

Как видно из результатов расчета рекомендуемый режим работы для конкретного блока пенного флюсования является менее эффективным по сравнению с оптимальными режимами.

В результате работы процесс контроля плотности флюса описан с помощью полумарковской модели производственной системы с контролем скрытых отказов. Моделирование процесса позволило определить оптимальное время календарного контроля плотности флюса на установке пайки волной припоя с точки зрения параметров надежности либо эффективности.

В дальнейшем планируется провести моделирование установки пайки волной припоя как многокомпонентной системы со скрытыми отказами.

Список литературы

1. Медведев А. М. Сборка и монтаж электронных устройств. М. - Техносфера, 2007. – 256 с.
2. Пилипенко О. Мысли о монтаже. Пайка волной припоя// Технологии в электронной промышленности. – 2006. №4. – С. 48-53.
3. Установка пайки ERSA ETS-250. Руководство оператора. ERSA Loettechnik GmbH. Перевод и переработка, ред. 1 ЗАО Предприятие «ОСТЕК». 2001. – 53 с.
4. Бойко Е.Г. Анализ влияния периода контроля на надежность технической системы/ Е.Г. Бойко, Ю.Е. Обжерин, Н.В. Казакова // Оптимизация производственных процессов — Севастополь: Изд-во СевНТУ, 2005. №7. – С. 23-27.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Сдвіжковою О.О.
Надійшла до редакції 19.03.2013*

УДК.681.5.

© Ю.Е. Обжерин, Е.Г. Бойко

ПОЛУМАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ ДВУХКОМПОНЕНТНОЙ СИСТЕМЫ С ОТКЛЮЧЕНИЕМ КОМПОНЕНТОВ НА ПЕРИОД ПРОВЕДЕНИЯ КОНТРОЛЯ

На базе теории полумарковских процессов с общим фазовым пространством состояний построена математическая модель контроля скрытых отказов двухкомпонентной системы с последовательным соединением компонентов. Найдены стационарные надежность и экономические характеристики функционирования системы.

На базі теорії напівмарківських процесів із загальним фазовим простором станів побудована математична модель контролю прихованих відмов двокомпонентної системи з послідовним з'єднанням компонентів. Знайдені стаціонарні надійнісні й економічні характеристики функціонування системи.

On the base of semi-markov process with overall space two-component system with sequential connection of components mathematical the model control by hidden failures were constructed. Reliable and economical functioning characteristics were found.

Несмотря на высокие технологии в современном приборостроении, актуальной является проблема повышения надежности технических систем (ТС) и

качества выпускаемой продукции. Данную проблему позволяют решить автоматизированные системы технического контроля. Высокий уровень контрольно-измерительной аппаратуры и ее разнообразие не исключают проблему своевременного выявления скрытых отказов ТС [1], которые могут быть обнаружены только во время проведения контроля.

Многообразие контролируемых параметров и контрольно-измерительных процедур приводит к необходимости создания программы контроля многокомпонентных систем, в основе которой лежит математическое моделирование. Для построения моделей контроля восстанавливаемых ТС наиболее перспективным является метод, основанный на применении полумарковских процессов (ПМП) с общим фазовым пространством состояний [2].

Целью статьи является определение стационарных характеристик надежности и эффективности функционирования двухкомпонентной ТС с отключением компонентов на период проведения контроля скрытых отказов и оптимальной периодичности контроля.

Опишем функционирование системы S , которая состоит из двух последовательно соединенных (в надежности смысле) компонентов K_1 и K_2 и контролирующей их работоспособность аппаратуры. В начальный момент времени компоненты приступают к работе, контроль включен. Время безотказной работы (ВБР) компонентов – случайные величины (СВ) α_1 и α_2 , которые имеют функции распределения (ФР) $F_1(t) = 1 - e^{-\lambda_1 t}$ и $F_2(t) = 1 - e^{-\lambda_2 t}$ и плотности распределения (ПР) $f_1(t) = \lambda_1 e^{-\lambda_1 t}$, $f_2(t) = \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}$ соответственно. Контроль проводится через случайное время δ с ФР $R(t) = P\{\delta \leq t\}$ и ПР $r(t)$. На время проведения контроля работоспособные компоненты отключаются. Отказ обнаруживается только в результате проведения контроля. Длительность проведения контроля СВ γ с ФР $V(t) = P\{\gamma \leq t\}$ и ПР $v(t)$. После обнаружения отказа компонента K_1 начинается его восстановление, компонент K_2 и контроль отключаются. Время восстановления (ВВ) компонента K_1 – СВ β_1 с ФР $G_1(t) = P\{\beta_1 \leq t\}$ и ПР $g_1(t)$. После обнаружения отказа компонента K_2 начинается его восстановление, компонент K_1 и контроль отключаются. ВВ компонента K_2 – СВ β_2 с ФР $G_2(t) = P\{\beta_2 \leq t\}$ и ПР $g_2(t)$. В случае восстановления обоих компонентов система приступает к работе после восстановления последнего. В результате восстановления все свойства компонентов полностью обновляются. СВ $\alpha_1, \alpha_2, \delta, \gamma, \beta_1, \beta_2$ предполагаются независимыми, имеющими конечные математические ожидания.

Функционирование системы S опишем ПМП $\xi(t)$ с дискретно-непрерывным фазовым пространством состояний. Введем следующее множество E полумарковских состояний системы:

$$E = \{1111, 1011z, 2101z, 2001z, 1001z, 1322x, 2232x, 3330, 3000, 3030, 3222, 3322, 3232, 3300\}.$$

Временная диаграмма функционирования системы и граф переходов представлены на рисунках 1, 2 соответственно.

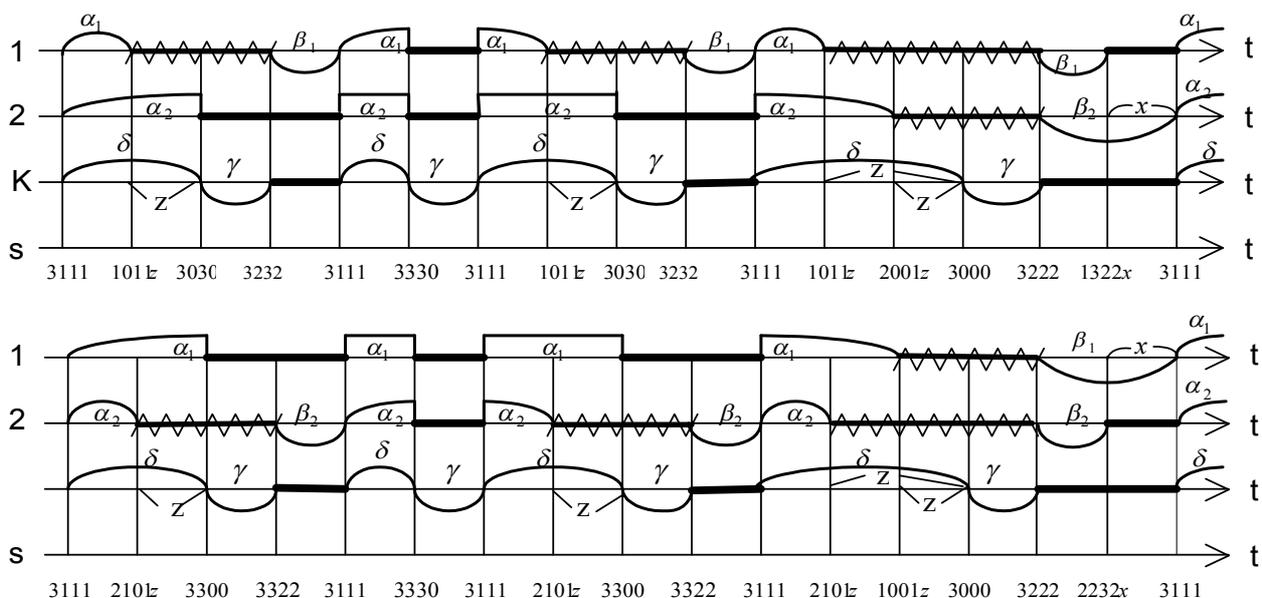


Рис. 1. Временная диаграмма функционирования системы

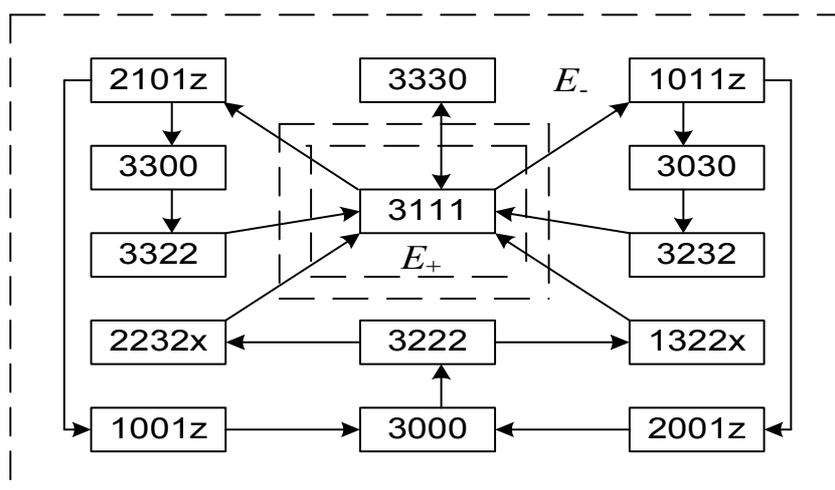


Рис. 2. Граф переходов системы

Коды состояний имеют следующий содержательный смысл:
 3111 – система приступила к работе: оба компонента K_1 и K_2 работоспособны, контроль включен; 1011z – компонент K_1 отказал, компонент K_2 продолжает работать, до начала контроля осталось время $z > 0$; 2101z – компонент K_2 отказал, компонент K_1 продолжает работать, до начала контроля осталось время $z > 0$; 3030 – начался контроль, компонент K_1 в отказе, компонент K_2 работоспособен, работа компонентов K_1 и K_2 приостановлена; 2001z – компонент K_1 в отказе, отказал компонент K_2 , до начала контроля осталось время $z > 0$; 3300 – начался контроль, компонент K_1 работоспособен, компонент K_2 в отказе, работа компонентов K_1 и K_2 приостановлена; 1001z – отказал компонент

K_1 , компонент K_2 в отказе, до начала контроля осталось время $z > 0$; 3232 – в компоненте K_1 обнаружен отказ, началось его восстановление, работа компонента K_2 и контроль приостановлены; 3330 – начался контроль, компоненты K_1 и K_2 работоспособны, их работа приостановлена; 3322 – в компоненте K_2 обнаружен отказ, началось его восстановление, работа компонента K_1 и контроль приостановлены; 3000 – начался контроль, компоненты K_1 и K_2 в отказе, их работа приостановлена; 3222 – обнаружены отказы компонентов K_1 и K_2 , началось их восстановление, контроль приостановлен; 1322 x – компонент K_1 восстановился, до восстановления компонента K_2 осталось время $x > 0$; 2232 x – компонент K_2 восстановился, до восстановления компонента K_1 осталось время $x > 0$.

Найдем переходные вероятности вложенной цепи Маркова (ВЦМ) $\{\xi_n; n \geq 0\}$:

$$\begin{aligned}
 p_{3111}^{1011z} &= \lambda_1 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t+z) dt, \quad z > 0; \quad p_{3111}^{2101z} = \lambda_2 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t+z) dt, \quad z > 0; \\
 p_{3111}^{3330} &= \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt; \quad p_{2101z}^{3300} = e^{-\lambda_1 z}; \quad p_{2101z}^{1001z_1} = \lambda_1 e^{-\lambda_1(z-z_1)}, \quad 0 < z_1 < z; \\
 p_{1011z}^{3030} &= e^{-\lambda_2 z}; \quad p_{1011z}^{2001z_1} = \lambda_2 e^{-\lambda_2(z-z_1)}, \quad 0 < z_1 < z; \\
 p_{3222}^{1322x} &= \int_0^{\infty} g_1(t) g_2(t+x) dt, \quad x > 0; \quad p_{3222}^{2232x} = \int_0^{\infty} g_2(t) g_1(t+x) dt, \quad x > 0. \\
 P_{3330}^{3111} &= P_{3300}^{3322} = P_{1001z}^{3000} = P_{3030}^{3232} = P_{2001z}^{3000} = P_{3322}^{3111} = \\
 &= P_{3000}^{3222} = P_{3232}^{3111} = P_{1322x}^{3111} = P_{2232x}^{3111} = 1.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Обозначим через $\rho(3111)$, $\rho(3030)$, $\rho(3300)$, $\rho(3232)$, $\rho(3330)$, $\rho(3322)$, $\rho(3000)$, $\rho(3222)$ значения стационарного распределения ВЦМ $\{\xi_n; n \geq 0\}$ на состояниях 3111, 3030, 3300, 3232, 3330, 3322, 3000, 3222 соответственно и предположим существование стационарных плотностей $\rho(1011z)$, $\rho(2101z)$, $\rho(1001z)$, $\rho(2001z)$, $\rho(1322x)$, $\rho(2232x)$ для состояний 1011 z , 2101 z , 1001 z , 2001 z , 1322 x , 2232 x соответственно. Составим для них систему интегральных уравнений:

$$\begin{aligned}
 \rho(3111) &= \rho(3330) + \rho(3232) + \rho(3322) + \int_0^{\infty} \rho(1322x) dx + \int_0^{\infty} \rho(2232x) dx, \\
 \rho(1011z) &= \rho(3111) \lambda_1 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t+z) dt, \\
 \rho(2101z) &= \rho(3111) \lambda_2 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t+z) dt, \quad \rho(3330) = \rho(3111) \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt,
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\rho(3300) &= \int_0^{\infty} \rho(2101z) e^{-\lambda_1 z} dz, & \rho(3030) &= \int_0^{\infty} \rho(1011z) e^{-\lambda_2 z} dz, \\
\rho(1001z) &= \lambda_1 \int_0^{\infty} \rho(2101z+t) e^{-\lambda_1 t} dt, & \rho(2001z) &= \lambda_2 \int_0^{\infty} \rho(1011z+t) e^{-\lambda_2 t} dt, \\
\rho(3322) &= \rho(3300), & \rho(3232) &= \rho(3030), \\
\rho(3000) &= \int_0^{\infty} \rho(2001z) dz + \int_0^{\infty} \rho(1001z) dz, & \rho(3222) &= \rho(3000), \\
\rho(1322x) &= \rho(3222) \int_0^{\infty} g_1(t) g_2(t+x) dt, & \rho(2232x) &= \rho(3222) \int_0^{\infty} g_2(t) g_1(t+x) dt, \\
\rho(3111) + \rho(3330) + 2\rho(3300) + 2\rho(3030) + 2\rho(3000) + \int_0^{\infty} \rho(1322x) dx + \\
&+ \int_0^{\infty} \rho(2232x) dx + \int_0^{\infty} \rho(1001z) dz + \int_0^{\infty} \rho(2001z) dz + \int_0^{\infty} \rho(1011z) dz + \int_0^{\infty} \rho(2101z) dz = 1.
\end{aligned} \tag{2}$$

Последнее уравнение в системе (2) – условие нормировки. Можно показать, что система уравнений (2) имеет следующее решение:

$$\begin{aligned}
\rho(3111) &= \rho_0, & \rho(1011z) &= \rho_0 \lambda_1 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t+z) dt, \\
\rho(2101z) &= \rho_0 \lambda_2 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t+z) dt, & \rho(3330) &= \rho_0 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt, \\
\rho(3300) &= \rho_0 \left(\int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right), \\
\rho(3030) &= \rho_0 \left(\int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right), \\
\rho(1001z) &= \rho_0 \lambda_1 \left(\int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t+z) dt - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t+z) dt \right), \\
\rho(2001z) &= \rho_0 \lambda_2 \left(\int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t+z) dt - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t+z) dt \right), \\
\rho(3322) &= \rho(3300), & \rho(3232) &= \rho(3030), \\
\rho(3000) &= \rho_0 \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt + \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right), \\
\rho(3222) &= \rho(3000), & \rho(1322x) &= \rho(3000) \int_0^{\infty} g_1(t) g_2(t+x) dt,
\end{aligned} \tag{3}$$

$$\rho(2232x) = \rho(3000) \int_0^{\infty} g_2(t)g_1(t+x)dt,$$

где значение постоянной ρ_0 находится из условия нормировки.

Разобьем фазовое пространство состояний E на следующие два подмножества:

$E_+ = \{3111\}$ – система работоспособна;

$E_- = \{3330, 3300, 3322, 3000, 3232, 3222, 2101z,$

$3030, 1011z, 1001z, 2001z, 1322x, 2232x\}$ – система находится в отказе.

Определим средние времена пребывания в состояниях системы:

$$m(3111) = \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \bar{R}(t) dt, \quad m(3330) = M\gamma, \quad m(3300) = M\gamma, \quad m(3000) = M\gamma,$$

$$m(3322) = M\beta_2, \quad m(3232) = M\beta_1, \quad m(3222)M = \int_0^{\infty} \bar{G}_1(t)\bar{G}_2(t)dt, \quad m(1001z) = z,$$

$$m(2001z) = z, \quad m(2101z) = \frac{1}{\lambda_1} (1 - e^{-\lambda_1 z}), \quad m(1011z) = \frac{1}{\lambda_2} (1 - e^{-\lambda_2 z}), \quad (4)$$

$$m(1322x) = x, \quad m(2232x) = x.$$

Среднюю стационарную наработку на отказ T_+ , среднее стационарное время восстановления T_- и стационарный коэффициент готовности найдем по формулам [3]:

$$T_+ = \frac{\int_{E_+} m(x)\rho(dx)}{\int_{E_+} P(x, E_-)\rho(dx)}, \quad T_- = \frac{\int_{E_-} m(x)\rho(dx)}{\int_{E_-} P(x, E_-)\rho(dx)}, \quad K_z = \frac{T_+}{T_+ + T_-}, \quad (5)$$

где $\rho(dx)$ – стационарное распределение ВЦМ $\{\xi_n; n \geq 0\}$, $m(x)$ – среднее время пребывания в состояниях системы; $P(e, E_-)$ – вероятности переходов ВЦМ $\{\xi_n; n \geq 0\}$ из работоспособных состояний в отказовые.

С учетом формул (1), (3) и (4) найдем выражения, входящие в (5).

$$\begin{aligned} \int_{E_+} m(e)\rho(de) &= m(3111)\rho(3111) = \rho_0 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \bar{R}(t) dt = \\ &= \rho_0 \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right). \end{aligned} \quad (6)$$

Далее,

$$\begin{aligned}
\int_{E_-} m(e)\rho(de) = & \rho_0 \left[M\gamma \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t) dt + M\gamma \left(\int_0^\infty e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t) dt \right) + \right. \\
& + M\gamma \left(\int_0^\infty e^{-\lambda_2 t} r(t) dt - \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t) dt \right) + \\
& + M\gamma \left(\lambda_1 \int_0^\infty e^{-\lambda_1 t} \bar{R}(t) dt + \lambda_2 \int_0^\infty e^{-\lambda_2 t} \bar{R}(t) dt - (\lambda_1 + \lambda_2) \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} \bar{R}(t) dt \right) + \\
& + M\beta_1 \left(\int_0^\infty e^{-\lambda_2 t} r(t) dt - \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t) dt \right) + \\
& + M\beta_2 \left(\int_0^\infty e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t) dt \right) + \\
& + \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \int_0^\infty (1 - e^{-\lambda_1 z}) dz \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t+z) dt + \\
& + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \int_0^\infty (1 - e^{-\lambda_2 z}) dz \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t+z) dt + \\
& + \lambda_1 \int_0^\infty z dz \left(\int_0^\infty e^{-\lambda_1 t} r(t+z) dt - \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t+z) dt \right) + \\
& + \lambda_2 \int_0^\infty z dz \left(\int_0^\infty e^{-\lambda_2 t} r(t+z) dt - \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t+z) dt \right) \Big] + \rho(3000)M(\beta_1 \wedge \beta_2) + \\
& + \rho(3000) \int_0^\infty x dx \int_0^\infty g_1(t)g_2(t+x) dt + \rho(3000) \int_0^\infty x dx \int_0^\infty g_2(t)g_1(t+x) dt .
\end{aligned} \tag{7}$$

Выполнив преобразования, можно показать, что выражение (7) примет вид:

$$\begin{aligned}
\int_{E_-} m(e)\rho(de) = & \rho_0 \left(M\gamma + M\delta - \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} \bar{R}(t) dt + \right. \\
& + M\beta_1 \left(1 - \int_0^\infty e^{-\lambda_1 t} r(t) dt \right) + M\beta_2 \left(1 - \int_0^\infty e^{-\lambda_2 t} r(t) dt \right) - \\
& \left. - M(\beta_1 \wedge \beta_2) \left(1 - \int_0^\infty e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^\infty e^{-\lambda_2 t} r(t) dt + \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t) dt \right) \right) .
\end{aligned} \tag{8}$$

$$\text{Далее, } \int_{E_+} P(e, E_-)\rho(de) = \rho_0 \left(\lambda_1 \int_0^\infty dz \int_0^\infty e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} r(t+z) dt + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + \lambda_2 \int_0^{\infty} dz \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t+z) dt + \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \Big) = \\
& = \rho_0 \left(\lambda_1 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} dt \int_0^{\infty} r(t+z) dz + \right. \\
& + \lambda_2 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} dt \int_0^{\infty} r(t+z) dz + 1 - (\lambda_1 + \lambda_2) \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \bar{R}(t) dt \Big) = \quad (9) \\
& = \rho_0 \left(\lambda_1 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \bar{R}(t) dt + \lambda_2 \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \bar{R}(t) dt + \right. \\
& + 1 - (\lambda_1 + \lambda_2) \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \bar{R}(t) dt \Big) = \rho_0.
\end{aligned}$$

Таким образом, с учетом формул (6) и (9), средняя стационарная наработка на отказ T_+ имеет вид:

$$T_+ = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right). \quad (10)$$

Среднее стационарное время восстановления T_- , с учетом формул (8) и (9), определяется формулой:

$$\begin{aligned}
T_- = M\delta - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} \bar{R}(t) dt + M\beta_1 \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt \right) + M\beta_2 \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt \right) + \\
+ M\gamma - M(\beta_1 \wedge \beta_2) \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt + \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right). \quad (11)
\end{aligned}$$

Стационарный коэффициент готовности, с учетом формул (10) и (11), найдем из соотношения:

$$\begin{aligned}
K_g = \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right) / \left(M\gamma + M\delta + M\beta_1 \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt \right) + \right. \\
+ M\beta_2 \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt \right) - \\
\left. - M(\beta_1 \wedge \beta_2) \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt + \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right) \right). \quad (12)
\end{aligned}$$

Найдем экономические характеристики исследуемой системы [3]: среднюю удельную прибыль S в единицу календарного времени и средние удельные затраты C в единицу времени исправного функционирования системы по формулам:

$$S = \frac{E \int m(e) f_s(e) \rho(de)}{\int m(e) \rho(de)}, \quad C = \frac{E \int m(e) f_c(e) \rho(de)}{\int m(e) \rho(de)}.$$

Здесь $f_s(e)$, $f_c(e)$ – функции, определяющие соответственно доход и затраты в каждом состоянии.

Для данной системы функции $f_s(e)$ и $f_c(e)$ имеют следующий вид:

$$f_s(e) = \begin{cases} c_1, e = 3111, \\ -c_2, e \in \{3232, 3222, 3322, 1322x, 2232x\}, \\ -c_3, e \in \{3030, 3330, 3000, 3300\}, \\ -c_4, e \in \{1011z, 2001z, 2101z, 1001z\}, \end{cases}$$

$$f_c(e) = \begin{cases} 0, e = 3111, \\ c_2, e \in \{3232, 3222, 3322, 1322x, 2232x\}, \\ c_3, e \in \{3030, 3330, 3000, 3300\} \\ c_4, e \in \{1011z, 2101z, 2001z, 1001z\}. \end{cases} \quad (13)$$

Здесь c_1 – прибыль, получаемая в единицу времени функционирования компонентов; c_2 – затраты в единицу времени восстановления компонентов; c_3 – затраты в единицу времени на контроль; c_4 – потери в единицу времени от скрытого отказа.

С учетом формул (3), (4) и (13) средняя удельная прибыль определяется соотношением:

$$S = \left((c_1 + c_4) \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right) - c_3 M \gamma - c_4 M \delta - \right. \\ \left. - c_2 \left(M \beta_1 \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt \right) + M \beta_2 \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt \right) - \right. \right. \\ \left. \left. - M(\beta_1 \wedge \beta_2) \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt + \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right) \right) \right) / (M \gamma + M \delta + \\ + M \beta_1 \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt \right) + M \beta_2 \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt \right) - \\ - M(\beta_1 \wedge \beta_2) \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt + \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right)). \quad (14)$$

Средние затраты находятся из выражения:

$$C = \left(c_3 M \gamma + c_4 \left(M \delta - \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right) \right) \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + c_2 \left(M\beta_1 \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt \right) + M\beta_2 \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt \right) - \right. \\
& \left. - M(\beta_1 \wedge \beta_2) \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt - \int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt + \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right) \right) \Bigg) \Bigg) / \\
& \Bigg/ \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} \left(1 - \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt \right).
\end{aligned} \tag{15}$$

С учетом того, что $\tilde{r}(\lambda) = \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} r(t) dt$ – преобразование Лапласа функции $r(t)$, запишем:

$$\tilde{r}(\lambda_1) = \left(\int_0^{\infty} e^{-\lambda_1 t} r(t) dt \right); \quad \tilde{r}(\lambda_2) = \left(\int_0^{\infty} e^{-\lambda_2 t} r(t) dt \right); \quad \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2) = \int_0^{\infty} e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)t} r(t) dt.$$

Тогда формулы (10), (11), (22), (14) и (15) можно записать в виде:

$$\begin{aligned}
T_+ &= \frac{1 - \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2)}{\lambda_1 + \lambda_2}, \\
T_- &= (M\gamma + M\delta - \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2) + M\beta_1(1 - \tilde{r}(\lambda_1)) + M\beta_2(1 - \tilde{r}(\lambda_2)) - \\
& - M(\beta_1 \wedge \beta_2)(1 - \tilde{r}(\lambda_1) - \tilde{r}(\lambda_2) + \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2))), \\
K_e &= \frac{1}{\lambda_1 + \lambda_2} (1 - \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2)) \Bigg/ (M\gamma + M\delta + M\beta_1(1 - \tilde{r}(\lambda_1)) + \\
& + M\beta_2(1 - \tilde{r}(\lambda_2)) - M(\beta_1 \wedge \beta_2)(1 - \tilde{r}(\lambda_1) - \tilde{r}(\lambda_2) + \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2))), \\
S &= \left(\frac{c_1 + c_4}{\lambda_1 + \lambda_2} (1 - \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2)) - c_3 M\gamma - c_4 M\delta - \right. \\
& - c_2 (M\beta_1(1 - \tilde{r}(\lambda_1)) + M\beta_2(1 - \tilde{r}(\lambda_2)) - \\
& - M(\beta_1 \wedge \beta_2)(1 - \tilde{r}(\lambda_1) - \tilde{r}(\lambda_2) + \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2))) \Bigg) \Bigg/ (M\gamma + M\delta + \\
& + M\beta_1(1 - \tilde{r}(\lambda_1)) + M\beta_2(1 - \tilde{r}(\lambda_2)) - M(\beta_1 \wedge \beta_2)(1 - \tilde{r}(\lambda_1) - \tilde{r}(\lambda_2) + \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2))), \\
C &= \left(c_3 M\gamma + c_4 \left(M\delta - \frac{1 - \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2)}{\lambda_1 + \lambda_2} \right) + c_2 (M\beta_1(1 - \tilde{r}(\lambda_1)) + M\beta_2(1 - \tilde{r}(\lambda_2)) - \right. \\
& \left. - M(\beta_1 \wedge \beta_2)(1 - \tilde{r}(\lambda_1) - \tilde{r}(\lambda_2) + \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2))) \right) \Bigg/ \frac{1 - \tilde{r}(\lambda_1 + \lambda_2)}{\lambda_1 + \lambda_2}.
\end{aligned}$$

Рассмотрим случай неслучайной периодичности контроля $\tau > 0$ с учетом, что $R(t) = 1(t - \tau)$, где $\tau = const$.

Стационарный коэффициент готовности найдем из соотношения:

$$\begin{aligned}
K_e &= \frac{M\alpha_1 M\alpha_2}{M\alpha_1 + M\alpha_2} \left(1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau} \right) \Bigg/ \left(M\gamma + M\delta + M\beta_1 \left(1 - e^{-\lambda_1 \tau} \right) + \right. \\
& \left. + M\beta_2 \left(1 - e^{-\lambda_2 \tau} \right) - M(\beta_1 \wedge \beta_2) \left(1 - e^{-\lambda_1 \tau} \right) \left(1 - e^{-\lambda_2 \tau} \right) \right).
\end{aligned} \tag{16}$$

Средняя прибыль определяется соотношением :

$$S = \left((c_1 + c_4) \frac{M\alpha_1 M\alpha_2}{M\alpha_1 + M\alpha_2} \left(1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau} \right) - c_3 M\gamma - c_4 M\delta - \right. \\ \left. - c_2 \left(M\beta_1 \left(1 - e^{-\lambda_1 \tau} \right) + M\beta_2 \left(1 - e^{-\lambda_2 \tau} \right) + \right. \right. \\ \left. \left. + M(\beta_1 \wedge \beta_2) \left(e^{-\lambda_1 \tau} - 1 \right) \left(1 - e^{-\lambda_2 \tau} \right) \right) \right) / (M\gamma + M\delta + \\ + M\beta_1 \left(1 - e^{-\lambda_1 \tau} \right) + M\beta_2 \left(1 - e^{-\lambda_2 \tau} \right) + M(\beta_1 \wedge \beta_2) \left(e^{-\lambda_1 \tau} - 1 \right) \left(1 - e^{-\lambda_2 \tau} \right)). \quad (17)$$

Средние затраты находятся из выражения:

$$C = \left(c_3 M\gamma + c_4 \left(M\delta - \frac{M\alpha_1 M\alpha_2}{M\alpha_1 + M\alpha_2} \left(1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau} \right) \right) + c_2 M\beta_1 \left(1 - e^{-\lambda_1 \tau} \right) + \right. \\ \left. + c_2 \left(M\beta_2 \left(1 - e^{-\lambda_2 \tau} \right) - M(\beta_1 \wedge \beta_2) \left(1 - e^{-\lambda_1 \tau} \right) \left(1 - e^{-\lambda_2 \tau} \right) \right) \right) / \frac{M\alpha_1 M\alpha_2 \left(1 - e^{-(\lambda_1 + \lambda_2)\tau} \right)}{M\alpha_1 + M\alpha_2}. \quad (18)$$

Формулы (16), (17) и (18), позволяют находить оптимальные значения стационарных надежностных и экономических характеристик при различных исходных данных и оптимальную периодичность контроля. Исходные данные и результаты вычислений сведены в таблицу, средние ВВ: $M\beta_1 = 0,100$ ч, $M\beta_2 = 0,066$ ч, длительность контроля $M\gamma = 0,125$ ч, $c_1 = 5$ у.е., $c_2 = 4$ у.е., $c_3 = 3$ у.е., $c_4 = 2$ у.е.

Таблица

Оптимальная периодичность контроля

Исходные данные		Результаты вычислений					
$M\alpha_1$, ч	$M\alpha_2$, ч	τ_{opt} , ч	$K_z(\tau_{opt})$	τ_{opt}^s , ч	$S(\tau_{opt}^s)$, у.е./ч	τ_{opt}^c , ч	$C(\tau_{opt}^c)$, у.е./ч
90	70	3,096	0,924	3,541	4,384	4,355	0,24
90	50	2,793	0,915	3,198	4,321	3,927	0,267
90	10	1,459	0,845	1,686	3,76	2,041	0,533

Список литературы

1. Черкесов Г.Н. Надежность аппаратно-программных комплексов / Г.Н. Черкесов. – СПб.: Питер, 2005. – 479 с.
2. Королюк В.С. Стохастические модели систем / В.С. Королюк. – К.: Либідь, 1993. – 136 с.
3. Копп В.Я. Стохастические модели автоматизированных систем с временным резервированием / В.Я. Копп, Ю.Е. Обжерин, А.И. Песчанский. – Севастополь: Изд-во СевГТУ, 2000. – 284 с.

*Рекомендовано до публікації д.т.н. Сдвіжковою О.О.
Надійшла до редакції 03.04.2013*