

УДК 004.7

К.С. Ткаченко, асп.

Севастопольский национальный технический университет

Проекционный алгоритм стохастической аппроксимации с использованием соседних вариантов для оптимизации управления выбором управляющих воздействий

Предлагается проекционный алгоритм стохастической аппроксимации, отличающийся от существующих характером рекуррентной стратегии. Приводятся результаты вычислительных экспериментов.

проекционный алгоритм, стохастическая аппроксимация

К.С. Ткаченко

Севастопольський національний технічний університет

Проекційний алгоритм стохастичної аппроксимації з використанням сусідніх варіантів для оптимізації управління вибором керуючих впливів

Пропонується проекційний алгоритм стохастичної аппроксимації, що відрізняється від існуючих використанням сусідніх варіантів. Наводяться результати обчислювальних експериментів.

проекційний алгоритм, стохастична аппроксимація

Введение. Как известно [1–4], необходимыми составляющими любых современных сложных систем являются средства адаптивного выбора вариантов, в том числе и для динамической реконфигурации. При моделировании современных АСУ ТП на предмет анализа их уязвимостей и оценки факторов их безотказной работы по критерию минимума предельных значений средних текущих потерь возможно использование алгоритмов стохастической аппроксимации. Важными научными и практическими задачами, где может потребоваться их применение, являются задачи [1 – 4]: кодирования и декодирования информации, водоохлаждения химических реакторов, интенсификации производства, повышение эффективности использования имеющихся ресурсов, увеличение производительности механизмов и машин, повышения гарантоспособности сервисов в автоматизированных транспортно-производственных системах, обеспечения высокой терминальной готовности на основе информационных технологий распределения ресурсов и прочих. Перспективными алгоритмами для решения задач адаптивного выбора в условиях априорной неопределенности входных данных являются рекуррентные алгоритмы, предназначенные для решения задач безусловной минимизации [1]. Поэтому задача разработки нового алгоритма стохастической оптимизации является актуальной и перспективной. Предлагается проекционный алгоритм стохастической аппроксимации с использованием соседних вариантов, который может позволить решать задачи выбора с измененными характеристиками описательных статистик результатов функции средних значений текущих потерь.

Постановка проблемы в общем виде. Поведение стохастических автоматов с формируемой структурой [1–2] можно использовать для отыскания минимума функции в условиях априорной неопределенности входных данных. Такой автомат представляет собой алгоритм изменения вероятностей выбора очередного значения аргумента минимизируемой функции. При этом может формироваться последовательность управляющих воздействий для адаптации систем с дискретным управлением с использованием рекуррентных рандомизированных процедур стохастической аппроксимации. Поэтому в общем случае проблема состоит в анализе и синтезе алгоритмов для нахождения стратегии управления, представляющих собой последовательность управляющих воздействий — вариантов из некоторого конечного дискретного множества, причем эта последовательность может обеспечить минимум предельных средних текущих потерь. Важными научными и практическими задачами, где может потребоваться применение данного алгоритма, являются задачи во многих областях науки и техники [1–4].

Анализ исследований и публикаций. Различные методы и подходы к решению различных задач адаптивного выбора приведены в работах [1–4]. В работе [3] предлагается алгоритм оптимизации с бинарной функцией потерь, в работе [4] — стохастический автомат с переменной структурой с собственной рандомизированной стратегией. Нерешенной ранее частью общей проблемы является модификация нескольких компонентов вектора вероятностей выбора для метода деления отрезка вообще, в случае беспроекционных алгоритмов, или же до применения оператора проектирования, как в случае проекционных.

Целью данной работы является описание модифицированного проекционного алгоритма стохастической аппроксимации, а также его реализации в программно-инструментальном средстве информационного обеспечения принятия решений при априорной неопределенности входных данных.

Теоретические сведения. Рандомизированные стратегии [1] используют рекуррентные правила:

$$p_{n+1} = R_n(x_1, \dots, x_n; p_1, \dots, p_n; \xi_1, \dots, \xi_n), \quad n = 1, 2, \dots, \quad (1)$$

где R_n — вектор-функция со значениями в симплексе S^N ;

p_n — вектор условных вероятностей выбора вариантов $x(1), \dots, x(N)$ в момент времени t_n . Перед выбором очередного варианта x_{n+1} происходит расчет p_{n+1} по (1). Выбор варианта осуществляется методом деления отрезка. Необходимо ввести оператор проектирования. Пусть для любого $q \in R^N$ вектор-столбец $p = \pi_\varepsilon^N\{q\}$, принадлежащий $(N-1)$ -мерному единичному ε -симплексу

$$S_\varepsilon^N = \left\{ p = (p_1, \dots, p_N) \mid p \in R^N, \sum_{i=1}^N p_i = 1, p_i \geq \varepsilon (i = 1, \dots, N) \right\} \quad (2)$$

определяется условием $\|\pi_\varepsilon^N\{q\} - q\| = \min_{p \in S_\varepsilon^N} \|p - q\|$. Для любого $q \in R^N$ вектор $\pi_\varepsilon^N\{q\}$

существует и единственен и $q = \pi_\varepsilon^N\{q\}$ тогда и только тогда, когда $q \in S_\varepsilon^N$. Известны эффективные алгоритмы адаптивного выбора вариантов [1], которые можно подразделить на беспроекционные алгоритмы адаптивного выбора вариантов вида $p_{n+1} = p_n - \gamma_n R(x_n, p_n, \xi_n)$ и проекционные алгоритмы адаптивного выбора вариантов вида $p_{n+1} = \pi_{\varepsilon_{n+1}}^N\{p_n - \gamma_n R(x_n, p_n, \xi_n)\}$, где $R(x_n, p_n, \xi_n) = R_n$ — вектор движения алгоритма, $\gamma_n > 0$ — скалярный множитель — длина шага, $n = 1, 2, \dots$ — номер шага,

$\varepsilon_n \in [0, N^{-1})$ — параметр проектора $\pi_{\varepsilon_n}^N$ (2) на n -ом шаге. Для удобства описания обозначения выбора конкретного элемента в векторе можно ввести обозначения

$$e_i^N = \left(\underbrace{0, \dots, 0}_i, \underbrace{1, 0, \dots, 0}_{N-i} \right), \quad e^N = (1, \dots, 1) \in R^N, \quad e(x) = \sum_{i=1}^N e_i^N \chi(x = x(i)), \quad \text{если}$$

$$X = \{x(1), \dots, x(N)\}.$$

Если у нас имеется $\xi_n = \xi_n(x_n, \omega)$ — случайные потери за выбор варианта x_n , произведенный в момент времени t_n , и ω — элементарный исход, то алгоритмы могут обеспечивать безусловную оптимизацию по критерию минимума υ предельных значений средних текущих потерь Φ_n :

$$\Phi_n = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \xi_t, \quad (3)$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \Phi_n \rightarrow \upsilon.$$

Проекционные алгоритмы возможно объективно лучше беспроекционных, поскольку их можно использовать для решения более широкого класса задач с критериями (3) (как с бинарными, так и с небинарными потерями ξ_n за счет обеспечения нормировки использованием оператора проектирования).

В соответствии с известным материалом, рекуррентная формула стохастического автомата разработанного алгоритма имеет вид:

$$p_{n+1} = \pi_{\varepsilon_{n+1}}^N \left\{ p_n - \gamma_n \left(\frac{\xi_n - \Delta}{e^T(x_n)p_n} e(x_n) + \frac{\xi_n - \Delta}{e^T(x_{n-1})p_n d} e(x_{n-1}) + \frac{\xi_n - \Delta}{e^T(x_{n+1})p_n d} e(x_{n+1}) \right) \right\}. \quad (4)$$

В формуле (4) d обозначает «зазор» между соседними элементами к выбранному в векторе вероятностей. Эти элементы получают некоторое, численно равное d , преимущество перед остальными, которое и обеспечивает использование соседних вариантов (соседние элементы получают условно более высокий ранг, при этом происходит разбиение множества совокупности элементов вектора на два — соседние и несоседние). Естественно, что когда выбранный элемент является первым или последним в векторе, то сосед у него всего лишь один. Формула (4) представлена в виде соответствия вычислительному процессу в программной реализации.

Для сравнения приводится рекуррентная формула проекционного алгоритма стохастической аппроксимации Назина-Позняка, имеющая вид:

$$p_{n+1} = \pi_{\varepsilon_{n+1}}^N \left\{ p_n - \gamma_n \frac{\xi_n - \Delta}{e^T(x_n)p_n} e(x_n) \right\}.$$

Автоматный алгоритм адаптивного выбора вариантов, имеющий рекуррентную формулу (2), для дальнейшего изложения и программной реализации будет именоваться алгоритмом «12VRS». Момент отличия иллюстрируется на рисунке 1, где изображена ситуация выбора варианта № 3 при числе вариантов $N=5$. Рисунок 1а демонстрирует случай проекционного алгоритма, а рисунок 1б — алгоритма 12VRS. Для удобства восприятия материала масштаб компонентов вектора не соблюден и буквами а, б, с, d, е обозначены численные значения, для компонентов вектора выполняется условие (2).

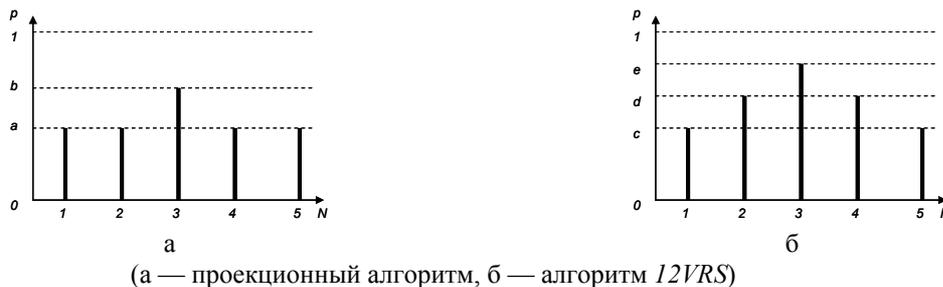


Рисунок 1 — Изменение компонентов вектора выбора вариантов

Для исследования работы алгоритма 12VRS, а также его сравнения с уже имеющимися [1], в силу того, что происходит управление выбором вариантов, разумно использовать тестовые задачи [2], в которых число вариантов $N=5$, а потери ξ_n при выборе варианта распределены по нормальному закону со средними значениями, определенными вектором $(-2, -1, 0, 1, 2)$, и дисперсиями — $(1, 2, 1, 2, 1)$, причем номер варианта соответствует номеру элемента в векторе.

Программное средство. Результаты работы и сравнение приведено на рисунке 2, а также сведены в таблицу 1.



Рисунок 2 — Результирующие величины текущих средних потерь, полученные при функционировании программной системы при использовании

Видно, что алгоритм 12VRS превосходит алгоритм Назина-Позняка по критериям максимума предельных значений средних текущих потерь в случае решения задачи управления выбором вариантов из [2], что говорит о его достаточно высокой эффективности.

Вывод. Разработанный алгоритм применен в инструментальном средстве поддержки принятия решений по динамическому реконфигурированию в распределенных средах. Перспективами дальнейших изысканий в данном направлении станут усложнение используемых способов объединения соседних вариантов путем увеличения числа связываемых вариантов. Также планируется увеличение количества влияющих на функцию текущих потерь параметров (а именно, добавить к оценке уровень шума и частоту съема данных).

Таблица 1 – Результаты (алг. — алгоритм, сред. — среднее, std.ош. — стандартная ошибка, std.откл. — стандартное отклонение, дисп. — выборочная дисперсия, экс. — эксцесс, асим. — асимметрия, диап. — диапазон, мин. — минимум, макс. — максимум, НП — алгоритм Назина-Позняка, V — алгоритм $I2VRS$)

№	Алг.	Сред.	Стд.ош.	Стд.откл.	Дисп.	Экс.	Асим.	Диап.	Мин.	Макс.
1.	НП	1,549940	0,036033	0,254791	0,064918	15,001837	3,159091	1,572782	1,314740	2,887522
2.	НП	1,573973	0,028893	0,204306	0,041741	12,311810	3,114186	1,194446	1,389041	2,583488
3.	НП	1,656889	0,049719	0,351563	0,123597	2,127008	1,627768	1,422226	1,354747	2,776974
4.	НП	1,175728	0,025086	0,177386	0,031466	9,772175	1,734939	1,166095	0,854186	2,020281
5.	НП	1,077256	0,023409	0,165528	0,027400	3,585430	-1,358916	0,878121	0,428198	1,306319
6.	НП	1,327015	0,027873	0,197091	0,038845	26,693434	4,415837	1,542341	0,963026	2,505367
7.	V	1,898456	0,026115	0,184660	0,034099	6,550147	1,277046	1,253587	1,445517	2,699104
8.	V	1,524508	0,028678	0,202785	0,041122	9,514349	2,417589	1,319489	1,168548	2,488037
9.	V	1,047922	0,041219	0,291463	0,084951	4,799148	-2,353415	1,213608	0,039586	1,253194
10.	V	1,773002	0,071490	0,505508	0,255538	8,329824	2,788687	2,506997	1,398665	3,905662
11.	V	1,162329	0,017975	0,127104	0,016155	5,863790	-1,764420	0,725105	0,619012	1,344118
12.	V	1,480606	0,027574	0,194979	0,038017	4,473928	2,017504	0,966005	1,247074	2,213078

Список литературы

1. Назин А.В. Адаптивный выбор вариантов: Рекуррентные алгоритмы / А.В. Назин, А.С. Позняк. — М.: Наука, 1986. — 288 с.
2. Назин А.В. О повышении эффективности автоматных алгоритмов адаптивного выбора вариантов / А.В. Назин // Адаптация и обучение в системах управления и принятия решений. — Новосибирск: Наука, 1982. — С. 40—46.
3. Скаткова Н.А. Гарантоспособные технологии реконфигурации автоматизированных транспортно-производственных систем / Н.А. Скаткова // Радіоелектронні і комп'ютерні системи. Вип. 6. — Харьков, 2008. — С. 52—57.
4. Воронин Д.Ю. Обеспечение высокой терминальной готовности на основе информационных технологий распределения ресурсов / Д.Ю. Воронин // Вісник СевНТУ: зб. наук. пр. Вип. 114 / 2011. Серія: Інформатика, електроніка, зв'язок. — Севастополь, 2011. — С. 100—105.

К. Tkachenko

Projection stochastic approximation algorithm with the use of neighboring options for control impacts choice optimization

This article describes proposed projection stochastic approximation algorithm which differs from the existing algorithms by the presence of the use of neighboring options.

The results of numerical experiments are given. The developed algorithm is used in tools to support decision-making in dynamic reconfiguration in distributed environments. The prospects for further research in this area will be used by the complication of ways to combine the neighboring options by increasing the number of binding options.

Also planned to increase the amount of influence on the function of the parameters of the current losses (that is, add to the assessment of the noise level and frequency of removal of data).

projection algorithm, stochastic approximation

Одержано 12.03.13