

УДК 37.015:519.87

**О. А. ВАЛЬЧУК,**

*кандидат педагогічних наук, доцент кафедри загальнонаукових та інженерних дисциплін Національної академії Державної прикордонної служби України імені Богдана Хмельницького, м. Хмельницький*

## **ВИКОРИСТАННЯ СТАТИСТИЧНОГО КРИТЕРІЮ КОЛМОГОВОРА ДЛЯ ОБРОБКИ РЕЗУЛЬТАТІВ ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГІЧНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ**

*Стаття присвячена питанням співставлення показників у різних групах студентів для перевірки однорідності груп за вказаними показниками при проведенні психолого-педагогічних експериментів. У статті аналізуються особливості застосування розрахункової процедури критерію Колмогорова – Смирнова для зазначеної процедури. Співставлення груп проводиться на матеріалах вивчення курсу вищої математики. Представлені матеріали дозволяють використовувати критерій Колмогорова – Смирнова також із застосуванням програмного середовища Excel.*

**Ключові слова:** співставлення, показник, критерій, однорідність.

**Постановка проблеми у загальному вигляді.** Дуже часто перед науковцями в галузі психології і педагогіки стоїть завдання виявлення розбіжностей між двома, трьома та більше вибірками піддослідних. Це, наприклад, може бути завдання виявлення психологічних особливостей хронічно хворих дітей у порівнянні зі здоровими, малолітніх правопорушників у порівнянні із законотриваючими однолітками, між людьми різних національностей або різної культури, між людьми різного віку у методі “поперечного зрізу”.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій, в яких започатковано вирішення даної проблеми та на які опирається автор.** Аналіз низки останніх публікацій у галузі педагогіки і психології свідчить, що співставлення показників у різних вибірках (групах) або власне співставлення груп, може

бути необхідною частиною комплексних діагностичних, навчальних, психокорекційних та інших програм. Існує декілька статистичних критеріїв, які передбачають співставлення так званих незалежних вибірок, тобто двох або більше вибірок, які складаються з різних піддослідних. Прийняття рішення про вибір того чи іншого критерію приймається дослідником самостійно, на основі аналізу експериментальних даних: скільки вибірок порівнюється і який їх обсяг, скільки вимірів досліджуваної ознаки проведено тощо. Коректність застосування того чи іншого критерію залежить від рівня математичної підготовки дослідника, який не завжди є достатнім. Переважна кількість дослідників вирішує це завдання, використовуючи вже проведені кимось дослідження та обґрунтування, не заглиблюючись у питання коректності застосування того чи іншого критерію. Зазначені обставини й обумовили актуальність даної статті.

**Метою статті** є надання практичних рекомендацій, у тому числі з використанням ПЕОМ, щодо застосування статистичного критерію  $\lambda$  Колмогорова – Смирнова для обробки результатів експериментальних досліджень.

**Виклад основного матеріалу дослідження.** Критерій  $\lambda$  Колмогорова – Смирнова призначений для співставлення двох розподілів: емпіричного розподілу ознаки з теоретичним (рівномірним чи нормальним) або двох емпіричних розподілів. Критерій дозволяє знайти точку, у якій сума накопичених розходжень між двома розподілами є найбільшою, і оцінити достовірність цього розходження. Під час розрахункової процедури співставляються спочатку частоти за першим розрядом (рівнем), потім за сумою першого і другого розрядів, далі за сумою першого, другого та третього розрядів і т. д. Таким чином, кожен раз проводиться співставлення накопичених до даного розряду частот.

Якщо розбіжності між двома розподілами суттєві, то в деякий момент різниця накопичених частот досягне критичного значення, і тоді можна визнати розбіжності достовірними. У формулу критерію  $\lambda$  включається ця різниця. Чим більше емпіричне значення  $\lambda$ , тим більш істотні розбіжності.

Статистичні гіпотези при цьому будуються таким чином.

Основна ( $H_0$ ). Розбіжності між двома розподілами недостовірні (судячи з точки максимального накопиченого розходження між ними).

Конкуруюча ( $H_1$ ). Розбіжності між двома розподілами достовірні (судячи з точки максимального накопиченого розходження між ними).

Попри досить просту розрахункову процедуру та універсальність зазначений критерій має декілька обмежень:

1. Критерій вимагає, щоб вибірка була достатньо великою. При співставленні двох емпіричних розподілів необхідно, щоб  $n_{1,2} \geq 50$ . Порівняння емпіричного розподілу з теоретичним іноді допускається при  $n \geq 5$ .

2. Розряди (рівні) повинні бути впорядковані за наростанням або спаданням якої-небудь ознаки. Вони обов'язково повинні відображати будь-яку односпрямовану його зміну. Таким чином, не можна накопичувати частоти (частоти) за розрядами, які відрізняються лише якісно і не являють собою шкали порядку.

3. Кількість розрядів ознаки повинна перевищувати 3 розряди.

Залежно від завдання, яке ставить перед собою дослідник, алгоритм розрахунку критерію має свої особливості. Усі обрахунки краще проводити у таблиці, яку досить легко запрограмувати у програмному середовищі Excel. Розглянемо процедуру обчислення емпіричного значення критерію на конкретному прикладі.

У рамках роботи наукового товариства кафедри загальнонаукових та інженерних дисциплін було проведено аналіз успішності курсантів спеціальності ОЗДК 2010 та 2011 років набору з вищої математики у зимову екзаменаційну сесію. Загалом було проаналізовано 2 незалежні вибірки обсягом 100 та 99 осіб. Успішність курсантів оцінювалась за шкалою ECTS. Результати подано в табл. 1.

Таблиця 1

**Порівняльний аналіз успішності курсантів з математики у зимову екзаменаційну сесію**

Вибірki	Розряди (рівні за шкалою ECTS) та кількість осіб, що знаходяться на відповідному рівні						Загальна кількість
	A	B	C	D	E	FX	
2010 рік набору	2	8	18	37	32	3	100
2011 рік набору	1	9	24	39	25	1	99

Для підрахунку емпіричного значення критерію скористаємось таким алгоритмом:

1. Занесемо в табл. 2 найменування розрядів і відповідні їм емпіричні частоти, отримані у розподілі 1 (2010 рік набору  $n_i^{(1)}$ ) та у розподілі 2 (2011 рік набору  $n_i^{(2)}$ ).

2. Обчислимо емпіричні частоти для кожного розряду для кожного з розподілів, використовуючи відповідні формули:  $f_{емп}^{(1)} = \frac{n_i^{(1)}}{n_1}$ ,  $f_{емп}^{(2)} = \frac{n_i^{(2)}}{n_2}$ , де  $f_{емп}$  – емпірична частота за даним розрядом;  $n_1, n_2$  – кількість спостережень (обсяги вибірок) відповідно у вибірках 1 та 2, та занесемо результати у третій та четвертий стовпці таблиці.

3. Обчислимо накопичені емпіричні частоти  $\sum f_i^*$  для розподілів 1 та 2 за формулою:  $\sum f_i^* = \sum f_{i-1}^* + f_i^*$ , де  $\sum f_{i-1}^*$  – частість, накопичена на попередніх розрядах;  $i$  – порядковий номер розряду;  $f_i^*$  – емпірична частота даного  $i$ -того розряду. Занесемо результати у п'ятий та шостий стовпчики таблиці (накопичені частоти являють собою суму чисел, які знаходяться вище заповнюваного рядка).

4. Обчислимо різниці між емпіричними накопиченими частостями за кожним розрядом (між значеннями третього і четвертого стовпця) та запишемо у сьомий стовпчик абсолютні величини різниць. Позначимо їх через  $d$ .

6. Визначимо за сьомим стовпчиком найбільшу абсолютну величину різниці –  $d_{max}$ .

7. Обчислити емпіричне значення критерію Колмогорова – Смирнова за формулою  $\lambda_{емп} = d_{max} \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}}$ , де  $n_1, n_2$  – кількість спостережень відповідно у вибірках 1 та 2.

8. За таблицею критичних значень визначити; якому рівню статистичної значущості відповідає отримане значення  $\lambda$ .

Практично оцінка рівня значущості залежить від поставленої задачі про виявлення розбіжностей. Якщо  $\lambda_{емп} \geq 1,36$ , розходження між розподілами достовірні з надійністю не менше 95 %, якщо ж одержане значення є меншим, немає підстав стверджувати, що групи (вибіркі) відрізняються між собою за рівнем досліджуваної ознаки.

Таблиця 2

**Статистична оцінка розбіжностей між вибірками курсантів 2010 та 2011 років набору (за спаданням рівня)**

$i$	Рівень	Частоти				Частості		$d$
		$n_i^{(1)}$	$n_i^{(2)}$	$f_{емп}^{(1)}$	$f_{емп}^{(2)}$	$f_1^*$	$f_2^*$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	A	2	1	0,02	0,01	0,02	0,01	0,01

Закінчення табл. 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	B	8	9	0,08	0,09	0,1	0,1	0
3	C	18	24	0,18	0,24	0,28	0,34	0,06
4	D	37	39	0,37	0,4	0,65	0,74	0,09
5	E	32	25	0,32	0,25	0,97	0,99	0,02
6	FX	3	1	0,03	0,01	1,0	1,0	0

Найбільша різниця накопичених частотей  $d_{\max}$  виявилась рівною 0,09. Тобто найбільше групи відрізняються за рівнем D. Обчислимо емпіричне значення критерію

$$\lambda_{\text{емп}} = d_{\max} \cdot \sqrt{\frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2}} = 0,09 \cdot \sqrt{\frac{100 \cdot 99}{100 + 99}} \approx 0,36.$$

Одержане емпіричне значення критерію виявилось меншим від критичного значення, тобто згідно зі сформульованими вище статистичними гіпотезами, справедливою є основна статистична гіпотеза про недостовірність відмінностей між двома групами обстежених осіб (два емпіричних розподіли не відрізняються).

Оскільки згідно з попередніми розрахунками не можна оцінити відмінності між останнім рівнем (FX), проведемо аналогічні розрахунки у зворотному порядку, розташувавши рівні у порядку зростання (від FX до A). Розрахунки наведено у табл. 3.

Таблиця 3

**Статистична оцінка розбіжностей між вибірками курсантів 2010 та 2011 років набору (за зростанням рівня)**

i	Рівень	Частоти				Частоти		d
		$n_i^{(1)}$	$n_i^{(2)}$	$f_{\text{емп}}^{(1)}$	$f_{\text{емп}}^{(2)}$	$f_1^*$	$f_2^*$	
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	FX	3	1	0,03	0,01	0,03	0,01	0,02
2	E	32	25	0,32	0,25	0,35	0,26	0,09
3	D	37	39	0,37	0,4	0,72	0,66	0,06

Закінчення табл. 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9
4	С	18	24	0,18	0,24	0,9	0,9	0
5	В	8	9	0,08	0,09	0,98	0,99	0,01
6	А	2	1	0,02	0,01	1,0	1,0	0

З проведених розрахунків можна зробити висновки про те, що хоч найбільше відмінностей зафіксовано за рівнем Е (за різницею накопичених частотей), але різниця накопичених частотей  $d_{\max}$  також виявилась рівною 0,09, що свідчить як про відсутність відмінностей між вибірками (групи обстежених не відрізняються за рівнем успішності з вищої математики), так і про правильність підрахунків у попередньому випадку.

Як видно із зазначених розрахунків, критерій Колмогорова – Смирнова має досить просту розрахункову процедуру. Його можна також застосовувати для оцінки однорідності контрольних та експериментальних груп на початку та наприкінці формувального експерименту. Часткові дані можна також використати для побудови відсоткових діаграм, оскільки дані з третього та четвертого стовпчиків містять відсоткові долі (якщо відносну частоту помножити на 100).

У всіх тих випадках, коли розряди являють собою не впорядковані за зростанням або спаданням будь-якої ознаки категорії, то слід застосовувати інші статистичні критерії, зокрема критерій  $\chi^2$  – критерій Пірсона. За меншої кількості рівнів (3 і менше) навіть для невпорядкованих ознак можна застосовувати критерій  $\varphi^*$  – кутове перетворення Фішера. Застосування цих критеріїв також має свої особливості, які можуть бути предметом подальшого розгляду в інших публікаціях.

### Список літератури

Секей Г. Парадоксы в теории вероятности и математической статистике / Г. Секей. – М. : Мир, 1990. – 235 с.

Сидоренко Е. В. Методы математической обработки в психологии / Е. В. Сидоренко. – СПб : Речь, 2000. – 350 с.

*Рецензент – кандидат психологічних наук, доцент Дем'янюк К. Д.*

*Стаття надійшла до редакції 12.06.2013.*

*Вальчук О. А. Использование статистического критерия Колмогорова для обработки результатов психолого-педагогических экспериментов*

В статье рассматриваются вопросы сопоставления показателей в различных группах студентов для проверки однородности групп по указанным показателям при проведении психолого-педагогических экспериментов. В статье анализируются особенности применения расчетной процедуры критерия Колмогорова – Смирнова для указанной процедуры. Сопоставление проводится на материалах изучения курса высшей математики. Представленные материалы позволяют использовать критерий Колмогорова – Смирнова также при помощи программного обеспечения Excel.

**Ключевые слова:** сопоставление, показатель, критерий, однородность.

*Valchuk O. V. Application of the statistical Kolmogorov-Smirnov criterion for processing of results of psychological and pedagogical experiments*

The article is dedicated to the problems of correlating the denotations in different student groups according to the above mentioned markings while conducting psychologically-pedagogical experiments. The article also analyses the peculiarities of using calculation procedure according to the Kolmogorov-Smirnov criterion. The comparison of groups is conducted on the basis of the materials that allow to use the Kolmogorov-Smirnov criterion while applying the Excel programming software.

**Keywords:** correlation, index, criterion, homogeneity.