materials – 2011 – Vol. 15, P. 15–28. DOI: [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-21855-2\\_2](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-21855-2_2).

11. Orobey V. Mathematical modeling of the stressed-deformed state of circular arches of specialized cranes[Text] / V. Orobey, O. Daschenko, L. Kolomiets, O. Lymarenko, Y. Ovcharov // Eastern European Journal of Enterprise Technologies – 2017. – 5/8(89). – P. 4–11.

12. Orobey V. Stability of structural elements of special lifting mechanisms in the form of circular arches[Text] / V. Orobey, O. Daschenko, L. Kolomiets, O. Lymarenko // Eastern European Journal of Enterprise Technologies. – 2018. – № 2/7(92). – P. 4–10.

### References

1. The patent for utility UA 87 293 device through bone osteosynthesis of diaphyseal forearm fractures / Bodnya AI, Baccarat Tarek. 02.10.2014.

2. Dashhenko A. F. Analiz napryazhenno-deformirovannogo sostoyaniya al'ternativnoj konstrukcii fiksacii perelomov predplech'ya. / A. F. Dashhenko, A. M. Limarenko, A. D. Stakanov // XVI Mizhnarodna naukovu-tekhnichna konferentsiia «Prohresyvna tekhnika, tekhnolohiia ta inzhenerna osvita» – Ukraina, Odesa-Kyiv, 2015. – S. 185 – 190.

3. Kalinichenko P. M. Stress state of a thick-walled cylinder concentrators / P. M. Kalinichenko, O. M. Limarenko, U. V. Svinarev // Proceedings of Odessa Polytechnic University. – 2006. – № 2(26). – P. 20 – 23.

4. Andreev, V. Energy Methods in the Calculation Stability of Compressed Polymer Rods Considering Creep [Text] / Vladimir I. Andreev, Anton S. Chepureno, Batur M. Yazyev // Advanced Materials Research Vols. 1004–1005 (2014). – P. 257–260. Trans Tech Publications, Switzerland.

5. Artyuxin, Yu. P. Priblizhennyj analiticheskij sposob issledovaniya defor-macij prostranstvennyx krivolinejnyx sterzhnej [Tekst] / Yu. P. Artyuxin // Uchenye zapiski Kazanskogo universiteta. Fiziko-matematicheskie nauki. – 2012. – Tom. 154. – S. 97–111.

6. Orobey V. Boundaru element metod in problems of plate elements bending of engineering structures[Text] / V. Orobey, L. Kolomiets, O. Lymarenko // Metalurgical and Mining Industry. – 2015. – 7(4). – P. 295–302.

7. Velychko O. A comparative analysis of the assessment results of the competence of technical experts by different methods / Velychko O., Gordiyenko T., Kolomiets L. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2017. – 3(88). – P. 4–10. DOI: 10.15587/1729-4061.2017.106825.

8. Kozhushko V. P. Raschet pryamougol'noj plastiny, dve smezhnye storony kotoroj zashhemleny, a dve drugie smezhnye storony sharnirno operaty / V. P. Kozhushko. – Vestnik Xar'kovskogo nac. avtom.-dorozhn. un-ta. – Xar'kov, 2014. – Vyp. 67. – S.119–123.

9. Kim C. K. Hwang M. H. Non-Linear Analysis of Skew Thin Plate by Finite Difference Method. Journal of Mechanical Science and Technology – 2012. – Vol. 26 – № 4. – P. 1127–1132. DOI: <http://dx.doi.org/10.1007/s12206-012-0226-9>.

10. Aizikovich S. Analytical Solution for the Bending of a Plate on a Functionally Graded Layer of Complex Structure / S. Aizikovich, A. Vasiliev, I. Trubchik, L. Evich, E. Ambalova, I. Sevostianov // Advanced Structured Materials – 2011 – Vol. 15, P. 15–28. DOI: [http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-21855-2\\_2](http://dx.doi.org/10.1007/978-3-642-21855-2_2).

11. Orobey V. Mathematical modeling of the stressed-deformed state of circular arches of specialized cranes[Text] / V. Orobey, O. Daschenko, L. Kolomiets, O. Lymarenko, Y. Ovcharov // Eastern European Journal of Enterprise Technologies – 2017. – 5/8(89). – P. 4–11.

12. Orobey V. Stability of structural elements of special lifting mechanisms in the form of circular arches[Text] / V. Orobey, O. Daschenko, L. Kolomiets, O. Lymarenko // Eastern European Journal of Enterprise Technologies. – 2018. – № 2/7(92). – P. 4–10.

*Надійшла до редакції 03.05.2019.*