



В. М. Нечипоренко



В. А. Сало



П. І. Літовченко



Л. А. Гребеник



Л. П. Іванова

## ЕФЕКТИВНИЙ МЕТОД ВИБОРУ ПОСАДКИ З НАТЯГОМ НА ОСНОВІ АВТОМАТИЗОВАНОЇ ПОБУДОВИ КОМП'ЮТЕРНОЇ МОДЕЛІ

Пропонується ефективний метод вибору посадки з натягом на базі аналізу геометричних параметрів, отриманих при математичному моделюванні і розробленні алгоритмів автоматизованого проектування. На конкретному прикладі сформульовано критерій вибору посадки з натягом, ефективність і доцільність якого проілюстровано шляхом порівняння з іншим критерієм, отриманим у попередніх працях авторів. Визначено, що задача вибору єдиного раціонального проектного рішення суттєво спрощується у випадку збігання кількох критеріїв однієї з альтернативних посадок.

*Ключові слова:* посадка з натягом, автоматизоване проектування, область існування геометричних параметрів, критерій вибору раціонального проектного рішення, теорія R-функцій.

**Постановка проблеми.** Рівень автоматизації на етапах проектування, виробництва і модернізації технічних виробів військового призначення є важливим фактором забезпечення їх продуктивності та якості. У складанні деталей і вузлів машин, механізмів та інших технічних об'єктів військової техніки застосовуються різноманітні способи з'єднання, при цьому їх значна частина в машинобудівній галузі належить посадкам з натягом.

У науковій практиці існує багато питань, пов'язаних з раціональним вибором посадки на стадії проектування та під час технологічного процесу складання з'єднання. Величина фактичного натягу спряжених поверхонь з'єднаних деталей має випадковий характер і визначається переважно на основі методів прецедентів і подоби, а в деяких випадках вона потребує додаткових досліджень і корекції розрахунків, що значно ускладнює прогнозування фактичної міцності посадки. У такому випадку врахування певної кількості факторів є складною задачею, тому при проектуванні найчастіше одержують кілька альтернативних конструктивних рішень. У зв'язку з цим виникає потреба у створенні надійного та ефективного методу на основі комплексного математичного мультипараметричного моделювання. При цьому вирішується задача формулювання критеріїв раціонального вибору посадки з натягом при автоматизованому проектуванні з'єднань деталей і вузлів технічних виробів і об'єктів військового призначення.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** У статті [1] наведена методика імітаційного тривимірного моделювання конструкції верстатного пристосування пневматичного циліндра з використанням програмного засобу SolidWorks. В результаті проведених досліджень посадки з натягом об'єкта визначено дійсні величини контактних напружень, переміщень і запасу міцності, які показали надійність такого з'єднання. Але в цій статті відсутній автоматизований вибір посадки.

У праці [2] авторами розроблені теоретичні положення, комплексна методика та оригінальні програмні засоби проектування посадок з натягом з урахуванням експлуатаційних, міцнісних та технологічних вимог. Конкретні результати, наведені в цій праці, отримані при виконанні великої кількості чисельно-аналітичних досліджень з'єднань з натягом. На основі цих результатів побудована модель області існування посадок у вигляді мультипараметричного геометричного образу, параметрами якого є натяг  $N$ , питомий тиск  $p$  у з'єднанні та посадкова робоча довжина  $l$  (для сталого значення посадкового діаметра  $d$ ). В системі координат  $lpN$  побудована тривимірна математична модель, всередині якої у запропонованій локалізованій зоні слід вести пошук і вибір

раціональної стандартної посадки з кінцевої множини допустимих альтернативних проектних рішень. Це положення пропонується взяти за основу як один з критеріїв вибору посадок. Для модернізації авторського програмного забезпечення Interference Fit [3] при автоматизованому проектуванні посадок з натягом розроблено методику аналітичного опису мультипараметричного образу на основі математичного апарату теорії  $R$ -функцій. Але всі ці дослідження характерні для одного певного значення посадкового діаметра  $d$  як основної геометричної характеристики посадки і аргументу функції  $N = f(d)$ , зміна якого може суттєво вплинути на величини інших параметрів області існування посадок з натягом та на вибір єдиного проектного рішення. Якщо ж такі дослідження проводити у комплексі з рекомендованим діапазоном параметра  $d$ , то просторова модель  $lpN$  буде дуже складною не тільки для математичного розв'язування актуальної технічної задачі, а й для візуального сприйняття графічного образу моделі.

Наукове дослідження [4] базується на вихідних даних і результатах праці [2]. Авторами запропонована методика визначення раціональних величин посадкових діаметра  $d$  і робочої довжини  $l$ . При цьому аналітичний опис двовимірної моделі  $abcd$  області існування посадок з натягом у координатній системі  $dl$  здійснено за допомогою математичного апарату теорії  $R$ -функцій.

Дослідження [2, 4] були продовжені та розвинуті у статті [5], в якій сформульовано аналітичний критерій пошуку ефективних значень геометричних параметрів  $d$  і  $l$  посадки з натягом в межах зазначеної моделі. У запропонованому науковому підході визначається центр групування у вигляді точки з координатами ефективних значень посадкових діаметра і робочої довжини, які необхідні для формулювання критерію вибору посадки з натягом з кінцевого переліку альтернативних посадок, коли значення геометричних параметрів  $d$  і  $l$  можуть варіюватися у широкому діапазоні.

**Мета статті** полягає у чисельно-аналітичному дослідженні геометричних параметрів посадки з натягом в межах двовимірної моделі  $dl$ , на основі якої формулюється ефективний критерій вибору раціонального проектного рішення.

**Виклад основного матеріалу.** Дослідження, результати яких наведені у даній статті, є органічним продовженням і розвитком досліджень [4, 5]. Для прикладу, що розглядаємо (рис. 1), визначені координати точки  $B$  (104,50; 62,08) – центра групування раціональних значень посадкових діаметра  $d_B$  і робочої довжини  $l_B$  з'єднання відповідно в межах плоскої моделі області існування геометричних значень посадки  $abcd$ . При цьому значення геометричних параметрів вибираються зі стандартизованого параметричного ряду нормальних лінійних розмірів. Так, за основним рядом  $R_{a40}$  беремо:  $B$  (105; 60) ( $d_B = 105$  мм і  $l_B = 60$  мм).

Як зазначено у статті [5], стандартна посадка  $H7/x6$  (рис. 1, а) не є ефективною, оскільки точка  $B$  потрапляє у розривну, так звану “мертву”, зону області придатних рішень  $abcd$ . Множини посадок  $H7/v7$  (рис. 1, б),  $H7/u7$  (рис. 1, в) і  $H8/u8$  (рис. 1, г) накривають центр групування  $B$  і тому вважаються ефективними. Оскільки проектувальнику слід вибрати одне рішення серед запропонованих альтернативних, то наступним етапом дослідження є формулювання одного з ключових критеріїв щодо вибору раціонального проектного рішення (посадки з натягом) з переліку альтернативних залежно від геометричних параметрів  $d_j$  і  $l_k$  у межах двовимірної моделі  $abcd$  у координатній системі  $dl$ . Для цього спочатку необхідно визначити центр групування ефективних раціональних значень геометричних параметрів  $d_{C_i}$  і  $l_{C_i}$  (координат точки  $C_i$ ) у межах множини кожної вибраної  $i$ -ї стандартної посадки з натягом. Максимальні значення діапазонів  $\delta_{d_{C_i}}$  і  $\delta_{l_{C_i}}$  величин  $d_{C_i}$  і  $l_{C_i}$  (посадкового діаметра і робочої посадкової довжини відповідно) для  $i$ -ї посадки визначаються за формулами

$$\delta_{l_{C_i}} = \frac{l_{p \max_{C_i}} - l_{kp_{C_i}}}{t_l}; \quad \delta_{d_{C_i}} = \frac{d'_{2C_i} - d'_{1C_i}}{t_d}, \quad (1)$$

де  $l_{kp_{C_i}}$  та  $l_{p \max_{C_i}}$  – відповідно початкова і кінцева точки відрізка діапазону  $\delta_{l_{C_i}}$  значень робочої посадкової довжини для точки  $C_i$   $i$ -ї посадки;

$d'_{1C_i}$  та  $d'_{2C_i}$  – відповідно початкова і кінцева точки відрізка діапазону  $\delta_{d_{C_i}}$  значень посадкового діаметра для точки  $C_i$   $i$ -ї посадки;

$t_l$  та  $t_d$  – величини кроків довжини і діаметра, за якими встановлюються відповідні максимальні

відрізки (діпазони) їх раціональних значень (вибираємо  $t_l = 1$  мм та  $t_d = 1$  мм).

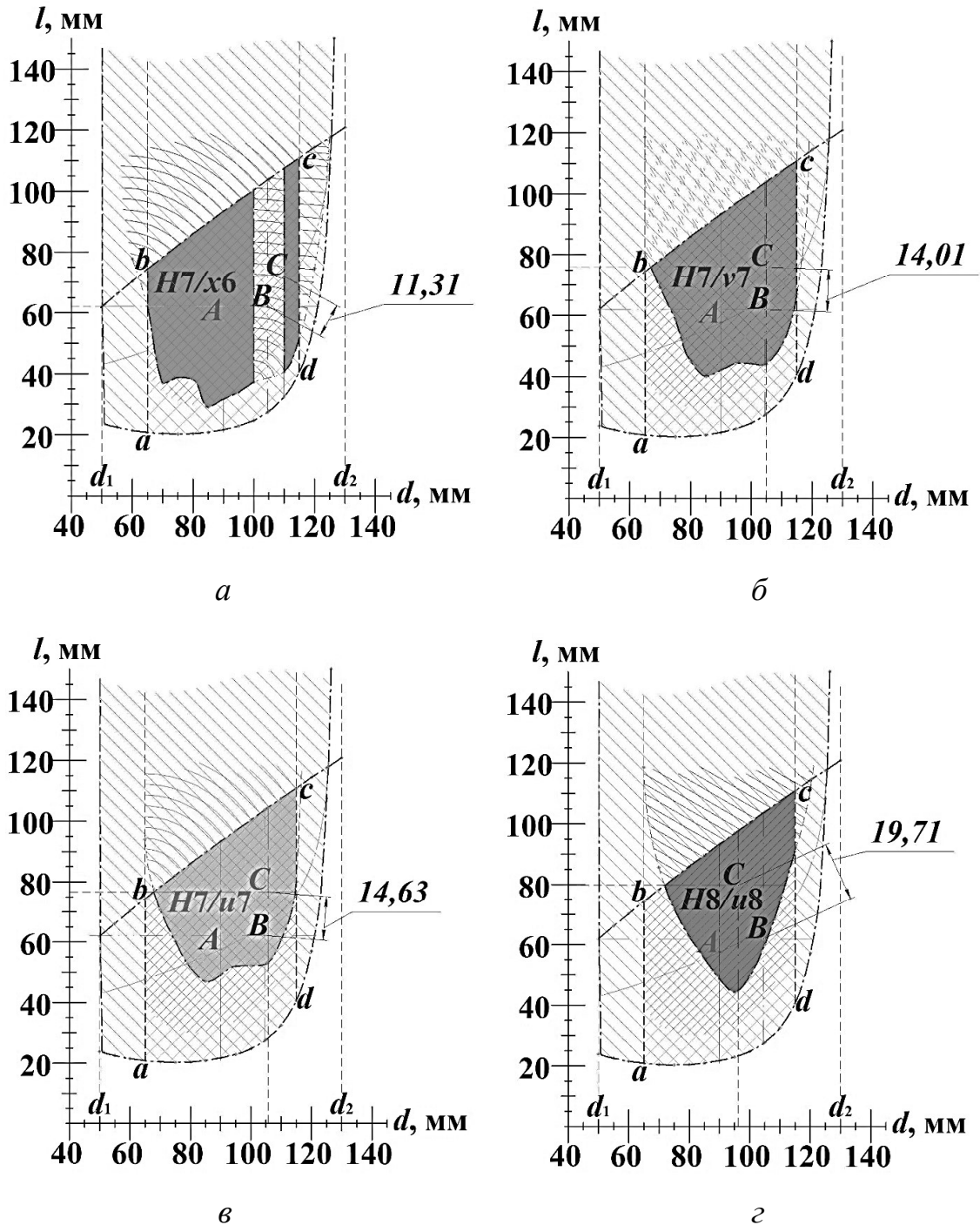


Рисунок 1 – Множини альтернативних посадок, які входять до області існування посадок залежно від геометричних параметрів

Для  $i$ -ї посадки розташування точки  $C_i$ , що утворюється при перетинанні відрізків  $\delta_{d_{Ci}}$  та  $\delta_{l_{Ci}}$ , аналітично описується за теорією  $R$ -функцій [6–11] таким чином (як і для точки  $B$ ):

$$\omega_{C_i} = \omega_{d_{C_i}} \wedge_0 \omega_{l_{C_i}} = \omega_{d_{C_i}} + \omega_{l_{C_i}} - \sqrt{\omega_{d_{C_i}}^2 + \omega_{l_{C_i}}^2}, \quad (2)$$

де  $\omega_{d_{C_i}}$  та  $\omega_{l_{C_i}}$  – множини у вигляді нескінчених прямих, характерних для  $i$ -ї посадки (посадкового діаметра і робочої посадкової довжини відповідно).

$$\omega_{d_{C_i}} = d - d_{C_i}; \quad \omega_{l_{C_i}} = l - l_{C_i}, \quad (3)$$

де  $\wedge_0$  – символ R-кон'юнкції, який використовується для перетину множин;

$d_{C_i}$  та  $l_{C_i}$  – дійсні координати точки  $C_i$  відрізка діапазону значень посадкового діаметра і посадкової робочої довжини відповідно в межах зони придатної вибраної  $i$ -ї посадки;

$d - d_{C_i}$  – відстань від початку координатної осі  $0d$  до координати точки  $C$  в межах множини кожної  $i$ -ї стандартної посадки з натягом;

$l - l_{C_i}$  – відстань від початку координатної осі  $0l$  до координати точки  $C$  в межах множини кожної  $i$ -ї стандартної посадки з натягом.

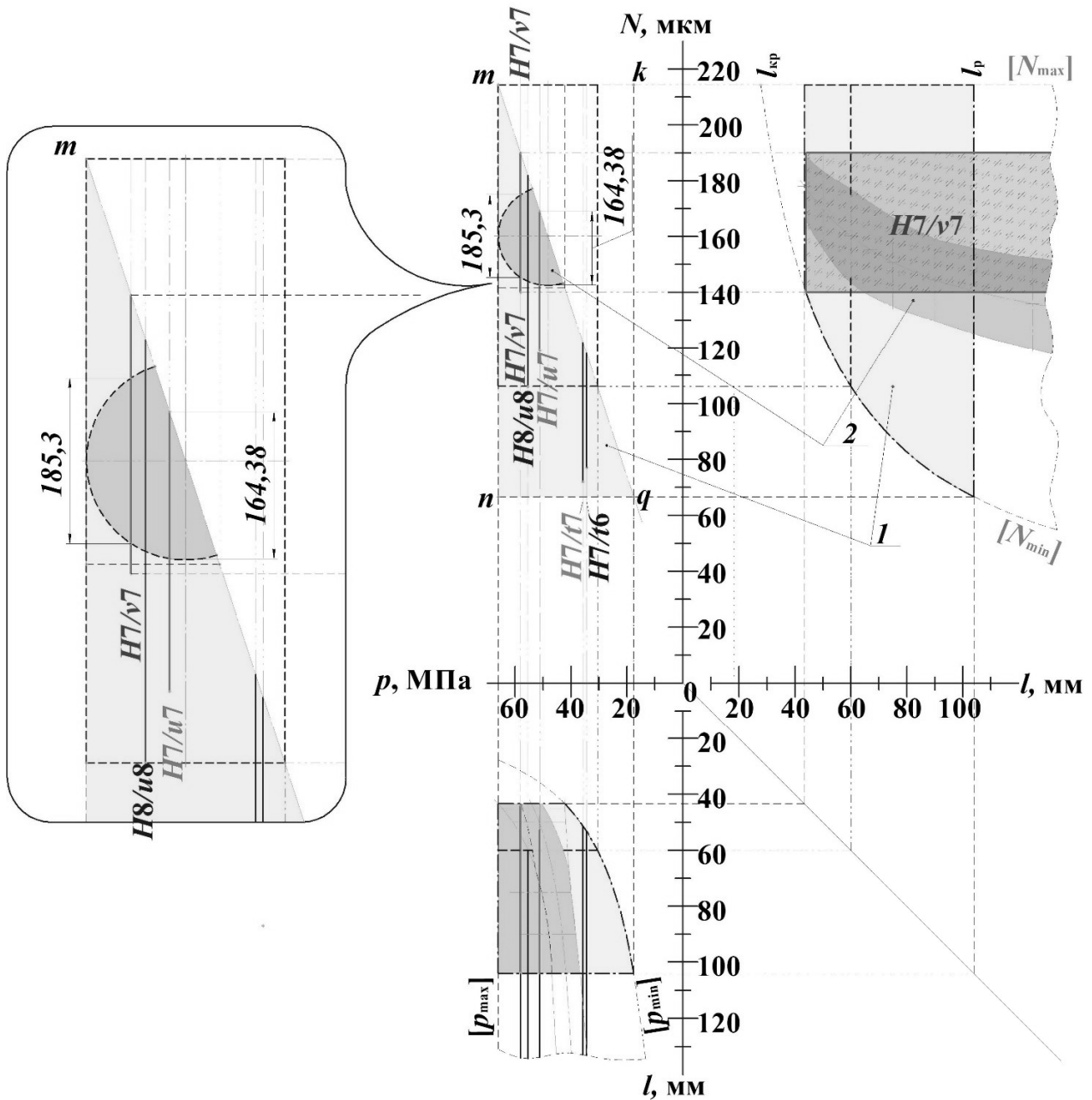
У кінцевому вигляді формулу (2) запишемо так:

$$\omega_{C_i} = d - d_{C_i} + l - l_{C_i} - \sqrt{(d - d_{C_i})^2 + (l - l_{C_i})^2}. \quad (4)$$

Для прийняття остаточного проектного рішення (стандартної посадки) залежно від геометричних параметрів  $d_j$  та  $l_k$  важливим фактором є визначення найкоротшого відрізка  $BC_i$  (див. рис. 1), тобто найменша відстань точки  $C_i$  множини  $i$ -ї посадки (серед усіх альтернативних) до точки  $B$  у межах плоскої моделі  $abcd$ . У нашому випадку для посадок:  $H8/u8$  – відрізок  $BC_{u8} = 19,71$  мм (див. рис. 1,  $\varepsilon$ );  $H7/u7$  – відрізок  $BC_{u7} = 14,63$  мм (див. рис. 1,  $\vartheta$ );  $H7/v7$  – відрізок  $BC_{v7} = 14,01$  мм (див. рис. 1,  $\delta$ ). З аналізу отриманих результатів випливає, що останній випадок (посадка  $H7/v7$ ) є найбільш раціональним. Для нашого дослідження врахування цього фактора беремо як один з основних критеріїв вибору остаточного проектного рішення з переліку альтернативних.

Для перевірки вибору посадки як остаточного рішення за критерієм, зазначеним у праці [2], визначимо найдовшу частину відрізка ймовірнісного допуску натягу  $i$ -ї посадки в локалізованій вірогідній зоні придатних посадок 2 (рис. 2) в координатній системі  $lpN$ .

За методом повної взаємозамінності для вибраних значень посадкового діаметра і посадкової робочої довжини в локалізовану зону потрапляють дві посадки:  $H7/u7$  та  $H7/v7$ , у яких частина довжини ймовірнісного допуску натягу складає 164,38 мм і 185,3 мкм відповідно. Оскільки для посадки  $H7/v7$  частина допуску натягу найдовша, то її вибираємо як раціональну, що збігається з проектним рішенням попереднього критерію, який досліджено і сформульовано в даній статті.



1 – рекомендована область існування придатних посадок з натягом;  
2 – локалізована вірогідна зона придатних посадок з натягом

Рисунок 2 – Розгортка тривимірних проєкцій області існування посадок з натягом у координатних осях  $lpN$  для значень посадкового діаметра  $d = 105$  мм і посадкової робочої довжини  $l = 60$  мм

### Висновки

У результаті проведеного чисельно-аналітичного дослідження сформульовано критерій вибору посадки з натягом (остаточного проектного рішення) з переліку альтернативних залежно від геометричних параметрів.

Запропонований ефективний метод дає змогу максимально наблизитися до вибору оптимальної для заданих вихідних умов експлуатації проектованої посадки, що на сьогодні є актуальною проблемою.

Математичне моделювання у даному дослідженні є основою для подальшої модернізації програмного засобу Interference Fit, що успішно використовується у автоматизованому проектуванні посадок з натягом, зокрема для зубчастих коліс на проміжному валу в коробках передач вантажних автомобілів із додатковим кріпленням шпонкою, бандажного з'єднання черв'ячних і зубчастих вінців тягових лебідок, металокерамічних втулок у корпусі зчеплення автотрансмісії тощо, які широко застосовуються в технічних пристроях військового призначення.

### **Перелік джерел посилання**

1. Иванова А. В., Щеглетов К. А., Куманеев М. А. Имитационное моделирование в SOLIDWORKS посадки с натягом для станочного приспособления. *Научное обозрение* : электрон. журн. 2020. № 1. С. 1–12. URL: <https://science-engineering.ru>.
2. Method of design of interference fit based on complex mathematical modeling / V. M. Nechiporenko et al. *Advances in Design, Simulation and Manufacturing III. DSMIE 2020 Conference Proceedings, LNME. 2020. Vol. 1: Manufacturing and Materials Engineering*. P. 45–54. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-50794-7\\_5](https://doi.org/10.1007/978-3-030-50794-7_5).
3. Литовченко П. І, Нечипоренко В. М., Сало В. А., Павлов Я. В. Свідоцтво № 99502 від 04.09.2020 про реєстрацію авторського права на твір за темою “Проектування раціональних посадок з натягом на основі багатопараметричних математичних моделей області їх існування” на комп'ютерну програму “Interference Fit”.
4. Метод аналітичного опису області існування геометричних параметрів у автоматизованому проектуванні посадок з натягом / Нечипоренко В. М., Сало В. А., Литовченко П. І., Горбунов А. П. *Збірник наукових праць Національної академії Національної гвардії України*. Харків, 2019. Вип. 1. С. 70–77.
5. Критерій вибору раціональних значень параметрів посадки з натягом при автоматизованому проектуванні / В. М. Нечипоренко та ін. // *Збірник наукових праць Національної академії Національної гвардії України*. Харків, 2020. Вип. 1. С. 13–20.
6. Морачковский О. К., Ромашов Ю. В., Сало В. А. Метод R-функций в решении задач теории упругости на основе смешанного вариационного принципа Рейсснера. *Прикладная механика*. Киев, 2002. Т. 38, № 2. С. 65–71.
7. Сало В. А. О двусторонней оценке точности приближенных решений задач теории оболочек, полученных методом Ритца для неэкстремального функционала Рейсснера. *Доповіді Національної академії наук України*. Київ, 2003. № 1. С. 53–57.
8. Сало В. А., Литовченко П. И., Чижиков И. В. Напряженно-деформированное состояние упругой цилиндрической панели с отверстием. *Вопросы проектирования и производства конструкций летательных аппаратов* : сб. науч. тр. Национального аэрокосм. ун-та им. Н. Е. Жуковского “ХАИ”. Харьков, 2011. Вып. 1 (65). С. 63–70.
9. Сало В. А., Нечипоренко В. М. Дослідження міцності пружної циліндричної конструкції під дією локального навантаження. *Збірник наукових праць Національної академії Національної гвардії України*. Харків, 2017. Вип. 2. С. 76–82.
10. Calculation of stress concentrations in orthotropic cylindrical shells with holes on the basis of a variational method / V. A. Salo et al. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2019. Vol. 3, Issue 7 (99). P. 11–17. DOI: [10.15587/1729-4061.2019.169631](https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.169631).
11. Calculation of the spherical elements of non-uniform thickness for structures with holes based on the variational RVR-method / V. A. Salo et al. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2020. Issue 6/7(108). P. 36–42. DOI: [10.15587/1729-4061.2020.217091](https://doi.org/10.15587/1729-4061.2020.217091).

*Стаття надійшла до редакції 09.03.2021 р.*

**УДК 621.8**

**В. Н. Нечипоренко, В. А. Сало, П. И. Литовченко, Л. А. Гребеник, Л. П. Иванова**

### **ЭФФЕКТИВНЫЙ МЕТОД ВЫБОРА ПОСАДКИ С НАТЯГОМ, НА ОСНОВЕНИИ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ПОСТРОЕНИЯ КОМПЬЮТЕРНОЙ МОДЕЛИ**

*Предлагается эффективный метод выбора посадки с натягом на базе анализа геометрических параметров, полученных при математическом моделировании и разработке алгоритмов автоматизированного проектирования. На конкретном примере сформулирован критерий выбора посадки с натягом, эффективность и целесообразность которого проиллюстрирована путем*

сравнения с другим критерием, полученным в предыдущих трудах авторов. Выявлено, что задача выбора единого рационального проектного решения существенно упрощается в случае совпадения нескольких критериев одной из альтернативных посадок.

*К л ю ч е в ы е с л о в а:* посадка с натягом, автоматизированное проектирование, область существования геометрических параметров, критерий выбора рационального проектного решения, теория R-функций.

**UDC 621.8**

**V. Nechyporenko, V. Salo, P. Litovchenko, L. Grebenik, L. Ivanova**

### **EFFECTIVE METHOD OF SELECTING INTERFERENCE FIT BASED ON AUTOMATED COMPUTER MODEL CONSTRUCTION**

*The proposed scientific work considers and substantiates an effective method for selecting interference fit on smooth cylindrical surfaces of parts, which can be successfully applied in automated design of fit. Based on the analysis of numerical and analytical research of the results of calculation and design of the considered joints, a flat image of a mathematical model of the area of existence of geometric parameter values in a two-dimensional coordinate system (diameter and working length of the fit) was first obtained. At the next stage of modeling many alternative *i*-th standard interference fits were built. Within each *i*-th object centers of grouping rational values of geometric parameters were defined. They are formed by crossing the largest segments of allowable ranges of changing values of diameter and working length in each of the models of sets. The position of such centers is analytically described using the mathematical apparatus of the theory of R-functions.*

*On the considered specific example of this research, the criterion for choosing a rational standard interference fit is formulated depending on the values of geometric parameters. The meaning of this criterion is that within the flat geometric image of the model, the shortest distance is analytically determined - the segment between the points of the grouping centers of the model of set of the *i*-th fit and the model of the area of existence of values. The effectiveness and advisability of the formulated criterion is illustrated by comparison with other criteria obtained in previous researches of the authors.*

*As a result of the research, it was revealed that the task of choosing a single rational design solution is significantly simplified if several criteria of one of the alternative fits coincide.*

*К е у w o r d s:* interference fit, automated design, area of existence of geometric parameters, criterion of rational design solution selection, theory of R-functions.

**Нечипоренко Володимир Миколайович** – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.

<http://orcid.org/0000-0002-4727-7344>

**Сало Валентин Андрійович** – доктор технічних наук, професор, професор кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.

<http://orcid.org/0000-0003-2533-0949>

**Літовченко Петро Іванович** – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.

<http://orcid.org/0000-0002-4483-597X>

**Гребеник Лариса Анатоліївна** – доцент кафедри інженерної механіки Національної академії Національної гвардії України.

<http://orcid.org/0000-0002-5962-7639>

**Іванова Лариса Петрівна** – аспірант кафедри технології машинобудування та металорізальних верстатів Національного технічного університету “ХПІ”.

<http://orcid.org/0000-0002-2390-7372>